

MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ THI CUỐI HỌC KÌ I LỚP 9	TRANG	
	Đề	Đáp án
ĐỀ SỐ 1: PHÒNG GD & ĐT QUẬN ĐỐNG ĐA	3	15
ĐỀ SỐ 2: PHÒNG GD & ĐT QUẬN HOÀN KIẾM	4	19
ĐỀ SỐ 3: PHÒNG GD & ĐT QUẬN CẦU GIẤY	5	22
ĐỀ SỐ 4: PHÒNG GD & ĐT QUẬN NAM TỪ LIÊM	7	26
ĐỀ SỐ 5: PHÒNG GD & ĐT QUẬN BA ĐÌNH	8	30
ĐỀ SỐ 6: PHÒNG GD & ĐT QUẬN HAI BÀ TRƯNG	9	35
ĐỀ SỐ 7: PHÒNG GD & ĐT QUẬN HÀ ĐÔNG	10	39
ĐỀ SỐ 8: PHÒNG GD & ĐT QUẬN TÂY HỒ	11	43
ĐỀ SỐ 9: PHÒNG GD & ĐT QUẬN LONG BIÊN	12	47
ĐỀ SỐ 10: PHÒNG GD & ĐT HUYỆN THƯỜNG TÍN	13	50



HỆ THỐNG ĐỀ THI



ĐỀ SỐ 1

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN ĐỒNG ĐA

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức: $\sqrt{75} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \frac{2}{2-\sqrt{3}}$.

2) Giải phương trình: $\sqrt{x-5} - \sqrt{9x-45} + 4 = 0$

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2x}{x-4}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Đặt $M = A.B$. Tìm các giá trị của x là số chính phương thỏa mãn $M < 3$.

Bài III (2,0 điểm) Cho hàm số $y = (m+2)x - 3$ (m là tham số, $m \neq -2$) có đồ thị là đường thẳng

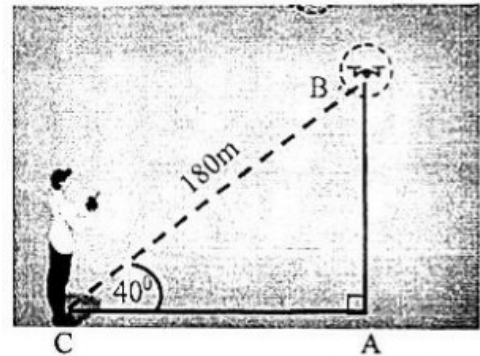
1) Vẽ đồ thị hàm số trên với $m = 1$.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = -2x + 3$.

3) Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm A, cắt trục Oy tại điểm B. Tìm tất cả các giá trị m để đoạn thẳng AB có độ dài là 5 đơn vị.

Bài IV (3,5 điểm)

1) Những người sử dụng Flycam được hướng dẫn nên điều khiển Flycam bay ở độ cao dưới 120m so với mặt đất nhằm nguy cơ va chạm với máy bay khác. Để thử chiếc Flycam mới mua, bác Nam đã mang ra khu vực cánh đồng và điều khiển cho Flycam bay một đường tạo với một góc so với mặt đất là 40° và cách mình 180m. Khi đó máy bay có ở trong “độ cao an toàn” so với hướng dẫn hay không?



2) Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn (O) đường kính AC. Đường tròn (O) cắt tại điểm thứ hai là D. Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt AB tại M.

a) Chứng minh: bốn điểm A, M, D, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $AD^2 = BD.CD$ và $OM \parallel BC$

c) Kẻ $OE \perp DC$ tại E, AE giao với (O) tại F, AD cắt CF tại I. Chứng minh OD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$.

Bài V (0,5 điểm) Cho $x, y > 0$; $x + y \leq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{4}{x} + \frac{3}{y} - x - \frac{5y}{3}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 2

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN HOÀN KIẾM

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $\sqrt{75} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$.

b) $N = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+1} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

2) Giải phương trình: $\sqrt{4x+8} + \sqrt{x+2} = 6$

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Đặt $x \in \mathbb{Z}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = B : A$.

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x + 2$ (1) có đồ thị là đường thẳng (d) (m là tham số, $m \neq \pm 1$)

1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(1;1)

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đồ thị hàm số (1) với m tìm được ở câu 1.

3) Gọi M;N theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng (d) với Ox; Oy. Tìm tất cả các giá trị của m để tam giác MON là tam giác vuông cân.

Bài IV (3,0 điểm) Cho đường tròn (O;R) và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O;R) (A, B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại điểm H và cắt đường tròn (O;R) tại điểm I.

1) Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn.

2) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O;R). Đoạn thẳng MD cắt đường tròn (O;R) tại điểm C khác D. Chứng minh $MA^2 = MH.MO = MC.MD$

3) Chứng minh $IH.IO = IM.OH$.

Bài V (0,5 điểm) Với x, y là các số thực dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = 2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2}{y} + \frac{3y}{x}$.

HẾT

ĐỀ SỐ 3

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN CẦU GIẤY

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}-5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Chứng minh $B = \frac{5}{\sqrt{x}-5}$

3) Đặt $C = A - 2B$. Tìm x để $C = \sqrt{x}$.

Bài II (3,0 điểm) Cho hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d_1) và hàm số $y = m^2x - m + 1$ có đồ thị là đường thẳng (d_2) (m là tham số, $m \neq 0$)

1) Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2) Tìm m để đường thẳng (d_1) song song với đường thẳng (d_2)

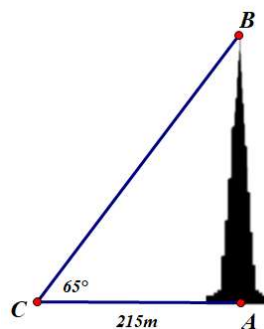
3) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d_1) với hai trục tọa độ Ox, Oy và M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d_2) với hai trục tọa độ Ox, Oy.

a) Tính diện tích tam giác OAB.

b) Tìm m để $S_{OAB} = 4S_{OMN}$.

Bài III (4,0 điểm)

1) Landmark 81 là toà nhà chọc trời ở Thành phố Hồ Chí Minh, hiện đang giữ kỉ lục là toà nhà cao nhất Việt Nam, với thiết kế gồm 81 tầng, lấy cảm hứng từ những bó tre truyền thống, tương trưng cho sức mạnh và sự đoàn kết dân tộc Việt Nam.



Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 65° và bóng của toà nhà đổ trên mặt đất dài 215m. Tính chiều cao của toà nhà (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB. Qua A kẻ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn (Ax và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Trên tia Ax lấy điểm D. Từ D kẻ tiếp tuyến DC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm, C khác A)

- a) Chứng minh 4 điểm A, O, C, D cùng thuộc một đường tròn
 b) Đoạn thẳng BD cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F .

Chứng minh $AD^2 = DF \cdot DB$ và $\widehat{DCF} = \widehat{DBC}$

- c) Kẻ CH vuông góc với AB tại H , CH cắt BD tại K . Chứng minh K là trung điểm CH .

Bài IV (0,5 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 9$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

----- HẾT -----



ON THI
123

ĐỀ SỐ 4

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN NAM TỪ LIÊM

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Rút gọn các biểu thức sau: a) $\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$ b) $10\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}-2}$

2) Giải phương trình: a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 4$ b) $x + 5\sqrt{x} - 36 = 0$

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}+6}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{3x+4}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$. 2) Chứng minh $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm số nguyên tố x lớn nhất thỏa mãn $\frac{A}{B} < \frac{2}{3}$.

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y = mx + 4$ (với $m \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng

1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-1;3)$. Vẽ đồ thị hàm số tương ứng với m vừa tìm được.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 5 - 2x$.

3) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng $\sqrt{8}$.

Bài IV (3,0 điểm)

1) **(0,5 điểm).** Một cột đèn có bóng chiếu trên mặt đất dài 4,5m. Các tia sáng mặt trời chiếu qua đỉnh cột đèn tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 57° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) **(3,0 điểm).** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH. Vẽ đường tròn tâm A, bán kính AH. Từ điểm C kẻ tiếp tuyến CM với đường tròn (A; AH) (M là tiếp điểm, M không nằm trên đường thẳng BC)

a) Chứng minh bốn điểm A, M, C và H cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của AC và MH. Kẻ đường kính MD của đường tròn (A). Chứng minh BD là tiếp tuyến của đường tròn (A) và $BH \cdot HC = AI \cdot AC$

c) Vẽ đường tròn tâm O, đường kính BC cắt đường tròn (A) tại P và Q. Chứng minh $PQ \parallel DM$.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{a+b^2} + \frac{b}{b+c^2} + \frac{c}{c+a^2} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

HẾT

ĐỀ SỐ 5

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN BA ĐÌNH

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Rút gọn các biểu thức: $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{(3+\sqrt{5})^2}$.

2) Giải phương trình: a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 4$ b) $x + 5\sqrt{x} - 36 = 0$

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0$; $x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$. 2) Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$

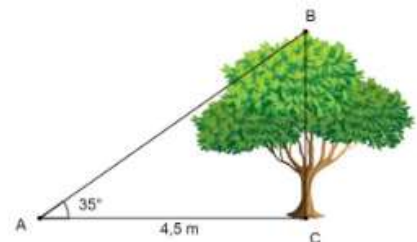
3) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất thoả mãn $A.B \leq -1$.

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số $y = (m-2)x + 3$ (với $m \neq 2$, x là biến số) có đồ thị là đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

- 1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-2;1)$. Vẽ đường thẳng (d) ứng với giá trị m vừa tìm được.
- 2) Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = 3x + 1$.
- 3) Tìm tất cả giá trị m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 1.

Bài IV (4,0 điểm)

1) Trên sân trường một cây xanh có bóng dài 4,5m. Biết tại thời điểm đó tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng 35° . Tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho đường tròn (O) có bán kính R, điểm K bên ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm)

a) Chứng minh bốn điểm K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Vẽ đường kính AC của đường tròn (O). Chứng minh $BC \parallel KO$.

c) Chứng minh $BC.KO = 2R^2$. Tính diện tích tam giác ABC theo R, biết $OK = 2R$.

Bài V (0,5 điểm) Với ba số thực dương x, y, z thoả mãn $x^2 + y^2 = z^2$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \left(1 + \frac{z}{x}\right) \left(1 + \frac{z}{y}\right)$

HẾT

ĐỀ SỐ 6

PHÒNG GD & ĐT

QUẬN HAI BÀ TRƯNG

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

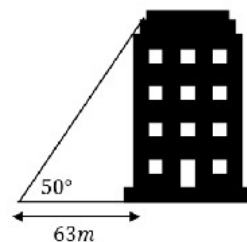
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (1,5 điểm).

1) Thực hiện các phép tính: $\frac{3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} + \sqrt{3}(2\sqrt{3}-1) + \sqrt{12}$

2) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 5 = 0$

3) Một toà nhà cao tầng vuông góc với mặt đất. Tại thời điểm tia nắng tạo với mặt đất một góc bằng 50° thì bóng của toà nhà trên mặt đất khoảng 63m. Tính chiều cao của toà nhà (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{5\sqrt{x}+3}{9-x}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức với $x = 1$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm giá trị x nguyên để $A + B$ có giá trị nguyên.

Bài III (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$

2) Cho hàm số bậc nhất $y = (m+1)x - 2$ ($m \neq -1$) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Vẽ đồ thị hàm số với $m = 0$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d'): $y = x + 1$ tại hai điểm có hoành độ bằng 1.

c) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{OAB} = 45^\circ$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ tia tiếp tuyến Ax. Lấy M thuộc tia Ax (M khác A). MB cắt nửa đường tròn tại C. Kẻ OH vuông góc với BC (H thuộc BC)

a) Chứng minh bốn điểm O, A, M, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Tiếp tuyến tại B cắt tia OH tại D.

Chứng minh $OH \cdot HD = \frac{BC^2}{4}$ và DC là tiếp tuyến của đường tròn (O).

c) Chứng minh OM vuông góc với AD.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $a + b \geq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + \frac{1}{2a} + \frac{9}{2b}$.

HẾT



ĐỀ SỐ 7

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức:

a) $A = 3\sqrt{45} + \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{125}$

b) $B = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{4}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{\sqrt{21} + \sqrt{7}}{\sqrt{3} + 1}$

2) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$

b) $\sqrt{4x - 12} - 6\sqrt{x - 3} + 8\sqrt{9x - 27} = 20$

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2x}{9 - x}$ với $x > 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$

3) Tìm giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = AB$.

Bài III (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = 2mx + 3$, $m \neq 0$ có đồ thị là đường thẳng (d)

1) Vẽ đồ thị của hàm số với $m = -1$.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + 2m - 1$.

Bài IV (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M kẻ tiếp tuyến ME với đường tròn (O) ; E là tiếp điểm. Đường thẳng qua E vuông góc với OM tại H cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F.

1) Chứng minh MF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

2) Đoạn thẳng MO cắt đường tròn (O) tại I. Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF.

3) Kẻ đường kính ED, FK vuông góc với ED tại K. Gọi P là giao điểm của MD với KF và Q là trung điểm của FD. Chứng minh H, P, Q thẳng hàng.

Bài V (1,0 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x + 5} - y^3 = \sqrt{y + 5} - x^3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 - 3xy + 12y - y^2 + 2011$

HẾT

ĐỀ SỐ 8

PHÒNG GD & ĐT

QUẬN TÂY HỒ

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để biểu thức $P = AB$ nhận giá trị nguyên.

