

Trường THPT chuyên Hà Nội – Amsterdam

Tổ Toán – Tin

Nhóm Toán 8

**ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ 2 MÔN TOÁN LỚP 8
TRỌNG TÂM KIẾN THỨC LỚP 8 – HỌC KỲ II**

A. ĐẠI SỐ:

1. Rút gọn biểu thức đại số.
2. Khái niệm phương trình và các phương trình tương đương.
3. Phương trình bậc nhất một ẩn và các phương trình quy về bậc nhất một ẩn.
4. Phương trình chứa ẩn ở mẫu.
5. Giải phương trình bằng phương pháp phân tích đưa về phương trình tích và đặt ẩn phụ.
6. Giải bài toán bằng cách lập phương trình một ẩn quy về bậc nhất.
7. Liên hệ giữa thứ tự và phép cộng, phép nhân.
8. Khái niệm bất phương trình và các bất phương trình tương đương.
9. Bất phương trình bậc nhất một ẩn và các bất phương trình quy về bậc nhất một ẩn.
10. Vận dụng tính chất của trị tuyệt đối để giải phương trình và bất phương trình chứa dấu trị tuyệt đối.
11. Các phương pháp chứng minh bất đẳng thức.
12. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức đại số.

B. HÌNH HỌC

1. Bài toán tính toán diện tích hình phẳng.
2. Sử dụng diện tích hình phẳng để giải toán hình học phẳng.
3. Định lý Talet (thuận, đảo và hệ quả) và vận dụng trong giải toán hình học.
4. Tính chất đường phân giác của tam giác; phân giác trong và ngoài của một góc.
5. Các phương pháp chứng minh tam giác đồng dạng.
6. Vận dụng tam giác đồng dạng vào giải toán hình học phẳng.
7. Các bài toán cực trị hình học giải bằng phương pháp hình học và phương pháp đại số.
8. Các hình không gian, công thức tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích của các hình.
9. (Nâng cao) Các định lý hình học mở rộng: định lý Menelaus; định lý Ceva. Ứng dụng các định lý vào giải toán.

ĐỀ SỐ 1

Bài 1. Cho biểu thức $P = 1 - \left(\frac{2}{1+2x} - \frac{5x}{4x^2-1} - \frac{1}{1-2x} \right) : \frac{x-1}{4x^2+4x+1}$

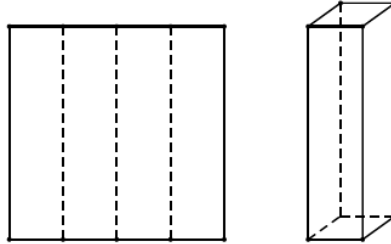
- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P. b) Tìm giá trị của x để $P = -\frac{1}{2}$.
 c) Hãy tìm các giá trị của x để P nhận giá trị âm.
 d) Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để P nhận giá trị nguyên.

Bài 2. Giải các phương trình sau:

- a) $|x^2 + x| = |2x^2 + 3x - 3|$. b) $x^4 - 3x^2 + 6x + 13 = 0$. c) $|2x + 1| = 2x^3 + 2x - 1$. d) $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 12$.

Bài 3. (Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình)

- 1) Một xe tải và một xe con cùng khởi hành từ tỉnh A đến tỉnh B. Xe tải đi với vận tốc 30km/h, xe con đi với vận tốc 45km/h. Sau khi đi được $\frac{3}{4}$ quãng đường AB, xe con tăng vận tốc thêm 5km/h trên quãng đường còn lại. Tính quãng đường AB, biết rằng xe con đến tỉnh B sớm hơn xe tải 2 giờ 20 phút.
 2) Từ một mảnh giấy hình vuông cạnh 4 cm, người ta gấp nó thành 4 phần đều nhau rồi dựng lên thành một hình lăng trụ tứ giác đều như hình vẽ. Hỏi thể tích của lăng trụ này là bao nhiêu.



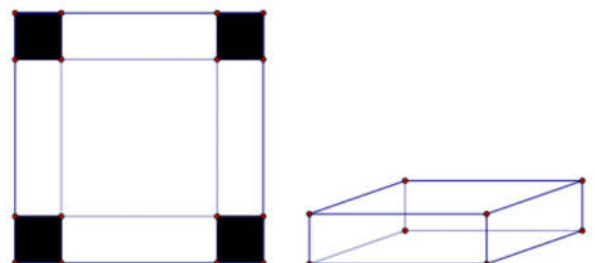
Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có đường cao AH, điểm M tùy ý thuộc đoạn BC (M khác B,C). Đường thẳng qua A vuông góc với AM cắt đường thẳng qua M vuông góc với AB tại E và cắt đường thẳng qua M vuông góc với AC tại F. Đường thẳng qua C vuông góc với BF cắt đường thẳng AH tại N.