Bài II (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x+20} - 2\sqrt{x+5} + \frac{1}{3}\sqrt{9x+45} - 3 = 0$

b) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 7$

Bài III (2,0 điểm)

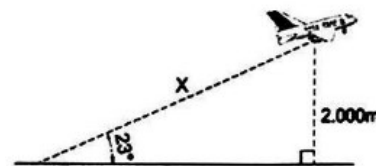
Cho hàm số $y = (m-2)x + 2$, với $m \neq 2$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- a) Vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 3$
- b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = -5x + 1$
- c) Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm A, cắt trục Oy tại điểm B. Tìm giá trị của m để diện tích tam giác ABO bằng 1.

Bài IV (3,5 điểm)

1) Toán thực tế:

Một chiếc máy bay cất cánh theo góc 23° so với phương nằm ngang. Hỏi muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một quãng đường là bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho $(O;R)$. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn tâm O, vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (O) có B, C là các tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của AO và dây BC. Kẻ đường kính BD.

- a) Chứng minh 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn
- b) Biết $R = 3\text{cm}$. Tính độ dài tích OA.OH
- c) Tiếp tuyến của (O) tại D cắt BC tại E. Chứng minh tam giác ACD đồng dạng với tam giác OCE.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số x, y thỏa mãn $x + y + 3 = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 1$

Tìm giá trị của biểu thức $M = x^{2022} + y^{2023} + 2022$.

HẾT

ĐỀ SỐ 9

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $H = \frac{4x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $N = \frac{1}{\sqrt{x}+5} - \frac{7}{25-x}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

- 1) Tính giá trị của biểu thức H khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức $K = N.H$

Bài II (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

- 1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{48}$
- 2) Tìm x biết: $\sqrt{x}(1-4\sqrt{x}) + 1 - 4\sqrt{x} = 0$

Bài III (2,0 điểm)

- 1) Vẽ đồ thị hàm số $(d): y = x + 1$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .
- 2) Cho hàm số bậc nhất $y = (4 - 2m)x + 2022$, với m là tham số và $m \neq 2$
 - a) Với những giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến ?
 - b) Tìm giá trị của m biết đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2

Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB . Lấy điểm C thuộc đường tròn $(O;R)$ sao cho $AC > BC$. Kẻ đường cao CH của tam giác ABC ($H \in AB$), kéo dài CH cắt $(O;R)$ tại điểm D ($D \neq C$). Tiếp tuyến tại điểm A và tiếp tuyến tại điểm C của đường tròn $(O;R)$ cắt nhau tại điểm M . Gọi I là giao điểm của OM và AC .

- a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM .
- b) Hai đường thẳng MC và AB cắt nhau tại F . Chứng minh $BC = 2.IO$ và DF là tiếp tuyến của $(O;R)$
- c) Chứng minh $AF.BH = BF.AH$.

Bài V (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \frac{(x+1)(y+1)(x+y)}{xy}$

HẾT

ĐỀ SỐ 10

PHÒNG GD & ĐT

HUYỆN THƯỜNG TÍN

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{4-x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức A

3) Biết $M = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nguyên của x để $M^2 < \frac{1}{4}$

Bài II (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $2\sqrt{9x-9} + 4\sqrt{x-1} - 3\sqrt{4x-4} = 4$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

Bài III (2,0 điểm) Cho hàm số $y = (m-3)x + 5 - m$ có đồ thị là đường thẳng (d)

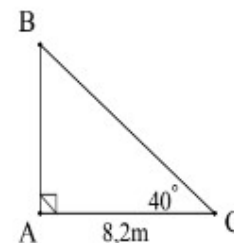
a) Tìm m để hàm số đồng biến?

b) Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm A(2;5)

c) Tìm m để (d) cắt đường thẳng $(d_1): y = 2x - 4$ tại một điểm nằm trên Oy.

Bài IV (3,5 điểm)

1) (0,5 điểm) Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài 8,2m. Các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 40° . Tính chiều cao của cột đèn? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Kẻ tiếp tuyến Ax, lấy điểm P trên Ax ($AP > R$). Từ P kẻ tiếp tuyến PM của $(O;R)$ (M là tiếp điểm)

($AP > R$). Từ P kẻ tiếp tuyến PM của $(O;R)$ (M là tiếp điểm)

a) Chứng minh: bốn điểm A, P, M, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $OP \perp AM$ và $BM \parallel OP$.

c) Đường thẳng vuông góc với AB tại O cắt tia BM tại N, AN cắt OP tại K; PM cắt ON tại I; PN cắt OM tại J. Chứng minh I, J, K thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm) Cho $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của $M = 9x^2 - 5x + \frac{1}{9x} + 2022$

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



ĐỀ SỐ 1

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN ĐỒNG ĐA

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức: $\sqrt{75} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \frac{2}{2-\sqrt{3}}$.

2) Giải phương trình: $\sqrt{x-5} - \sqrt{9x-45} + 4 = 0$

Lời giải

$$\begin{aligned} 1) \sqrt{75} + \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} - \frac{2}{2-\sqrt{3}} \\ = 5\sqrt{3} + |\sqrt{3}-1| - \frac{2(2+\sqrt{3})}{4-3} \\ = 5\sqrt{3} + \sqrt{3} - 1 - 4 - 2\sqrt{3} \\ = 4\sqrt{3} - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \sqrt{x-5} - \sqrt{9x-45} + 4 &= 0 \quad (x \geq 5) \\ \Leftrightarrow \sqrt{x-5} - 3\sqrt{x-5} + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow -2\sqrt{x-5} &= -4 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x-5} &= 2 \\ \Leftrightarrow x-5 &= 4 \\ \Leftrightarrow x &= 9 \quad (\text{tmđk}) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm duy nhất là $x = 9$.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2x}{x-4}$ với $x \geq 0$; $x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Đặt $M = A.B$. Tìm các giá trị của x là số chính phương thỏa mãn $M < 3$.

Lời giải

Thay $x = 36$ (tmđkxd) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{4\sqrt{36}+1}{\sqrt{36}-2} = \frac{4.6+1}{6-2} = \frac{24+1}{4} = \frac{25}{4}$

Vậy với $x = 36$ thì $A = \frac{25}{4}$.

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{2x}{x-4} = \frac{2(\sqrt{x}+2) + 3\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - 2x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2\sqrt{x}+4+3x-6\sqrt{x}-2x}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

$$3) M = A.B = \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Để } M < 3 \Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} < 3 \Leftrightarrow \frac{4\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} - 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2} < 0$$

$$\forall \sqrt{x} + 2 > 0 \quad \forall x \geq 0; x \neq 4. \Rightarrow \sqrt{x} - 5 < 0 \Leftrightarrow x < 25.$$

$$\text{Kết hợp ĐKXĐ } x \geq 0; x \neq 4 \Rightarrow 0 \leq x < 25; x \neq 4$$

$$\forall x \text{ là số chính phương nên } x \in \{0; 1; 9; 16\}$$

Bài III (2,0 điểm) Cho hàm số $y = (m+2)x - 3$ (m là tham số, $m \neq -2$) có đồ thị là đường thẳng

1) Vẽ đồ thị hàm số trên với $m=1$.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = -2x + 3$.

3) Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm A , cắt trục Oy tại điểm B . Tìm tất cả các giá trị m để đoạn thẳng AB có độ dài là 5 đơn vị.

Lời giải

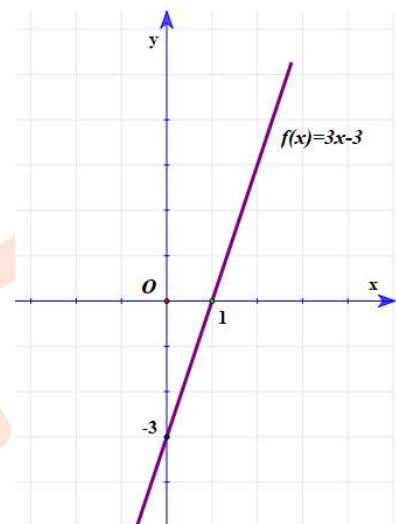
1) Vẽ đồ thị hàm số $y = (m+2)x - 3$ với $m=1$. (*)

Thay $m=1$ (tmđk) vào hàm số (*) ta có hàm số $y = 3x - 3$

Ta có bảng giá trị

x	0	1
y	-3	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0; -3)$ và $(1; 0)$, ta có đồ thị sau:



$$2) \text{ Để } (d) \parallel (d_1): y = -2x + 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 = -2 \\ -3 \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -4$$

Vậy với $m = -4$ thì $(d) \parallel (d_1)$.

$$3) \text{ Vì } A \text{ là giao điểm của } (d) \text{ và } Ox \Rightarrow A\left(\frac{3}{m+2}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{3}{m+2}\right|.$$

$$\text{Vì } B \text{ là giao điểm của } (d) \text{ và } Oy \Rightarrow B(0; -3) \Rightarrow OB = |-3| = 3$$

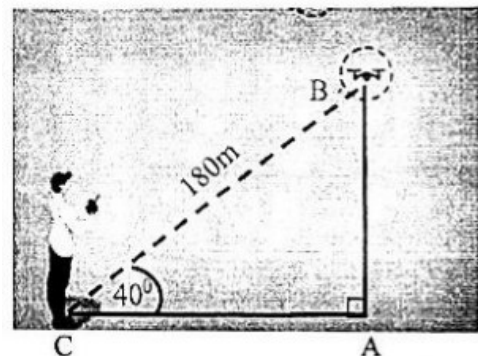
Ta có $\triangle OAB$ vuông tại O , theo định lý Pytago ta có $AB^2 = OA^2 + OB^2 = 5^2$

$$\left(\frac{3}{m+2}\right)^2 + 3^2 = 25 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{m+2}\right)^2 = 16 \Leftrightarrow (m+2)^2 = \frac{9}{16} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 = \frac{3}{4} \\ m+2 = -\frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{5}{4} \\ m = -\frac{11}{4} \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy với $m \in \left\{-\frac{5}{4}; -\frac{11}{4}\right\}$ thì $AB = 5$ (đơn vị độ dài)

Bài IV (3,5 điểm)

1) Những người sử dụng Flycam được hướng dẫn nên điều khiển Flycam bay ở độ cao dưới 120m so với mặt đất nhằm nguy cơ va chạm với máy bay khác. Để thử chiếc Flycam mới mua, bác Nam đã mang ra khu vực cánh đồng và điều khiển cho Flycam bay một đường tạo với một góc so với mặt đất là 40° và cách mình 180m. Khi đó máy bay có ở trong “độ cao an toàn” so với hướng dẫn hay không?



2) Cho tam giác ABC vuông tại A. Vẽ đường tròn (O) đường kính AC. Đường tròn (O) cắt tại điểm thứ hai là D. Tiếp tuyến tại D của đường tròn (O) cắt AB tại M.

a) Chứng minh: bốn điểm A, M, D, O cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $AD^2 = BD \cdot CD$ và $OM \parallel BC$

c) Kẻ $OE \perp DC$ tại E, AE giao với (O) tại F, AD cắt CF tại I. Chứng minh OD là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$.

Lời giải

1) Gọi AB là độ cao của Flycam so với mặt đất

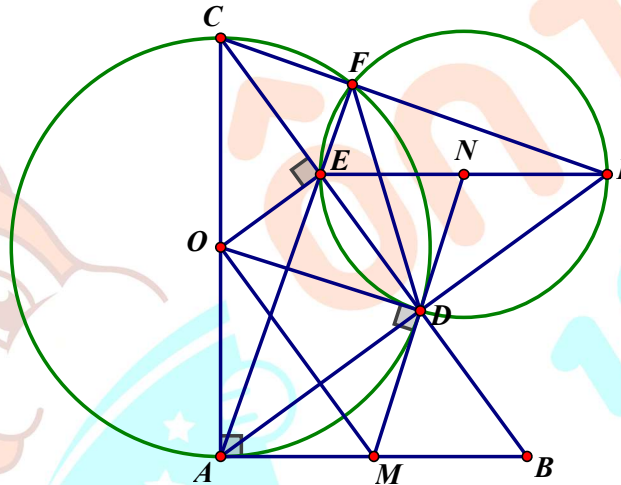
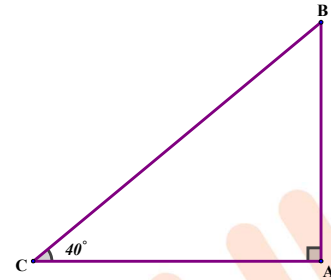
BC là khoảng cách từ Flycam đến người điều khiển

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A ta có

$$AB = BC \cdot \sin C = 180 \cdot \sin 40^\circ \approx 115,7 \text{ (m)}$$

Vậy Flycam bay trong độ cao an toàn so với hướng dẫn

2)



a) Ta có $\triangle AMO$ vuông tại A $\Rightarrow \triangle AMO$ nội tiếp đường tròn đường kính OM.

$\Rightarrow M, A, O$ thuộc đường tròn đường kính MO (1)

Ta có $\triangle DMO$ vuông tại D $\Rightarrow \triangle DMO$ nội tiếp đường tròn đường kính OM.

$\Rightarrow M, D, O$ thuộc đường tròn đường kính MO (1)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, M, D, O$ thuộc đường tròn đường kính MO.

b) $\triangle ADC$ nội tiếp đường tròn (O) có AC là đường kính $\Rightarrow \triangle ADC$ vuông tại D $\Rightarrow AD \perp DC$

Xét $\triangle ABC$ vuông có AD là đường cao, ta có $AD^2 = BD \cdot CD$ (hệ thức lượng)

Ta có $AB \perp OA \Rightarrow BA$ là tiếp tuyến của (O) tại A

Xét (O) có hai tiếp tuyến MA, MD cắt nhau tại M $\Rightarrow MA = MD$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có $OA = OD = R$

Khi đó MO là đường trung trực của AD $\Rightarrow MO \perp AD$

Mà $BC \perp AD \Rightarrow MO \parallel BC$.

c) Gọi N là trung điểm IE . Vì F nội tiếp $(O) \Rightarrow \widehat{CFA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AFI} = 90^\circ$ hay $\widehat{EFI} = 90^\circ$

Ta có $\triangle FEI$ vuông tại $F \Rightarrow \triangle FEI$ nội tiếp (N) đường kính EI .

Tương tự ta có $\triangle EDI$ nội tiếp (N) đường kính EI .

Suy ra $\triangle DEF$ nội tiếp (N) đường kính EI .

Ta chứng minh E là trực tâm $\triangle ACF \Rightarrow IE \perp AC$

$$\Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{EID}; \widehat{ACD} = \widehat{ODC}; \widehat{EID} = \widehat{IDN} \Rightarrow \widehat{ODC} = \widehat{IDN}$$

$$\text{Mà } \widehat{IDN} + \widehat{NDC} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ODC} + \widehat{NDC} = 90^\circ \text{ hay } \widehat{ODN} = 90^\circ$$

$\Rightarrow OD \perp DN \Rightarrow OD$ là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp $\triangle DEF$.

Bài V (0,5 điểm) Cho $x, y > 0; x + y \leq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{4}{x} + \frac{3}{y} - x - \frac{5y}{3}$.

Lời giải

$$T = \frac{4}{x} + \frac{3}{y} - x - \frac{5y}{3} = \left(\frac{4}{x} + x\right) + \left(\frac{3}{y} + \frac{y}{3}\right) - 2(x + y) \geq 2\sqrt{\frac{4}{x} \cdot x} + 2\sqrt{\frac{3}{y} \cdot \frac{y}{3}} - 10 = 4 + 2 - 10 = -4$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} \frac{4}{x} = x \\ \frac{3}{y} = \frac{y}{3} \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy GTNN của $T = -4$ khi $x = 2; y = 3$.

HẾT

ĐỀ SỐ 2

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN HOÀN KIẾM

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức sau:

a) $\sqrt{75} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{48}$.

b) $N = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+1} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$

2) Giải phương trình: $\sqrt{4x+8} + \sqrt{x+2} = 6$

Lời giải

1a) $\sqrt{75} - 3\sqrt{27} + 2\sqrt{48} = 5\sqrt{3} - 9\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

b) $N = \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+1} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \frac{2-1}{\sqrt{2}-1} + \frac{2(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} - |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}+1+2-(\sqrt{2}-1) = 4$

2) $\sqrt{4x+8} + \sqrt{x+2} = 6 \quad (x \geq -2)$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+2} = 6 \Leftrightarrow 3\sqrt{x+2} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 2 \Leftrightarrow x+2 = 4 \Leftrightarrow x = 2 \text{ (tmđk)}$

Vậy PT có nghiệm duy nhất $x = 2$.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Đặt $x \in \mathbb{Z}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = B : A$.

Lời giải

1) Thay $x = 9$ (tmđk) vào A ta có $A = \frac{\sqrt{9}-1}{\sqrt{9}} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$

Vậy $A = \frac{2}{3}$ khi $x = 9$

2) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{x-\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{x-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

3) $P = B : A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} : \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = 1 + \frac{2}{\sqrt{x}-1}$

Với $x > 0; x \neq 1$ mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{x}-1} \leq \frac{2}{\sqrt{2}-1} = 2(\sqrt{2}+1) \Rightarrow P \leq 3+2\sqrt{2}$

Vậy GTLN của $P = 3+2\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y = (m^2 - 1)x + 2$ (1) có đồ thị là đường thẳng (d) (m là tham số, $m \neq \pm 1$)

- 1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(1;1)$
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, vẽ đồ thị hàm số (1) với m tìm được ở câu 1.
- 3) Gọi M;N theo thứ tự là giao điểm của đường thẳng (d) với Ox; Oy. Tìm tất cả các giá trị của m để tam giác MON là tam giác vuông cân.

Lời giải

1) Vì $A(1;1) \in (d)$. Thay $x = 1; y = 1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có

$$1 = (m^2 - 1) \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow m^2 - 1 = -1 \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0 \text{ (tmđk)}$$

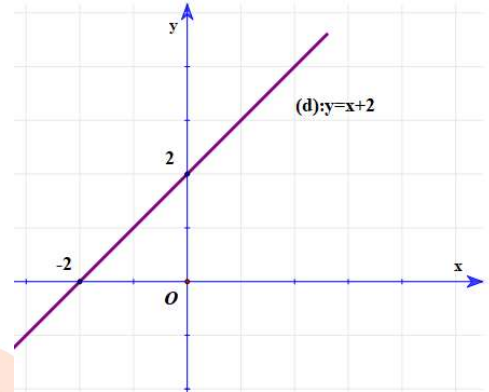
Vậy $m = 0$ thì (d) đi qua điểm $A(1;1)$

2) Với $m = 0 \Rightarrow (d): y = x + 2$

Ta có bảng giá trị

x	0	-2
y	2	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0;2)$ và $(-2;0)$, ta có đồ thị sau



3) Vì M là giao điểm của (d) với Ox $\Rightarrow M\left(\frac{-2}{m^2 - 1}; 0\right) \Rightarrow OM = \left|\frac{-2}{m^2 - 1}\right| = \frac{2}{|m^2 - 1|}$

Vì N là giao điểm của (d) với Oy $\Rightarrow N(0;2) \Rightarrow ON = |2| = 2$

Để $\triangle MON$ là tam giác vuông cân thì $OM = ON$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{|m^2 - 1|} = 2 \Leftrightarrow |m^2 - 1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 = 1 \\ m^2 - 1 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 2 \\ m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm\sqrt{2} \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{0; \pm\sqrt{2}\}$

Bài IV (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Qua M kẻ hai tiếp tuyến MA, MB với đường tròn $(O;R)$ (A, B là các tiếp điểm). Đoạn thẳng OM cắt đường thẳng AB tại điểm H và cắt đường tròn $(O;R)$ tại điểm I.

- 1) Chứng minh bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc một đường tròn.
- 2) Kẻ đường kính AD của đường tròn $(O;R)$. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn $(O;R)$ tại điểm C khác D. Chứng minh $MA^2 = MH \cdot MO = MC \cdot MD$
- 3) Chứng minh $IH \cdot IO = IM \cdot OH$.

Lời giải

a) Ta có MA, MB là các tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow MA \perp OA$; $MB \perp OB$

$\Rightarrow \Delta MAO$ vuông tại A

$\Rightarrow \Delta MAO$ nội tiếp đường tròn đường kính OM.

$\Rightarrow \Delta MBO$ vuông tại B

$\Rightarrow \Delta MBO$ nội tiếp đường tròn đường kính OM.

$\Rightarrow$ Bốn điểm M, A, B, O cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

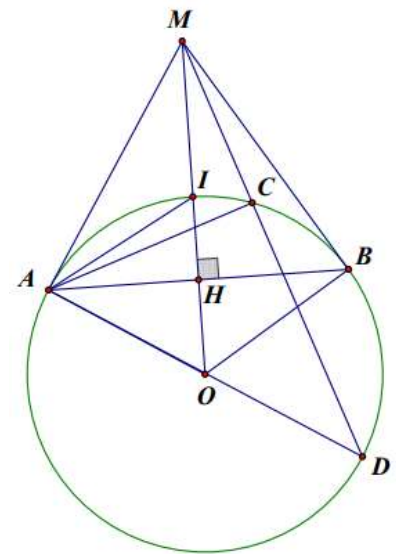
b) Xét ΔAMO vuông tại A có $AH \perp OM$

$\Rightarrow MA^2 = MH.MO$ (hệ thức lượng) (1)

Xét ΔMAD vuông tại A có $AC \perp MD$

$\Rightarrow MA^2 = MC.MD$ (hệ thức lượng) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MA^2 = MH.MO = MC.MD$



c) Ta có $\begin{cases} \widehat{AIH} = \widehat{OAI} \\ \widehat{IAH} + \widehat{AIH} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{AIH} = \widehat{IAM} \Rightarrow AI \text{ là phân giác } \widehat{MAH} \\ \widehat{IAM} + \widehat{OAI} = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{IH}{IM} = \frac{AH}{AM} \quad (3)$

Lại có $\widehat{AMH} = \widehat{HAO} \Rightarrow \sin \widehat{AMH} = \sin \widehat{HAO} \Rightarrow \frac{AH}{AM} = \frac{OH}{OA} = \frac{OH}{OI} \quad (4)$

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \frac{IH}{IM} = \frac{OH}{OI} \Leftrightarrow IH.OI = IM.OH$. (dpcm)

Bài V (0,5 điểm) Với x, y là các số thực dương thoả mãn $x^2 + y^2 = 2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x^2}{y} + \frac{3y}{x}$.

Lời giải

Ta có $2 = x^2 + y^2 \geq 2xy \Rightarrow xy \leq 1$

$$P = \frac{2x^2}{y} + \frac{3y}{x} = \frac{2x^3 + 3y^2}{xy} \geq 2x^3 + 3y^2 = 2x^3 + 3(2 - x^2) = 2x^3 - 3x^2 + 6 = (x-1)^2(2x+1) + 5 \geq 5$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} (x-1)^2(2x-1) = 0 \\ xy = 1 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = 1$. Vậy GTNN của $P = 5$ khi $x = y = 1$

HẾT

ĐỀ SỐ 3

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN CẦU GIẤY

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ và $B = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}-5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.

2) Chứng minh $B = \frac{5}{\sqrt{x}-5}$

3) Đặt $C = A - 2B$. Tìm x để $C = \sqrt{x}$.

Lời giải

1) Thay $x = 36$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{36}+1}{\sqrt{36}-5} = \frac{6+1}{6-5} = \frac{7}{1} = 7$.

Vậy $A = 7$ khi $x = 36$

2) $B = \left(\frac{3\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}-5} \right) : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5} = \frac{3\sqrt{x}+2(\sqrt{x}+5)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+5)} \cdot \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+2} = \frac{5\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+2)}$
 $= \frac{5(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-5)(\sqrt{x}+2)} = \frac{5}{\sqrt{x}-5}$

3) $C = A - 2B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5} - \frac{10}{\sqrt{x}-5} = \frac{\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}-5}$

Để $C = \sqrt{x} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-9}{\sqrt{x}-5} = \sqrt{x} \Rightarrow x - 6\sqrt{x} + 9 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-3)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (tmđk)

Vậy để $C = \sqrt{x}$ thì $x = 9$.

Bài II (3,0 điểm) Cho hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d_1) và hàm số $y = m^2x - m + 1$ có đồ thị là đường thẳng (d_2) (m là tham số, $m \neq 0$)

1) Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2) Tìm m để đường thẳng (d_1) song song với đường thẳng (d_2)

3) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d_1) với hai trục tọa độ Ox, Oy và M, N lần lượt là giao điểm của đường thẳng (d_2) với hai trục tọa độ Ox, Oy.

a) Tính diện tích tam giác OAB.

b) Tìm m để $S_{OAB} = 4S_{OMN}$.

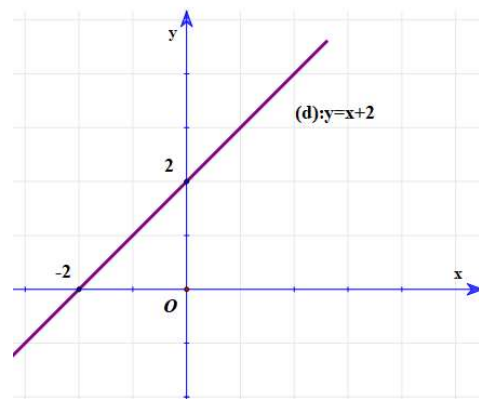
Lời giải

1) Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 2$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Ta có bảng giá trị

x	0	-2
y	2	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0;2)$ và $(-2;0)$, ta có đồ thị sau



2) Để $(d_1) \parallel (d_2)$ thì $\begin{cases} 1 = m^2 \\ 2 \neq -m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 1 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 1$

Vậy để $(d_1) \parallel (d_2)$ thì $m = 1$.

3a) Vì A là giao điểm của (d_1) với Ox $\Rightarrow A(-2;0) \Rightarrow OA = |-2| = 2$

B là giao điểm của (d_1) với Oy $\Rightarrow B(0;2) \Rightarrow OB = |2| = 2$

Vì $\triangle OAB$ vuông tại O nên $S_{OAB} = \frac{1}{2}OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$ (đvdt)

3b) Vì M là giao điểm của (d_2) với Ox $\Rightarrow M\left(\frac{m-1}{m^2}; 0\right) \Rightarrow OM = \left|\frac{m-1}{m^2}\right| = \frac{|m-1|}{m^2}$

N là giao điểm của (d_2) với Oy $\Rightarrow N(0; -m+1) \Rightarrow ON = |-m+1| = |m-1|$

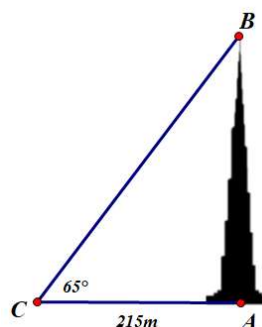
Vì $\triangle OMN$ vuông tại O nên $S_{OMN} = \frac{1}{2}OM \cdot ON = \frac{1}{2} \cdot \frac{|m-1|}{m^2} \cdot |m-1| = \frac{(m-1)^2}{2m^2}$ (đvdt)

Vì $S_{OAB} = 4S_{OMN} \Leftrightarrow 2 = 4 \cdot \frac{(m-1)^2}{2m^2} \Rightarrow m^2 = (m-1)^2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ (tm)

Vậy $m = \frac{1}{2}$.