- a) Chứng minh rằng ΔNAC và ΔBMF đồng dạng với nhau.
 b) Giả sử ME vuông góc với AB tại I, $MF \perp AC$ tại K. Chứng minh: $MI \cdot ME = MA^2 = MK \cdot MF$.
 c) Chứng minh $\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CM} \cdot \frac{ME}{MF}$.
 d) Chứng minh AH, BF, CE đồng quy.

Bài 5. 1) Cho các số thực $a \geq 1, b \geq 1$. Chứng minh rằng: $\frac{1+ab}{1+a^2} + \frac{1+ab}{1+b^2} \geq 2$.

2) Cho các số thực a, b thỏa mãn $a \geq 2b > 0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2 + b^2}{ab}$.

Bài 6. Có một tấm nhôm hình vuông cạnh 12cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x(cm) rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hình hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



ĐỀ SỐ 2

Bài 1. Cho biểu thức $A = \left(\frac{2x+1}{3x+2} + \frac{x}{1-x} + \frac{3x+5}{3x^2-x-2} \right) : \frac{x+2}{3-3x}$

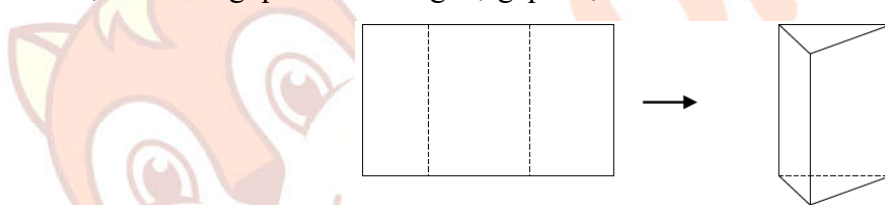
- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A. b) Tìm các giá trị của x sao cho $A < 2$.
 c) Tìm giá trị nhỏ nhất của $B = A.3x$ biết $x > -\frac{2}{3}$.

Bài 2. Giải phương trình và bất phương trình:

- a) $x^4 - 8x^3 + 11x^2 - 8x + 1 = 0$. b) $\frac{2x}{x-1} + \frac{4}{x^2+2x-3} = \frac{2x-5}{x+3}$.
 c) $2x + |x-1| > x+5$. d) $\frac{x-2}{x+3} - 1 < \frac{x+1}{3-x}$.

Bài 3. (Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình)

- 1) Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60km, sau đó chạy xuôi dòng 48km trên cùng một dòng sông có vận tốc của dòng nước là 2km/giờ. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.
 2) Một miếng bìa hình chữ nhật có chiều dài 50 cm, chiều rộng 20 cm. Người ta chia miếng bìa thành ba phần như hình vẽ để khi gấp lại thu được một hình lăng trụ đứng có chiều cao bằng chiều rộng của miếng bìa. Hỏi diện tích xung quanh của lăng trụ gấp được là bao nhiêu.



Bài 4. Cho tam giác ABC có $A = 90^\circ$ đường cao AH . Từ H dựng HE, HF lần lượt vuông góc với AB, AC ($E \in AB, F \in AC$).

- a) Chứng minh: $AH^2 = AE.AB$.
 b) Chứng minh: $\triangle AFE$ đồng dạng với $\triangle ABC$.
 c) Gọi T là trung điểm của BC . Chứng minh: $AT \perp EF$.
 d) Lấy I đối xứng với H qua E . Chứng minh: Đường thẳng qua B vuông góc với BC cắt IA tại K
 Chứng minh: KC, AH, EF đồng quy.

Bài 5. 1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4x^4 - 3x^2 + \frac{1}{4x^2} + 2017$.

2) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a + b \leq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{1}{a^2 + b^2} + \frac{1}{ab}$.

Bài 6. Cho các số thực không âm a, b, c sao cho $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 - 2abc$.

ĐỀ SỐ 3

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{1}{2x-1} + \frac{x}{2x+1} + \frac{2x^2+1}{1-4x^2} \right) : \frac{x-2}{4x^2-1}$.

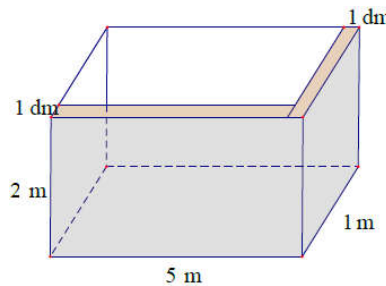
- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức P. b) Tính giá trị của P, biết $|2x-1|=3$.
 c) Tìm các giá trị của x để $P \leq 2$.