Bài III (4,0 điểm)

1) Landmark 81 là tòa nhà chọc trời ở Thành phố Hồ Chí Minh, hiện đang giữ kỉ lục là tòa nhà cao nhất Việt Nam, với thiết kế gồm 81 tầng, lấy cảm hứng từ những bó tre truyền thống, tương trưng cho sức mạnh và sự đoàn kết dân tộc Việt Nam.



Tại một thời điểm trong ngày, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 65° và bóng của toà nhà đổ trên mặt đất dài 215m. Tính chiều cao của toà nhà (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho nửa đường tròn $(O; R)$ đường kính AB . Qua A kẻ tiếp tuyến Ax với nửa đường tròn (Ax và nửa đường tròn thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ AB). Trên tia Ax lấy điểm D . Từ D kẻ tiếp tuyến DC với nửa đường tròn (O) (C là tiếp điểm, C khác A)

a) Chứng minh 4 điểm A, O, C, D cùng thuộc một đường tròn

b) Đoạn thẳng BD cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F .

Chứng minh $AD^2 = DF \cdot DB$ và $\widehat{DCF} = \widehat{DBC}$

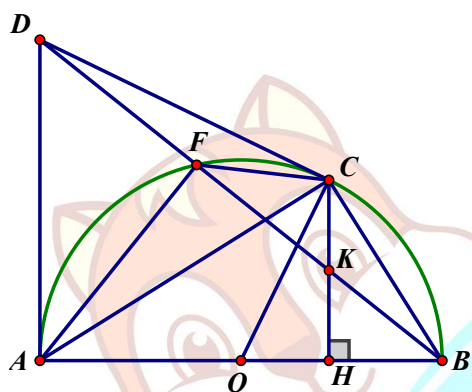
c) Kẻ CH vuông góc với AB tại H , CH cắt BD tại K . Chứng minh K là trung điểm CH .

Lời giải

1) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = AC \cdot \tan 65^\circ = 215 \cdot \tan 65^\circ \approx 461,1$ (m)

Vậy chiều cao của toà nhà xấp xỉ 461,1 m.

2)



a) Vì AD là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow AD \perp OA$

$\Rightarrow \triangle AOD$ vuông tại $A \Rightarrow \triangle AOD$ nội tiếp đường tròn đường kính OD .

$\Rightarrow A, O, D$ nội tiếp đường tròn đường kính OD . (1)

Vì DC là tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow DC \perp OC$

$\Rightarrow \triangle OCD$ vuông tại $C \Rightarrow \triangle OCD$ nội tiếp đường tròn đường kính OD .

$\Rightarrow C, O, D$ nội tiếp đường tròn đường kính OD . (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow 4$ điểm A, O, C, D thuộc đường tròn đường kính OD .

b) Ta có $\triangle FAB$ nội tiếp (O) đường kính $AB \Rightarrow \triangle FAB$ vuông tại F .

Xét $\triangle ADB$ vuông tại A có $AF \perp BD \Rightarrow AD^2 = DF \cdot DB$ (hệ thức lượng)

Mà $DA = DC$ (tc hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow DC^2 = DF \cdot DB$ (dpcm)

Ta có $DC^2 = DF \cdot DB$ (cmt) $\Rightarrow \frac{DC}{DF} = \frac{DB}{DC}$

Xét $\triangle DCF$ và $\triangle DBC$ có

$$\frac{DC}{DF} = \frac{DB}{DC} \text{ và } \widehat{CDB} \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle DCF \sim \triangle DBC \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{DCF} = \widehat{DBC} \text{ (dpcm)}$$

$$\text{c) Ta có } CH \parallel DA \text{ (cùng vuông góc với } AB) \Rightarrow \frac{KH}{DA} = \frac{BK}{BD} \text{ (hệ quả Talet) (3)}$$

$$\text{Lại có } \widehat{DAC} = \widehat{HCA} \text{ (so le trong) và } \widehat{DAC} = \widehat{DCA} \text{ (}\triangle DAC \text{ cân tại } A)$$

$$\Rightarrow \widehat{DCA} = \widehat{HCA} \Rightarrow CA \text{ là phân giác } \widehat{DCK}$$

$$\text{Mà } CA \perp CB \text{ (}\triangle CAB \text{ nội tiếp đường tròn đường kính } AB)$$

$$\Rightarrow CB \text{ là phân giác góc ngoài } \triangle CKD \Rightarrow \frac{BK}{BD} = \frac{CK}{CD} \text{ (tc)} \Rightarrow \frac{BK}{BD} = \frac{CK}{DA} \text{ (4)}$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow CK = KH \text{ hay } K \text{ là trung điểm } CH.$$

Bài IV (0,5 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2 - xy + y^2 = 9$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = x^2 + y^2 \leq x^2 + y^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 - xy + y^2) = 18$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } x = y = \pm 3. \text{ Vậy GTLN của } P = 18.$$

$$\text{Ta có } P = \frac{2}{3} \cdot \frac{3(x^2 + y^2)}{2} \geq \frac{2}{3} \cdot \frac{3(x^2 + y^2) - (x + y)^2}{2} = \frac{2}{3}(x^2 - xy + y^2) = 6$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } x = \sqrt{3}; y = -\sqrt{3} \text{ hoặc } x = -\sqrt{3}; y = \sqrt{3}$$

$$\text{Vậy GTNN của } P = 6.$$

HẾT

ĐỀ SỐ 4

**PHÒNG GD & ĐT
QUẬN NAM TỪ LIÊM**

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Rút gọn các biểu thức sau: a) $\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{48}$ b) $10\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}-2}$

2) Giải phương trình: a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 4$ b) $x + 5\sqrt{x} - 36 = 0$

Lời giải

1a) $\sqrt{12} - \sqrt{75} - 2\sqrt{48} = 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = -\sqrt{3}$

1b) $10\sqrt{\frac{1}{5}} - \frac{2}{\sqrt{5}-2} = 2\sqrt{5} - \frac{2(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = 2\sqrt{5} - 2(\sqrt{5}+2) = 2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4 = -4$

2a) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 4$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2} = 4$

$\Leftrightarrow |x+1| = 4$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ x+1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-5 \end{cases}$

Vậy PT có tập nghiệm $S = \{3; -5\}$

b) $x + 5\sqrt{x} - 36 = 0 \quad (x \geq 0)$

$\Leftrightarrow (\sqrt{x} + 9)(\sqrt{x} - 4) = 0$

Vì $\sqrt{x} + 9 > 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 4 = 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16 \text{ (tm)}$

Vậy PT có nghiệm duy nhất là $x = 16$.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2}{\sqrt{x}+6}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{3x+4}{x-4}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.

2) Chứng minh $B = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm số nguyên tố x lớn nhất thỏa mãn $\frac{A}{B} < \frac{2}{3}$.

Lời giải

1) Thay $x = 9$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{2}{\sqrt{9}+6} = \frac{2}{3+6} = \frac{2}{9}$

Vậy $A = \frac{2}{9}$ khi $x = 9$.

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} - \frac{3x+4}{x-4} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - (3x+4)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\ &= \frac{x - 2\sqrt{x} + 2x + 4\sqrt{x} - 3x - 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{2}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

$$3) \frac{A}{B} < \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{x}+6} : \frac{2}{\sqrt{x}+2} < \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+6} < \frac{2}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+6} - \frac{2}{3} < 0 \Leftrightarrow \frac{3(\sqrt{x}+2) - 2(\sqrt{x}+6)}{3(\sqrt{x}+6)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-6}{3(\sqrt{x}+6)} < 0. \text{ Vì } 3(\sqrt{x}+6) > 0 \forall x \geq 0; x \neq 4.$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} - 6 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 6 \Leftrightarrow x < 36$$

Kết hợp ĐKXĐ ta có $0 \leq x < 36$ và $x \neq 4$ mà x là số nguyên tố lớn nhất nên $x = 31$

Vậy để $\frac{A}{B} < \frac{2}{3}$ thì $x = 31$.

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số bậc nhất $y = mx + 4$ (với $m \neq 0$) có đồ thị là đường thẳng

1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $M(-1;3)$. Vẽ đồ thị hàm số tương ứng với m vừa tìm được.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 5 - 2x$.

3) Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến đường thẳng (d) bằng $\sqrt{8}$.

Lời giải

1) (d) đi qua $M(-1;3)$. Thay $x = -1$; $y = 3$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có

$$3 = m \cdot (-1) + 4 \Leftrightarrow m = 1 \text{ (tm)}$$

Với $m = 1$ ta có $(d): y = x + 4$

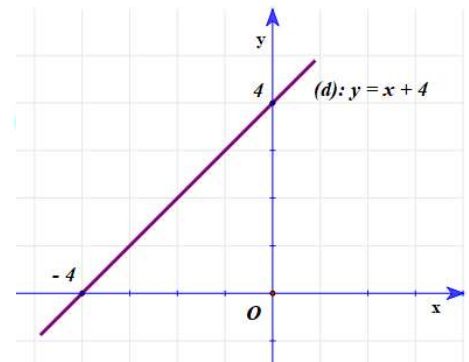
Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 4$ trên mặt phẳng tọa độ

Oxy.

Ta có bảng giá trị

x	0	-4
y	4	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0;4)$ và $(-4;0)$, ta có đồ thị sau



2) Để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y = 5 - 2x \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ 4 \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2 \text{ (tm)}$

Vậy $m = -2$

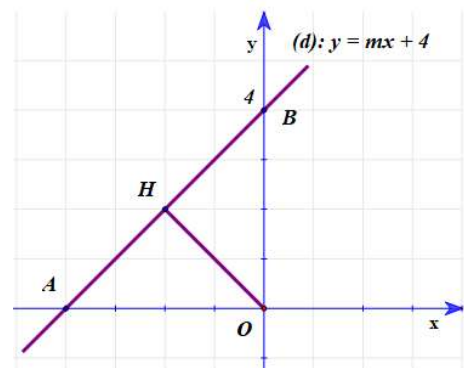
3) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với trục Ox, Oy

$$\Rightarrow A\left(-\frac{4}{m}; 0\right) \text{ và } B(0;4) \Rightarrow OA = \left|-\frac{4}{m}\right| = \frac{4}{|m|}; OB = |4| = 4$$

$$\text{Kẻ } OH \perp AB \text{ (} H \in AB \text{)} \Rightarrow OH = \sqrt{8}$$

Xét $\triangle OAB$ vuông tại O có đường cao OH

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \text{ (hệ thức lượng)}$$



$$\Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{16} + \frac{m^2}{16} \Rightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1 \text{ (tm)}. \text{ Vậy } m \in \{-1; 1\}$$

Bài IV (3,0 điểm)

1) **(0,5 điểm).** Một cột đèn có bóng chiếu trên mặt đất dài 4,5m. Các tia sáng mặt trời chiếu qua đỉnh cột đèn tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 57° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) **(3,0 điểm).** Cho $\triangle ABC$ vuông tại A ($AB < AC$), đường cao AH . Vẽ đường tròn tâm A , bán kính AH . Từ điểm C kẻ tiếp tuyến CM với đường tròn $(A; AH)$ (M là tiếp điểm, M không nằm trên đường thẳng BC)

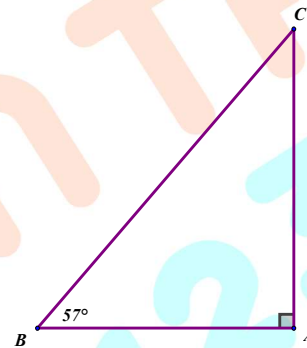
a) Chứng minh bốn điểm A, M, C và H cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi I là giao điểm của AC và MH . Kẻ đường kính MD của đường tròn (A) . Chứng minh BD là tiếp tuyến của đường tròn (A) và $BH \cdot HC = AI \cdot AC$

c) Vẽ đường tròn tâm O , đường kính BC cắt đường tròn (A) tại P và Q . Chứng minh $PQ \parallel DM$.

Lời giải

1) Gọi chiều cao của cột đèn là AC ,
bóng của cột đèn trên mặt đất là AB
Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có
 $AC = AB \cdot \tan 57^\circ = 4,5 \cdot \tan 57^\circ \approx 6,9 \text{ (m)}$
Vậy chiều cao của cột đèn khoảng 6,9m.



2)

a) Xét đường tròn (A) có CM là tiếp tuyến của (A)

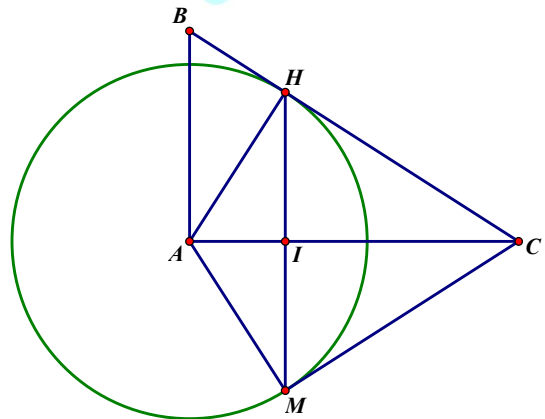
$\Rightarrow CM \perp AM \Rightarrow \triangle AMC$ vuông tại M

$\Rightarrow A, M, C$ thuộc đường tròn đường kính AC . (1)

Ta có $AH \perp BC$ (gt) $\Rightarrow \triangle AHC$ vuông tại H

$\Rightarrow A, H, C$ thuộc đường tròn đường kính AC . (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, M, C, H$ cùng thuộc đường tròn đường kính AC .



b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có AH là đường cao

$$\Rightarrow BH.HC = AH^2 \text{ (hệ thức lượng) (1)}$$

Xét $(A; AH)$ có CH, CM là hai tiếp tuyến cắt nhau tại C

$$\Rightarrow CH = CM \text{ (tính chất). Lại có } AM = AH$$

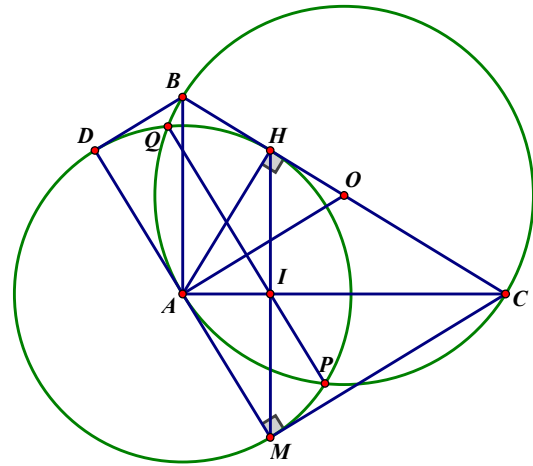
$$\Rightarrow AC \text{ là đường trung trực của } HM.$$

$$\Rightarrow AC \perp HM \text{ tại } I.$$

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H có $HI \perp AC$

$$\Rightarrow AH^2 = AI.AC \text{ (hệ thức lượng) (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow BH.HC = AI.AC$$



c) Ta có CM, CH là hai tiếp tuyến cắt nhau tại C

$$\Rightarrow AC \text{ là phân giác } \widehat{HAM} \Rightarrow \widehat{HAC} = \widehat{MAC} \text{ (tính chất)}$$

$$\text{Ta có } \widehat{DAB} + \widehat{MAC} = 90^\circ \text{ và } \widehat{BAH} + \widehat{HAC} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{BAH}$$

Xét $\triangle BAD$ và $\triangle BAH$ có

$$AH = AD; \widehat{BAD} = \widehat{BAH}; BA \text{ chung}$$

$$\Rightarrow \triangle BAD = \triangle BAH \text{ (c.g.c)}$$

$$\Rightarrow \widehat{BDA} = 90^\circ. \text{ Suy ra } BD \text{ là tiếp tuyến tại } D \text{ của } (A; AH)$$

$$\Rightarrow BD \perp AM \text{ mà } AM \perp MC \Rightarrow DB \parallel MC$$

Ta chứng minh được OA là đường trung bình của hình thang $BDMC$

$$\Rightarrow OA \parallel MC \Rightarrow OA \perp DM \text{ (3)}$$

Ta có (O) cắt (A) tại hai điểm P và Q

$$\text{Suy ra } OA \text{ là đường trung trực của } PQ \Rightarrow OA \perp PQ \text{ (4)}$$

$$\text{Từ (3) và (4)} \Rightarrow PQ \parallel DM$$

Bài V (0,5 điểm) Cho các số dương a, b, c thỏa mãn: $a + b + c = 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{a}{a+b^2} + \frac{b}{b+c^2} + \frac{c}{c+a^2} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

Lời giải

$$\text{Theo bất đẳng thức Cosi ta có } a + b^2 = a(a + b + c) + b^2 \geq 3ab + ac$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức } \frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \text{ ta có}$$

$$\frac{a}{a+b^2} \leq \frac{a}{3ab+ac} = \frac{1}{2b+b+c} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2b} + \frac{1}{b+c} \right) \leq \frac{1}{8b} + \frac{1}{16} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1}{16} \left(\frac{3}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta có } \frac{b}{b+c^2} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{3}{c} + \frac{1}{a} \right); \frac{c}{c+a^2} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{3}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

Cộng với ba đẳng thức cùng chiều, ta được điều phải chứng minh. Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 5

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN BA ĐÌNH

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Rút gọn các biểu thức: $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{(3+\sqrt{5})^2}$.

2) Giải phương trình: a) $\sqrt{x^2+2x+1} = 4$

b) $x + 5\sqrt{x} - 36 = 0$

Lời giải

1) $A = \sqrt{20} - \sqrt{45} + \frac{8}{\sqrt{5}-1} - \sqrt{(3+\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} - \frac{2(5-1)}{\sqrt{5}-1} - |3+\sqrt{5}|$
 $= -\sqrt{5} - 2(\sqrt{5}+1) - (3+\sqrt{5}) = -\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 2 - 3 - \sqrt{5} = -5$

2a) $\sqrt{x^2+2x+1} = 4$

$$\sqrt{(x+1)^2} = 4$$

$$|x+1| = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1=4 \\ x+1=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-5 \end{cases}$$

Vậy $x \in \{3; -5\}$

b) $x + 5\sqrt{x} - 36 = 0$

$$(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+9) = 0$$

Ta thấy $\sqrt{x}+9 > 0 \Rightarrow \sqrt{x}-4 = 0$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$$

Vậy $x = 16$.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$

3) Tìm giá trị x nguyên lớn nhất thỏa mãn $A.B \leq -1$.

Lời giải

1) Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{16}+3}{\sqrt{16}-3} = \frac{4+3}{4-3} = 7$

Vậy $A = 7$ khi $x = 16$.

2) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{3x+9}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (3x+9)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$

$$= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-3x-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3}{\sqrt{x}+3}$$

3) Để $A.B \leq -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+3} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-3} \leq -1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}-3} + 1 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \leq 0$

$$\text{Vì } \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} - 3 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 3 \Leftrightarrow x < 9$$

Kết hợp điều kiện xác định ta có $0 \leq x < 9$

Mà x là giá trị nguyên lớn nhất nên $x = 8$.

Vậy $x = 8$

Bài III (2,5 điểm) Cho hàm số $y = (m-2)x + 3$ (với $m \neq 2$, x là biến số) có đồ thị là đường thẳng (d) trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

1) Tìm giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-2;1)$. Vẽ đường thẳng (d) ứng với giá trị m vừa tìm được.

2) Với giá trị nào của m thì đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = 3x + 1$.

3) Tìm tất cả giá trị m để khoảng cách từ gốc tọa độ đến (d) bằng 1.

Lời giải

1) Vì $A(-2;1) \in d \Rightarrow$ Thay $x = -2$; $y = 1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có

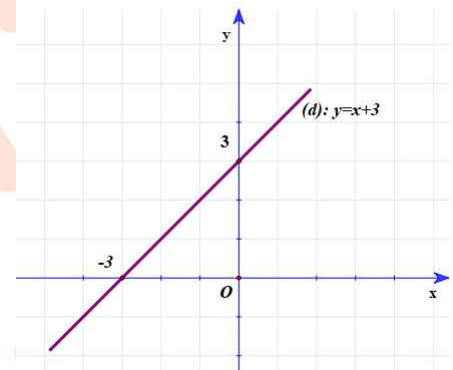
$$1 = (m-2) \cdot (-2) + 3 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow (d): y = x + 3$$

Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 4$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Ta có bảng giá trị

x	0	-3
y	3	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0;3)$ và $(-3;0)$, ta có đồ thị sau



$$2) \text{ Để } (d) \parallel (d_1): y = 3x + 1 \Rightarrow \begin{cases} m-2=3 \\ 3 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow m = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy để $(d) \parallel (d_1)$ thì $m = 5$.

3) Gọi A, B lần lượt là giao điểm của (d) với Ox và Oy .

$$\text{Khi đó } A\left(\frac{3}{2-m}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{3}{2-m}\right|; B(0;3) \Rightarrow OB = |3| = 3$$

Kẻ $OH \perp BC$ tại H . Khi đó khoảng cách từ O đến đường thẳng d là OH

Xét $\triangle OAB$ vuông tại O có OH là đường cao

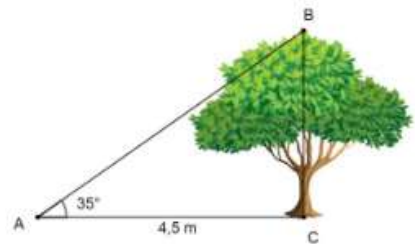
$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} \text{ (hệ thức lượng)}$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{1}{3^2} + \frac{(2-m)^2}{3} \Leftrightarrow \frac{(2-m)^2}{9} = \frac{8}{9} \Leftrightarrow (2-m)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m = 2\sqrt{2} \\ 2-m = -2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2-2\sqrt{2} \\ m = 2+2\sqrt{2} \end{cases}$$

Vậy $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$

Bài IV (4,0 điểm)

1) Trên sân trường một cây xanh có bóng dài 4,5m. Biết tại thời điểm đó tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc bằng 35° . Tính chiều cao của cây đó theo đơn vị mét (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho đường tròn (O) có bán kính R , điểm K bên ngoài đường tròn. Vẽ hai tiếp tuyến KA, KB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm)

a) Chứng minh bốn điểm K, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Vẽ đường kính AC của đường tròn (O) . Chứng minh $BC \parallel KO$.

c) Chứng minh $BC \cdot KO = 2R^2$. Tính diện tích tam giác ABC theo R , biết $OK = 2R$.

Lời giải

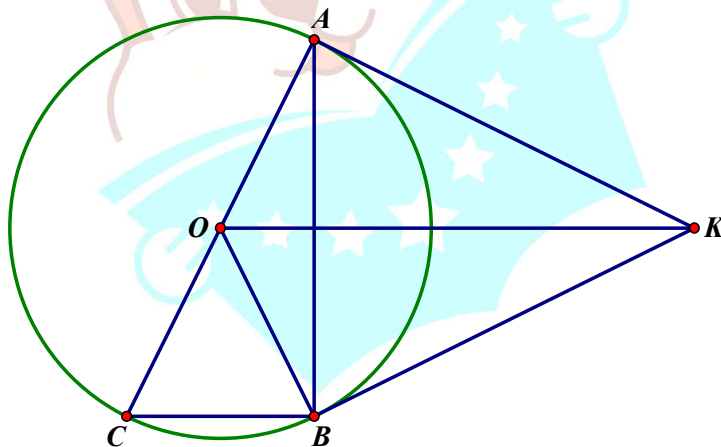
1) Ba điểm A, B, C là ba đỉnh của tam giác vuông tại C có $\hat{A} = 35^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại C ta có $BC = AC \cdot \tan A = 4,5 \cdot \tan 35^\circ \approx 3,2$ (m)

Chiều cao của cây bằng độ dài đoạn BC

Vậy cây cao xấp xỉ 3,2 m.

2



a) Ta có KA, KB là các tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{KAO} = \widehat{KBO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle KAO$ vuông tại A ; $\triangle KBO$ vuông tại B

$\Rightarrow A \in$ đường tròn đường kính KO ; $B \in$ đường tròn đường kính KO

$\Rightarrow 4$ điểm K, A, O, B thuộc đường tròn đường kính KO

b) Xét (O) có KA, KB là các tiếp tuyến cắt nhau tại $(K) \Rightarrow KA = KB$ (tính chất)

$\Rightarrow K \in$ đường trung trực của AB

Lại có $OA = OB = R \Rightarrow O \in$ đường trung trực của AB
 Suy ra KO là đường trung trực của $AB \Rightarrow KO \perp AB$ (1)

Ta có $\triangle ABC$ nội tiếp (O) đường kính AC

$\Rightarrow \triangle ABC$ vuông tại $B \Rightarrow AB \perp BC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow BC \parallel KO$ (từ vuông góc đến song song)

c) Vì $BC \parallel KO \Rightarrow \widehat{AOK} = \widehat{BCA}$ (2 góc đồng vị)

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle KAO$ có

$\widehat{BCA} = \widehat{AOK}$ (cmt) và $\widehat{ABC} = \widehat{KAO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle KAO$ (g.g)

$\Rightarrow \frac{AC}{OK} = \frac{BC}{OA} \Rightarrow BC \cdot KO = AC \cdot OA = 2R^2$ (dpcm)

+ Xét $\triangle KAO$ vuông tại A ta có

$\cos \widehat{AOK} = \frac{AO}{KO} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{AOK} = 60^\circ$

Vì $BC \parallel OK \Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{AOK}$ (2 góc đồng vị) $\Rightarrow \widehat{ACB} = 60^\circ$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B có

$BC = AC \cdot \cos \widehat{ACB} = 2R \cdot \frac{1}{2} = R$

$AB = AC \cdot \sin \widehat{ACB} = 2R \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$

Diện tích $\triangle ABC$ là $\frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot R \cdot \sqrt{3}R = \frac{R^2 \sqrt{3}}{2}$

Bài V (0,5 điểm) Với ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $x^2 + y^2 = z^2$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \left(1 + \frac{z}{x}\right) \left(1 + \frac{z}{y}\right)$

Lời giải

Ta có $x^2 + y^2 = z^2 \Leftrightarrow \frac{x^2}{z^2} + \frac{y^2}{z^2} = 1$

Đặt $\frac{z}{x} = a; \frac{y}{z} = b$ ($a, b > 0$) $\Rightarrow a^2 + b^2 = 1$

$\Rightarrow P = \left(1 + \frac{z}{x}\right) \left(1 + \frac{z}{y}\right) = \left(1 + \frac{1}{a}\right) \left(1 + \frac{1}{b}\right) = 1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab}$

Ta có $(a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Rightarrow (a+b)^2 \leq 2 \Rightarrow 0 < a+b \leq \sqrt{2}$ (Vì $a, b > 0$)

Với $a, b > 0$ ta áp dụng bất đẳng thức $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b} \geq \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$

Do đó ta có $2\sqrt{ab} \leq a+b \leq \sqrt{2} \Rightarrow 0 < \sqrt{ab} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{1}{ab} \geq 2$

Suy ra $1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{ab} \geq 1 + 2\sqrt{2} + 2 \Rightarrow P \geq 3 + 2\sqrt{2}$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi
$$\begin{cases} a, b > 0 \\ a^2 + b^2 = 1 \\ a = b \end{cases} \Leftrightarrow a = b = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{x}{z} = \frac{y}{z} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = y = \frac{z}{\sqrt{2}}$$

Vậy GTNN của $P = 3 + 2\sqrt{2}$ khi $x = y = \frac{z}{\sqrt{2}}$

----- HẾT -----



ON THI
123

ĐỀ SỐ 6

PHÒNG GD & ĐT

QUẬN HAI BÀ TRƯNG

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

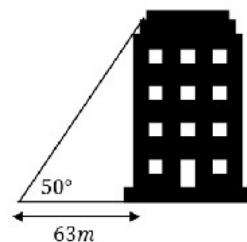
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (1,5 điểm).