Bài 2. Giải phương trình, bất phương trình:

- a) $\frac{5-x}{4x^2-8x} + \frac{7}{8x} = \frac{x-1}{2x(x-2)} + \frac{1}{8x-16}$. b) $(2x+1)(x+1)^2(2x+3) = 18$.
 c) $|6-|x-2|| = 5x-9$. d) $\frac{5x^2-3}{5} + \frac{3x-1}{4} < \frac{x(2x+3)}{2} - 5$. f) $x^3 + 15x^2 + 74x + 120 \leq 0$.

Bài 3. (Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình)

- 1) Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?
 2) Người ta xây một bồn chứa nước dạng khối có chiều dài, chiều rộng, chiều cao của khối hộp đó lần lượt là 5 m, 1 m, 2 m. Biết rằng bồn chỉ xây hai vách và mỗi vách có độ dày 10 dm như hình vẽ. Tính xem bồn chứa được bao nhiêu lít nước.



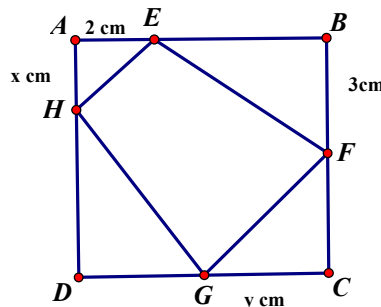
Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC có các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Gọi M là trung điểm của BC. Đường thẳng qua H vuông góc với HM cắt AB, AC lần lượt tại I, K. Chứng minh:

- a) $\triangle ABE$ đồng dạng với $\triangle ACF$. b) $\triangle ABC$ đồng dạng với $\triangle AEF$.
 c) AD là phân giác của góc EDF. d) $HI = HK$.

Bài 5. 1) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{2x^4 + 11x^2 + 5}{9x^4 + 36x^2 + 36}$.

2) Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn: $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Bài 6. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ. Tìm tổng x + y để diện tích hình thang EFGH đạt giá trị nhỏ nhất.



ĐỀ SỐ 4

Bài 1. Cho biểu thức $P = \frac{x^2 + x}{x^2 - 2x + 1} : \left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{1-x} + \frac{2-x^2}{x^2-x} \right)$.

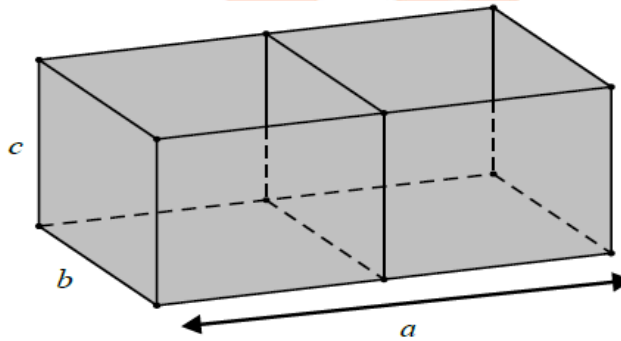
- a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn P. b) Tìm các giá trị của x để $P < 1$.
 c) Tìm giá trị nhỏ nhất của P biết $x > 1$.

Bài 2. Giải phương trình, bất phương trình:

- a) $2x^4 - 3x^3 - 4x^2 + 3x + 2 = 0$. b) $(x^2 + 4x + 8)^2 + 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2 = 0$.
 c) $x^2 + \frac{4x^2}{(x+2)^2} = 12$. d) $\frac{2x+1}{x+2} \leq 1$. e) $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) - 8 < 0$.
 f) $|x-1| + |x-2| > x+3$. h) $|x+3| + 2|x-9| + |x-7| = 14$.

Bài 3. (Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình)

- 1) Một tổ sản xuất được giao làm một số sản phẩm và dự định mỗi ngày làm 30 sản phẩm. Nhưng thực tế năng suất của tổ đã tăng 10%. Vì vậy tổ không những hoàn thành số sản phẩm được giao trước kế hoạch 2 ngày mà còn làm thêm được 15 sản phẩm nữa. Tính số sản phẩm mà tổ phải làm theo kế hoạch.
 2) Người thợ làm một bể cá hai ngăn không nắp với thể tích $1,296cm^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với ba kích thước a, b, c như hình vẽ. Hỏi người thợ phải thiết kế các kích thước a, b, c bằng bao nhiêu mét để đỡ tốn kính nhất. Giả thiết rằng độ dày của kính không đáng kể.



Bài 4. Cho tam giác nhọn ABC đường cao AD , lấy điểm M đối xứng với D qua AB, N đối xứng với D qua AC . Gọi I là giao điểm của MD và AB , K là giao điểm của ND với AC , đường thẳng MN cắt AB, AC theo thứ tự tại F, E .