1) Thực hiện các phép tính: $\frac{3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} + \sqrt{3}(2\sqrt{3}-1) + \sqrt{12}$

2) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 5 = 0$

3) Một toà nhà cao tầng vuông góc với mặt đất. Tại thời điểm tia nắng tạo với mặt đất một góc bằng 50° thì bóng của toà nhà trên mặt đất khoảng 63m. Tính chiều cao của toà nhà (làm tròn kết quả đến chữ số hàng đơn vị).



Lời giải

1) $\frac{3-\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}} + \sqrt{3}(2\sqrt{3}-1) + \sqrt{12} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{1-\sqrt{3}} + 6 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = -\sqrt{3} + 6 - \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 6$

2) $\sqrt{x^2 - 6x + 9} - 5 = 0 \Rightarrow \sqrt{(x-3)^2} = 5 \Rightarrow |x-3| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x-3=5 \\ x-3=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=8 \\ x=-2 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của PT là $S = \{8; -2\}$

3) Gọi chiều cao toà nhà là AH , bóng toà nhà trên mặt đất là BH .

Xét $\triangle ABH$ vuông tại H có

$$\tan B = \frac{AH}{BH} \Rightarrow \tan 50^\circ = \frac{AH}{63} \Rightarrow AH = 63 \cdot \tan 50^\circ \approx 75\text{m}$$

Vậy toà nhà cao khoảng 75m.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{5\sqrt{x}+3}{9-x}$ với $x \geq 0; x \neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức với $x=1$.

2) Rút gọn biểu thức B .

3) Tìm giá trị x nguyên để $A+B$ có giá trị nguyên.

Lời giải

1) Thay $x=1$ (tmđk) vào biểu thức $A = \frac{2-1}{1-3} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$. Vậy $A = -\frac{1}{2}$ khi $x=1$.

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} - \frac{5\sqrt{x}+3}{9-x} = \frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-3) + 5\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-3\sqrt{x}+\sqrt{x}-3+5\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

$$3) A+B = \frac{2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{2}{\sqrt{x}-3}$$

Để $\frac{2}{\sqrt{x}-3}$ có giá trị nguyên thì $\sqrt{x}-3 \in \{-1; 1; -2; 2\}$

$$\Rightarrow \sqrt{x} \in \{2; 4; 1; 5\} \Rightarrow x \in \{1; 4; 16; 25\}$$

Kết hợp điều kiện xác định ta có $x \in \{1; 4; 16; 25\}$

Vậy để $A+B$ có giá trị nguyên thì $x \in \{1; 4; 16; 25\}$

Bài III (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+3y=9 \end{cases}$$

2) Cho hàm số bậc nhất $y = (m+1)x - 2$ ($m \neq -1$) có đồ thị là đường thẳng (d).

a) Vẽ đồ thị hàm số với $m = 0$.

b) Tìm m để đường thẳng (d) cắt đường thẳng (d'): $y = x + 1$ tại hai điểm có hoành độ bằng 1.

c) Tìm m để đường thẳng (d) cắt Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B sao cho $\widehat{OAB} = 45^\circ$.

Lời giải

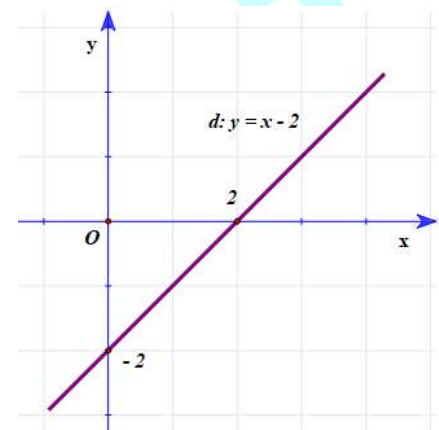
1)
$$\begin{cases} x-y=2 \\ 2x+3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-3y=6 \\ 2x+3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=15 \\ 2x+3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$
 . Vậy HPT có nghiệm $(x; y) = (3; 1)$

2a) Với $m = 0$ (tmdk) ta có hàm số $y = x - 2$

Ta có bảng giá trị

x	0	2
y	-2	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0; -2)$ và $(2; 0)$, ta có đồ thị sau



b) (d) cắt (d') khi $m+1 \neq 1 \Leftrightarrow m \neq 0$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d') ta có

$$(m+1)x + 2 = x + 1$$

(d) cắt (d') tại điểm có hoành độ bằng 1 nên $x = 1$ là nghiệm của phương trình (1):

$$(m+1) \cdot 1 - 2 = 1 + 1 \Rightarrow m = 3 \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy để (d) cắt đường thẳng (d'): $y = x + 1$ tại hai điểm có hoành độ bằng 1 thì $m = 3$.

c) Vì A, B là giao điểm của (d) với Ox, Oy

$$\Rightarrow A\left(\frac{2}{m+1}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{2}{m+1}\right| = \frac{2}{|m+1|}$$

$$\Rightarrow B(0; -2) \Rightarrow OB = |-2| = 2$$

Lại có ΔOAB vuông tại O có $\widehat{OAB} = 45^\circ \Rightarrow \Delta OAB$ vuông cân tại O $\Rightarrow OA = OB$

$$\Rightarrow \frac{2}{|m+1|} = 2 \Leftrightarrow |m+1| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} m+1=1 \\ m+1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=-2 \end{cases} \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy $m \in \{0; -2\}$

Bài IV (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính AB . Trên nửa mặt phẳng bờ AB chứa nửa đường tròn, vẽ tia tiếp tuyến Ax . Lấy M thuộc tia Ax (M khác A). MB cắt nửa đường tròn tại C . Kẻ OH vuông góc với BC (H thuộc BC)

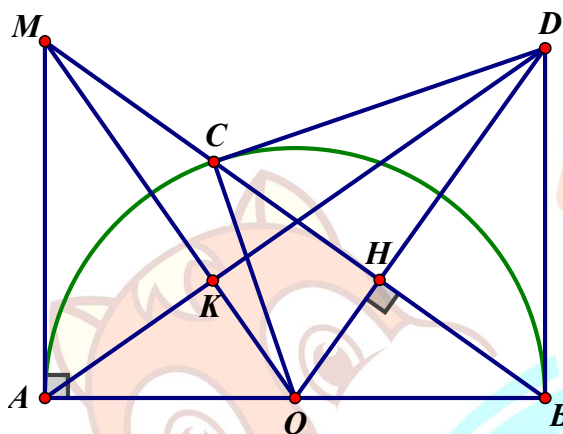
a) Chứng minh bốn điểm O, A, M, H cùng thuộc một đường tròn.

b) Tiếp tuyến tại B cắt tia OH tại D .

Chứng minh $OH \cdot HD = \frac{BC^2}{4}$ và DC là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

c) Chứng minh OM vuông góc với AD .

Lời giải



a) Ta có AM là tiếp tuyến của (O) tại $A \Rightarrow OA \perp AM \Rightarrow \triangle OAM$ vuông tại A

$\Rightarrow O, A, M$ thuộc đường tròn đường kính MO .

Lại có $OH \perp BC \Rightarrow \triangle OHM$ vuông tại H .

$\Rightarrow O, H, M$ thuộc đường tròn đường kính MO .

$\Rightarrow 4$ điểm O, A, M, H cùng thuộc đường tròn đường kính MO .

b)+ Xét (O) có $OH \perp$ dây cung $BC \Rightarrow H$ là trung điểm BC

Xét $\triangle OBD$ vuông tại B có $BH \perp OD$

$$\Rightarrow OH \cdot HD = HB^2 \text{ (hệ thức lượng)} \Rightarrow OH \cdot HD = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 = \frac{BC^2}{4}$$

+ $OD \perp BC$ tại H mà H là trung điểm BC

$\Rightarrow OD$ là đường trung trực của $BC \Rightarrow DB = DC$

Khi đó $\triangle OBD = \triangle OCD$ (c.c.c) $\Rightarrow \widehat{OCD} = \widehat{OBD} = 90^\circ$

$\Rightarrow OC \perp CD$ mà $C \in (O)$

$\Rightarrow DC$ là tiếp tuyến của đường tròn (O)

c) Gọi K là giao điểm của OM và AD

Chứng minh $\triangle OBD \sim \triangle MAB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{OB}{MA} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{MA}{AB} = \frac{OB}{BD} = \frac{OA}{BD}$

Xét $\triangle OAM$ và $\triangle DBA$ có $\frac{OA}{BD} = \frac{AM}{AB}$; $\widehat{OAM} = \widehat{DBA} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle OAM \sim \triangle DBA$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AOM} = \widehat{BDA} \Rightarrow \triangle OKA \sim \triangle DBA$ (g.g)

$\Rightarrow \widehat{OKA} = \widehat{ABD} = 90^\circ \Rightarrow OM \perp AD$

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực dương a, b thoả mãn $a + b \geq 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a + b + \frac{1}{2a} + \frac{9}{2b}$.

Lời giải

Ta có $P = a + b + \frac{1}{2a} + \frac{9}{2b} = \left(\frac{a}{2} + \frac{1}{2a}\right) + \left(\frac{b}{2} + \frac{9}{2b}\right) + \frac{1}{2}(a + b)$

$\Rightarrow P \geq 1 + 3 + 2 = 6$

Vậy GTNN của $P = 6$ khi $a = 1, b = 3$.

----- HẾT -----



ĐỀ SỐ 7

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN HÀ ĐÔNG

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

1) Tính giá trị của biểu thức:

$$a) A = 3\sqrt{45} + \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{125}$$

$$b) B = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{4}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{\sqrt{21} + \sqrt{7}}{\sqrt{3} + 1}$$

2) Giải các phương trình sau:

$$a) \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$$

$$b) \sqrt{4x - 12} - 6\sqrt{x - 3} + 8\sqrt{9x - 27} = 20$$

Lời giải

$$1a) A = 3\sqrt{45} + \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{125} = 9\sqrt{5} + 5\sqrt{5} - 10\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$

$$1b) B = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{4}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{\sqrt{21} + \sqrt{7}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{\sqrt{4}(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3} - 1} - \frac{\sqrt{7}(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} + 1} = \sqrt{4} - \sqrt{7}$$

$$2a) \sqrt{x^2 - 6x + 9} - 5 = 0 \Rightarrow \sqrt{(x - 3)^2} = 5 \Rightarrow |x - 3| = 5 \Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 5 \\ x - 3 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -2 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của PT là $S = \{8; -2\}$

$$2b) \sqrt{4x - 12} - 6\sqrt{x - 3} + 8\sqrt{9x - 27} = 0 \quad (x \geq 3)$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x - 3} - 6\sqrt{x - 3} + 24\sqrt{x - 3} = 20 \Leftrightarrow 20\sqrt{x - 3} = 20 \Leftrightarrow \sqrt{x - 3} = 1 \Leftrightarrow x - 3 = 1 \Leftrightarrow x = 4 \quad (\text{tm})$$

Vậy PT có nghiệm duy nhất là $x = 4$.

Bài II (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2x}{9 - x}$ với $x > 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.

$$2) \text{ Chứng minh } B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$$

3) Tìm giá trị nguyên của x để $P < 0$ với $P = A.B$.

Lời giải

$$1) \text{ Thay } x = 49 \text{ (tmdk) vào biểu thức A ta có } A = \frac{\sqrt{49} - 2}{\sqrt{49}} = \frac{7 - 2}{7} = \frac{5}{7}$$

$$\text{Vậy } A = \frac{5}{7} \text{ khi } x = 49$$

$$2) B = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} + \frac{2x}{9 - x} = \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3) + \sqrt{x}(\sqrt{x} + 3) - 2x}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{2x - 6\sqrt{x} + x + 3\sqrt{x} - 2x}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)}$$

$$= \frac{x - 3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} + 3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3}$$

$$3) P = A.B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 3} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3}$$

$$\text{Để } P < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 3} < 0. \text{ Ta có } \sqrt{x} + 3 > 0 \forall x > 0, x \neq 9$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện xác định ta có $0 < x < 4$

Vậy $0 < x < 4$

Bài III (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = 2mx + 3$, $m \neq 0$ có đồ thị là đường thẳng (d)

1) Vẽ đồ thị của hàm số với $m = -1$.

2) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + 2m - 1$.

Lời giải

1) Với $m = -1$ ta có hàm số $y = -2x + 3$

Ta có bảng giá trị

x	0	1
y	3	1

Khi đó đường thẳng đi qua $(0; 3)$ và $(1; 1)$, ta có đồ thị sau

Để (d) song song với đồ thị hàm số $y = (m - 2)x + 2m - 1$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 2m = m - 2 \\ 3 \neq 2m + 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m \neq 1 \\ m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = -2$$

Vậy $m = -2$.

Bài IV (3,0 điểm)

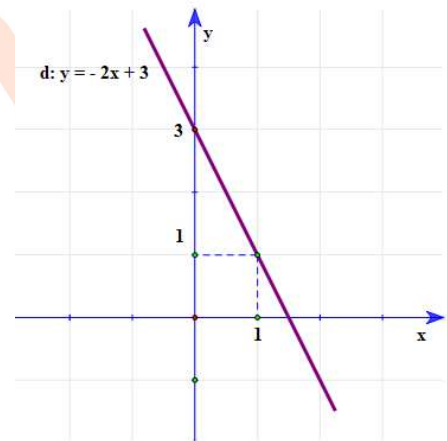
Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Từ M kẻ tiếp tuyến ME với đường tròn (O) ; E là tiếp điểm. Đường thẳng qua E vuông góc với OM tại H cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là F .

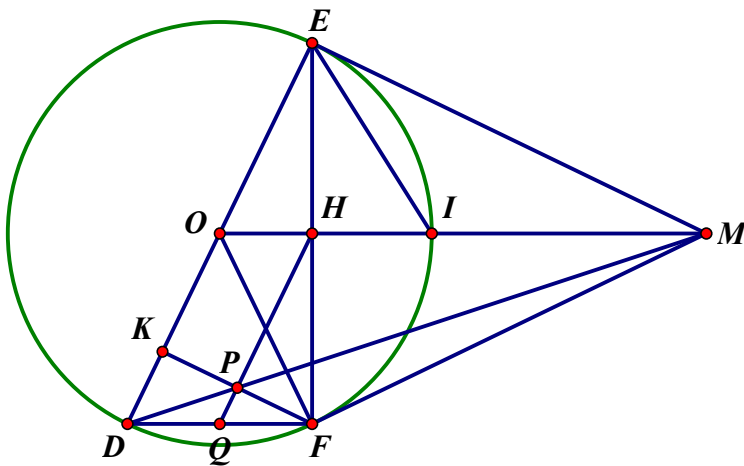
1) Chứng minh MF là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

2) Đoạn thẳng MO cắt đường tròn (O) tại I . Chứng minh I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác MEF .

3) Kẻ đường kính ED , FK vuông góc với ED tại K . Gọi P là giao điểm của MD với KF và Q là trung điểm của FD . Chứng minh H, P, Q thẳng hàng.

Lời giải





a) Xét (O) có $OH \perp$ dây cung $EF \Rightarrow H$ là trung điểm EF .

Mà $\triangle EOF$ cân tại $O \Rightarrow OH$ là phân giác $\widehat{EOF} \Rightarrow \widehat{EOH} = \widehat{FOH}$

Xét $\triangle OEM$ và $\triangle OFM$ có

$OE = OF$; $\widehat{EOM} = \widehat{FOM}$; OM chung

$\Rightarrow \triangle OEM = \triangle OFM$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OEM} = \widehat{OFM} = 90^\circ$

$\Rightarrow OF \perp MF$ mà $F \in (O)$

$\Rightarrow MF$ là tiếp tuyến của (O)

b) Xét (O) có ME, MF là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M

$\Rightarrow MO$ là phân giác $\widehat{EMF}$

Ta có $\widehat{IEM} + \widehat{IEO} = 90^\circ$; $\widehat{IEH} + \widehat{OIE} = 90^\circ$; $\widehat{IEO} = \widehat{OIE}$

$\Rightarrow \widehat{IEH} = \widehat{IEM} \Rightarrow EI$ là phân giác $\widehat{HEM}$

Khi đó I là giao điểm của ba đường phân giác trong $\triangle MEF$

Suy ra I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle MEF$

c) Ta có $FK \parallel EM$ (cùng $\perp ED$)

$\Rightarrow PK \parallel EM \Rightarrow \frac{KP}{EM} = \frac{DP}{DM}$ (hệ quả Talet) (1)

$\Rightarrow \widehat{EFP} = \widehat{FEM}$ (2 góc so le trong) mà $\widehat{FEM} = \widehat{EFM} \Rightarrow \widehat{EFM} = \widehat{EFP}$

$\Rightarrow FE$ là phân giác $\widehat{MFK}$

Chứng minh được $\triangle DEF$ vuông tại $F \Rightarrow EF \perp FD$

Khi đó FD là phân giác góc ngoài $\triangle PFM$

$\Rightarrow \frac{DP}{DM} = \frac{FP}{FM}$ (tính chất) $\Rightarrow \frac{DP}{DM} = \frac{FP}{ME}$ (do $ME = MF$) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow KP = PF \Rightarrow P$ là trung điểm FK

Chứng minh được PQ là đường trung bình của $\triangle FDK$ và HP là đường trung bình của $\triangle EFK$

$\Rightarrow PQ \parallel FD$ và $PH \parallel EK$ hay $PQ \parallel DE$ và $PH \parallel DE$

Suy ra H, P, Q thẳng hàng.

Bài V (0,5 điểm) Cho các số thực x, y thỏa mãn $\sqrt{x+5} - y^3 = \sqrt{y+5} - x^3$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 - 3xy + 12y - y^2 + 2011$

Lời giải

$$\sqrt{x+5} - y^3 = \sqrt{y+5} - x^3 \quad (x, y \geq -5)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+5} - \sqrt{y+5} + x^3 - y^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-y}{\sqrt{x+5} + \sqrt{y+5}} + (x-y)(x^2 + xy + y^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y) \left(\frac{1}{\sqrt{x+5} + \sqrt{y+5}} + x^2 + xy + y^2 \right) = 0$$

$$\text{Mà } \frac{1}{\sqrt{x+5} + \sqrt{y+5}} + x^2 + xy + y^2 > 0$$

$$\Rightarrow x - y = 0 \Leftrightarrow x = y$$

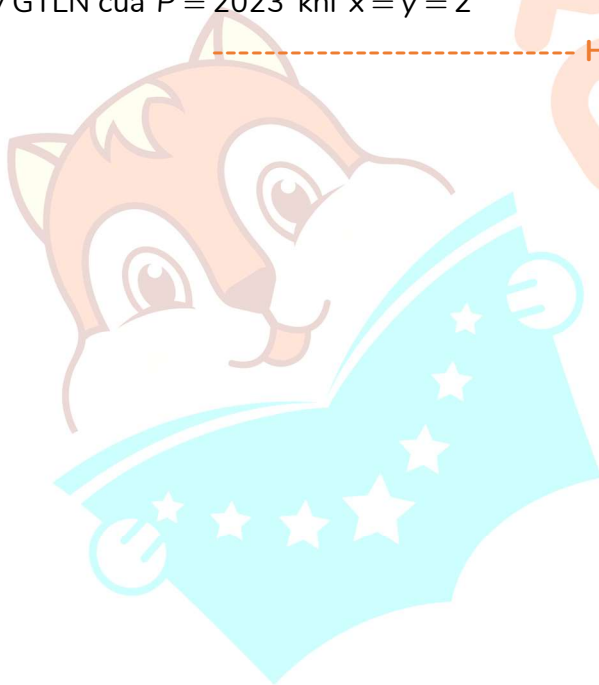
$$\Rightarrow P = x^2 - 3xy + 12y - y^2 + 2011 = x^2 - 3x^2 + 12x - x^2 + 2011$$

$$= -3(x^2 - 4x + 4) + 2023 - 3(x-2)^2 + 2023 \leq 2023$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y = 2$

Vậy GTLN của $P = 2023$ khi $x = y = 2$

HẾT



ĐỀ SỐ 8

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN TÂY HỒ

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

- 1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm giá trị nguyên lớn nhất của x để biểu thức $P = AB$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

1) Thay $x = 9$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{9}-7}{\sqrt{9}} = \frac{3-7}{3} = -\frac{4}{3}$

Vậy $A = -\frac{4}{3}$ khi $x = 9$

$$\begin{aligned} 2) B &= \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}} + \frac{2x-\sqrt{x}+2}{x-4} = \frac{\sqrt{x}-2-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-2-x-2\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

$$3) P = AB = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}+2} = 1 - \frac{9}{\sqrt{x}+2}$$

Để P nguyên thì $\frac{9}{\sqrt{x}+2}$ nguyên $\Leftrightarrow \sqrt{x}+2 \in \{\pm 1; \pm 3; \pm 9\}$

Mà $\sqrt{x}+2 > 2 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \in \{3; 9\} \Leftrightarrow x \in \{1; 49\}$

Mà x là số nguyên lớn nhất nên $x = 49$

Vậy $x = 49$

Bài II (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{4x+20} - 2\sqrt{x+5} + \frac{1}{3}\sqrt{9x+45} - 3 = 0$

b) $\sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 7$

Lời giải

a) $\sqrt{4x+20} - 2\sqrt{x+5} + \frac{1}{3}\sqrt{9x+45} - 3 = 0 \quad (x \geq -5)$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x+5} - 2\sqrt{x+5} + \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{x+5} - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+5} = 3 \Leftrightarrow x+5 = 9 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

Vậy PT có nghiệm duy nhất $x = 4$

$$b) \sqrt{x^2 - 4x + 4} = 2x - 7 \quad \left(x \geq \frac{7}{2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2} = 2x - 7 \Leftrightarrow |x-2| = 2x - 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = 2x-7 \\ x-2 = -2x+7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \text{ (tm)} \\ x = 3 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy PT có nghiệm duy nhất $x = 5$.

Bài III (2,0 điểm)

Cho hàm số $y = (m-2)x + 2$, với $m \neq 2$ có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Vẽ đồ thị của hàm số khi $m = 3$

b) Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = -5x + 1$

c) Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại điểm A, cắt trục Oy tại điểm B. Tìm giá trị của m để diện tích tam giác ABO bằng 1.

Lời giải

a) Với $m = 3$ ta có hàm số $y = x + 2$

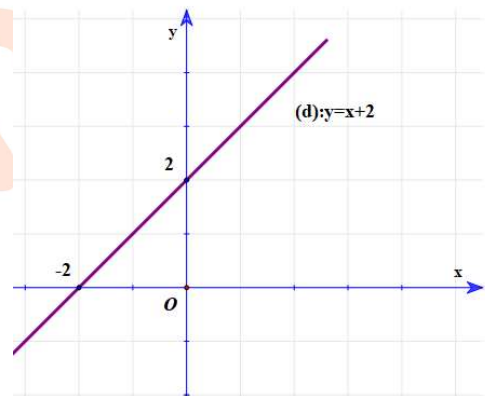
Vẽ đồ thị (d_1) của hàm số $y = x + 2$ trên mặt phẳng tọa độ

Oxy.

Ta có bảng giá trị

x	0	-2
y	2	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0;2)$ và $(-2;0)$, ta có đồ thị sau



$$b) \text{ Để } (d) \parallel (d_1) \Rightarrow \begin{cases} m-2 = -5 \\ 2 \neq 1 \\ m \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3. \text{ Vậy để } (d) \parallel (d_1) \text{ thì } m = -3$$

$$c) \text{ Vì A giao điểm của } (d) \text{ với Ox} \Rightarrow A\left(\frac{2}{2-m}; 0\right) \Rightarrow OA = \left|\frac{2}{2-m}\right| = \frac{2}{|m-2|}$$

$$\text{Vì B là giao điểm của } (d) \text{ với Oy} \Rightarrow B(0;2) \Rightarrow OB = |2| = 2$$

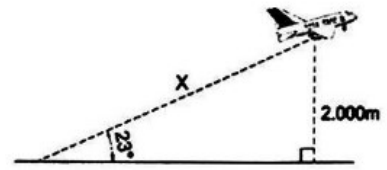
$$\text{Ta có } S_{ABO} = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} OA \cdot OB = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{|m-2|} \cdot 2 = 1 \Leftrightarrow |m-2| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 = 2 \\ m-2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \text{ (tm)} \\ m = 0 \end{cases}$$

Vậy $m \in \{0;4\}$

Bài IV (3,5 điểm)

1) Toán thực tế:

Một chiếc máy bay cất cánh theo góc 23° so với phương nằm ngang. Hỏi muốn đạt độ cao 2000m thì máy bay phải bay một quãng đường là bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho $(O;R)$. Từ một điểm A ở ngoài đường tròn tâm O , vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (O) có B, C là các tiếp điểm. Gọi H là giao điểm của AO và dây BC . Kẻ đường kính BD .

a) Chứng minh 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn

b) Biết $R = 3\text{cm}$. Tính độ dài tích $OA.OH$

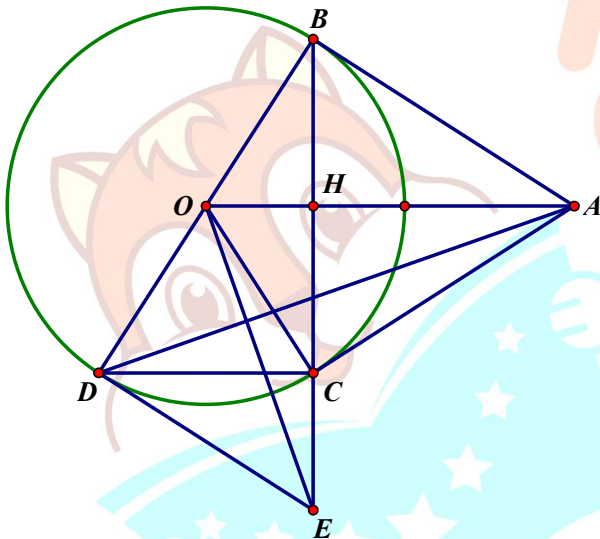
c) Tiếp tuyến của (O) tại D cắt BC tại E . Chứng minh tam giác ACD đồng dạng với tam giác OCE .