- a) Chứng minh: $\triangle AMN$ cân.
 b) Chứng minh: $AI \cdot AB = AK \cdot AC$ và tam giác $\triangle AEF$ đồng dạng với $\triangle ABC$.
 c) Chứng minh: DA là phân giác của \widehat{EDF} . Các đường thẳng AD, BE, CF đồng quy tại H .
 d) Chứng minh: $BH \cdot BE + CH \cdot CF = BC^2$.

Bài 5. 1) Cho a, b là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^2 + b^2}{ab} + \frac{ab}{a^2 + b^2}$.

2) Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị lớn của biểu thức:
 $P = 2(ab + bc + ca) - abc$.

Bài 6. Giả sử dãy số thực có thứ tự $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{204}$ thỏa mãn các điều kiện $x_1 + x_2 + \dots + x_{204} = 0$ và $|x_1| + |x_2| + \dots + |x_{204}| = 2019$. Chứng minh rằng: $x_{204} - x_1 \geq \frac{2019}{102}$.

ĐỀ SỐ 5

Bài 1. Cho biểu thức $P = \left(\frac{2x^2 + 1}{x^3 - 1} - \frac{1}{x - 1}\right) : \left(1 - \frac{x^2 + 4}{x^2 + x + 1}\right)$

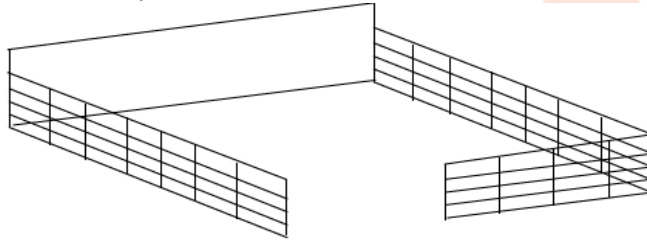
- a) Rút gọn biểu thức P.
- b) Tính giá trị của biểu thức P biết $x^2 - x = 6$
- c) Hãy tìm giá trị nguyên của x để P có giá trị nguyên.

Bài 2. Giải các phương trình, bất phương trình sau:

- a) $|x - 3| = 1 - 4x - 2|x - 1|$.
- b) $\frac{x + 2}{x - 2} \geq \frac{4}{x^2 - 4} - \frac{x}{x + 2}$.
- c) $(x - 1)^4 + (x - 3)^4 = 16$.

Bài 3. (Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình)

- 1) Một chiếc xe tải đi từ tỉnh A đến B với vận tốc 40 km/h. Sau đó 1 giờ 30 phút, một chiếc xe con cũng khởi hành từ tỉnh A đến tỉnh B với vận tốc 60 km/h. Hai xe gặp nhau khi chúng đi được nửa quãng đường AB. Tính quãng đường AB.
- 2) Chủ của một nhà hàng muốn làm tường rào bao quanh $600m^2$ đất để làm bãi đỗ xe. Ba cạnh của khu đất sẽ được rào bằng một loại thép với chi phí 14000 đồng một mét, riêng mặt thứ tư do tiếp giáp với mặt bên của nhà hàng nên được xây bằng tường gạch xi măng với chi phí là 28 000 đồng mỗi mét. Biết rằng cổng vào của khu đất là 5 m. Tìm chu vi của khu đất sao cho chi phí nguyên liệu bỏ ra là ít nhất, biết rằng khu đất rào được có dạng hình chữ nhật



Bài 4. Cho tam giác ABC có 3 góc nhọn, các đường cao AF, BE cắt nhau tại H. Từ A kẻ Ax vuông góc với AC, từ B kẻ By vuông góc với BC. Tia Ax và By cắt nhau tại K.

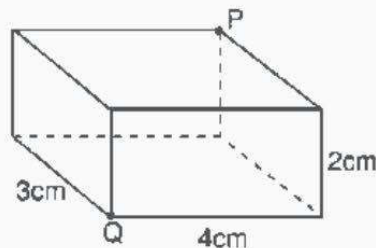
- a) Chứng minh: tứ giác AHBK là hình bình hành. Tam giác ABC cần có thêm điều kiện gì để tứ giác AHBK là hình thoi.
- b) Chứng minh: ΔHAE đồng dạng với ΔHBF .
- c) Chứng minh: $BC^2 - CE.CA = BH.BE$.
- d) CH giao với AB tại D. Chứng minh rằng: $\frac{AE}{EC} + \frac{AD}{DB} = \frac{AH}{HF}$.

Bài 5. 1) Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a \geq 3$ và $abc = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{2}{3}a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca).$$

- 2) Cho a, b, c thỏa mãn $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + c - abc$.

Bài 6: Các kích thước của hình hộp chữ nhật là 4cm, 3cm và 2cm. Một con kiến bò theo mặt phẳng hình hộp đó từ Q đến P. Hỏi con kiến bò theo đường nào là ngắn nhất, tính độ dài ngắn nhất đó.



----- Hết -----