Lời giải

1) Quãng đường mà máy bay phải bay là: $x = \frac{2000}{\sin 23^\circ} \approx 5118,6 \text{ (m)}$

Vậy máy bay phải bay một quãng đường dài khoảng 5118,6m

2)



a) Chứng minh $\triangle ABO$ vuông tại $B \Rightarrow A, B, O$ thuộc đường tròn đường kính AO

$\triangle ACO$ vuông tại $C \Rightarrow A, C, O$ thuộc đường tròn đường kính AO

$\Rightarrow$ 4 điểm A, B, O, C thuộc đường tròn đường kính AO

b) Ta có $AB = AC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) và $OB = OC = R$

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC

$\Rightarrow OA \perp BC$ tại H

Xét $\triangle OAB$ vuông tại B có $BH \perp OA$

$\Rightarrow OA.OH = OB^2$ (hệ thức lượng) $\Rightarrow OA.OH = 3^2 = 9$

c) Chứng minh $\triangle BCD$ vuông tại $C \Rightarrow DC \perp BC$

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{ACD} = \widehat{OCD} + \widehat{OCA} = \widehat{OCD} + 90^\circ \\ \widehat{OCE} = \widehat{OCD} + \widehat{DCE} = \widehat{OCD} + 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{OCE}$$

Ta có $OA \parallel DC$ (cùng $\perp BC$) $\Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{OCD}$ (2 góc so le trong)

Lại có $\widehat{DEC} = \widehat{ODC}$ (cùng phụ $\widehat{DBC}$); $\widehat{ODC} = \widehat{OCD}$ ($\triangle OCD$ cân tại O)

$$\Rightarrow \widehat{AOC} = \widehat{DEC}$$

Khi đó ta chứng minh $\triangle DCE \sim \triangle ACO$ (g.g) $\Rightarrow \frac{CE}{CO} = \frac{DC}{AC} \Rightarrow \frac{AC}{OC} = \frac{CD}{CE}$

Xét $\triangle ACD$ và $\triangle OCE$ có $\frac{AC}{OC} = \frac{CD}{CE}$; $\widehat{ACD} = \widehat{OCE}$

$$\Rightarrow \triangle ACD \sim \triangle OCE \text{ (c.g.c)}$$

Bài V (0,5 điểm) Cho các số x, y thỏa mãn $x + y + 3 = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y+1}$

Tìm giá trị của biểu thức $M = x^{2022} + y^{2023} + 2022$.

Lời giải

Ta có $x + y + 3 = 2\sqrt{x} + 2\sqrt{y+1}$ ($x \geq 0; y \geq -1$)

Đặt $a = \sqrt{x}$; $b = \sqrt{y+1}$ ($a \geq 0; b \geq 0$)

Khi đó $a^2 + b^2 + 2 = 2a + 2b \Leftrightarrow (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) = 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 + (b-1)^2 = 0$

$$\Rightarrow a = b = 1 \text{ (tm)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} = 1 \\ \sqrt{y+1} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \text{ (tm)}$$

$$\text{Vậy } M = 1^{2022} + 0^{2023} + 2022 = 1 + 2022 = 2023$$

HẾT

ĐỀ SỐ 9

PHÒNG GD & ĐT
QUẬN LONG BIÊN

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $H = \frac{4x-2}{\sqrt{x}+2}$ và $N = \frac{1}{\sqrt{x}+5} - \frac{7}{25-x}$ với $x \geq 0, x \neq 25$

1) Tính giá trị của biểu thức H khi $x = 16$.

2) Rút gọn biểu thức $K = N.H$

Lời giải

1) Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức H ta có $H = \frac{4.16-2}{\sqrt{16}+2} = \frac{31}{2}$. Vậy $H = \frac{31}{2}$ khi $x = 16$

2) $K = N.H = \frac{4x-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{x}+5} - \frac{7}{25-x} \right) = \frac{4x-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}-5+7}{x-25} = \frac{4x-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2}{x-25} = \frac{4x-2}{x-25}$

Bài II (2,0 điểm) Giải các phương trình sau:

1) Rút gọn biểu thức $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{48}$

2) Tìm x biết: $\sqrt{x}(1-4\sqrt{x}) + 1 - 4\sqrt{x} = 0$

Lời giải

1) $A = \sqrt{12} + 3\sqrt{27} - \frac{1}{4}\sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3.3\sqrt{3} - \frac{1}{4}.4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - \sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

2) $\sqrt{x}(1-4\sqrt{x}) + 1 - 4\sqrt{x} = 0 \quad (x \geq 0)$

$\Leftrightarrow \sqrt{x}(1-4\sqrt{x}) + (1-4\sqrt{x}) = 0 \Leftrightarrow (1-4\sqrt{x})(\sqrt{x}+1) = 0$

Ta có $\sqrt{x}+1 > 0 \Rightarrow 1-4\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{16}$ (tm)

Vậy PT có nghiệm duy nhất $x = \frac{1}{16}$

Bài III (2,0 điểm)

1) Vẽ đồ thị hàm số $(d): y = x + 1$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

2) Cho hàm số bậc nhất $y = (4-2m)x + 2022$, với m là tham số và $m \neq 2$

a) Với những giá trị nào của m thì hàm số nghịch biến ?

b) Tìm giá trị của m biết đồ thị của hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2

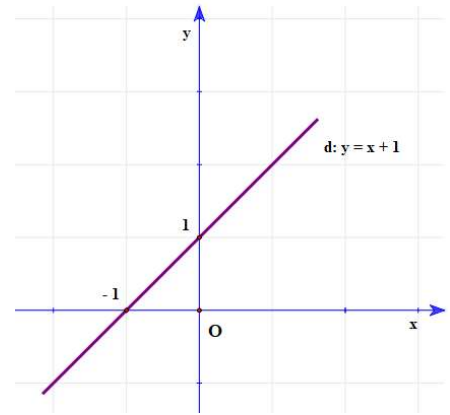
Lời giải

1) Vẽ đồ thị (d) của hàm số $y = x + 1$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Ta có bảng giá trị

x	0	-1
y	1	0

Khi đó đường thẳng đi qua $(0;1)$ và $(-1;0)$, ta có đồ thị sau



2a) Để $(d_1): y = (4 - 2m)x + 2022$ nghịch biến thì

$$4 - 2m < 0 \Leftrightarrow m > 2$$

Vậy (d_1) nghịch biến khi $m > 2$

2b) Vì (d_1) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2 nên $x = 2; y = 0$

Thay $x = 2; y = 0$ vào hàm số $y = (4 - 2m)x + 2022$ ta được

$$0 = (4 - 2m) \cdot 2 + 2022 \Leftrightarrow m = \frac{1015}{2}$$

Vậy với $m = \frac{1015}{2}$ thì đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

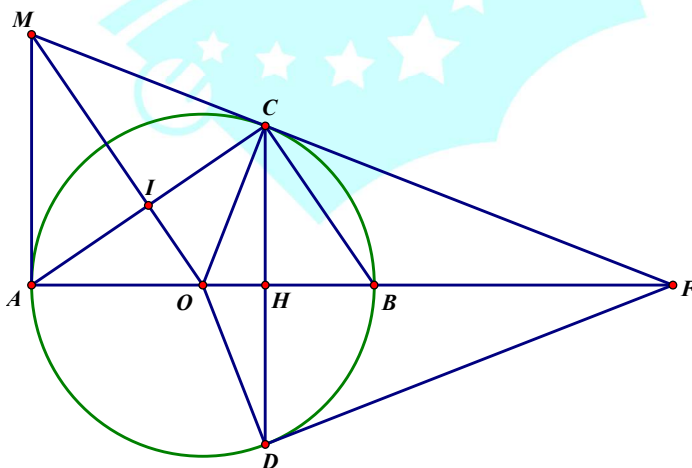
Bài IV (3,5 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Lấy điểm C thuộc đường tròn $(O;R)$ sao cho $AC > BC$. Kẻ đường cao CH của tam giác ABC ($H \in AB$), kéo dài CH cắt $(O;R)$ tại điểm D ($D \neq C$). Tiếp tuyến tại điểm A và tiếp tuyến tại điểm C của đường tròn $(O;R)$ cắt nhau tại điểm M. Gọi I là giao điểm của OM và AC.

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM.

b) Hai đường thẳng MC và AB cắt nhau tại F. Chứng minh $BC = 2 \cdot IO$ và DF là tiếp tuyến của $(O;R)$

c) Chứng minh $AF \cdot BH = BF \cdot AH$.



Lời giải

a) Chứng minh $\triangle OAM$ vuông tại A $\Rightarrow A, M, O$ thuộc đường tròn đường kính OM

Chứng minh $\triangle OCM$ vuông tại $C \Rightarrow O, C, M$ thuộc đường tròn đường kính OM

$\Rightarrow 4$ điểm M, A, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OM .

b) Vì $MA = MC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) và $OA = OC = R$

$\Rightarrow OM$ là đường trung trực của $AC \Rightarrow OM \perp AC$ tại I , I là trung điểm AC

Khi đó chứng minh được OI là đường trung bình của $\triangle ABC$

$\Rightarrow BC = 2.OI$

$\triangle OCD$ cân tại O có $OH \perp CD \Rightarrow OH$ là phân giác $\widehat{COD} \Rightarrow \widehat{COF} = \widehat{DOF}$

$\Rightarrow \triangle COF = \triangle DOF$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{OCF} = \widehat{ODF} = 90^\circ$

$\Rightarrow OD \perp DF$ mà $F \in (O; R)$

$\Rightarrow DF$ là tiếp tuyến của $(O; R)$

c) Lại có $\widehat{BCF} + \widehat{BCO} = 90^\circ$; $\widehat{BCH} + \widehat{OBC} = 90^\circ$; $\widehat{OCB} = \widehat{OBC}$ (do $\triangle OBC$ cân tại O)

$\Rightarrow \widehat{BCF} = \widehat{BCH} \Rightarrow CB$ là phân giác $\widehat{HCF} \Rightarrow \frac{BH}{BF} = \frac{CH}{CF}$ (1)

Chứng minh $\triangle ABC$ vuông tại $C \Rightarrow AC \perp BC$

Suy ra CA là phân giác góc ngoài $\triangle HCF \Rightarrow \frac{AH}{AF} = \frac{CH}{CF}$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{BH}{BF} = \frac{AH}{AF} \Leftrightarrow AF.BH = BF.AH$

Bài V (0,5 điểm) Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn $x^2 + y^2 = 1$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $B = \frac{(x+1)(y+1)(x+y)}{xy}$

Lời giải

Theo đề bài ta có: $1 = x^2 + y^2 \geq 2xy$

Khi đó $x^2 + y^2 = 1 \Leftrightarrow (x+y)^2 - 2xy = 1 \Leftrightarrow (x+y)^2 = 2xy + 1 \leq 2 \Leftrightarrow x+y \leq \sqrt{2}$

$$B = \frac{(x+1)(y+1)(x+y)}{xy} = \left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) (x+y) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) (x+y) + \left(1 + \frac{1}{xy}\right) (x+y)$$

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) (x+y) = 1 + 1 + \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2 + 2\sqrt{\frac{x}{y} \cdot \frac{y}{x}} = 4$$

$$\left(1 + \frac{1}{xy}\right) (x+y) = x+y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \left(2x + \frac{1}{x}\right) + \left(2y + \frac{1}{y}\right) - (x+y) \geq 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

Khi đó $B \geq 4 + 3\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy GTNN của $B = 4 + 3\sqrt{2}$ khi $x=y = \frac{\sqrt{2}}{2}$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 10**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I****PHÒNG GD & ĐT**

Năm học 2022 – 2023

HUYỆN THƯỜNG TÍN**Môn: Toán lớp 9**

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{4-x}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị của biểu thức B khi $x = 9$.

2) Rút gọn biểu thức A

3) Biết $M = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nguyên của x để $M^2 < \frac{1}{4}$ **Lời giải**

1) Thay $x = 9$ (tmđk) vào biểu thức B ta có $B = \frac{\sqrt{9}+2}{\sqrt{9}-2} = \frac{3+2}{3-2} = 5$

$$2) A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{4-x} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) + \sqrt{x}(\sqrt{x}-2) - x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{x+2\sqrt{x}+x-2\sqrt{x}-x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$3) M = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Để } M^2 < \frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < M < \frac{1}{2} \text{ mà } M \geq 0 \forall x \geq 0; x \neq 4$$

$$\Rightarrow M < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x} - (\sqrt{x}+2)}{2(\sqrt{x}+2)} < 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}+2)} < 0$$

$$\text{Ta có } 2(\sqrt{x}+2) > 0 \forall x \in \mathbb{D}_{KXĐ} \text{ nên } \sqrt{x}-2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow x < 4$$

Kết hợp điều kiện xác định ta có $0 \leq x < 4$

$$\text{Vậy để } M^2 < \frac{1}{4} \text{ thì } 0 \leq x < 4$$

Bài II (2,0 điểm)

a) Giải phương trình: $2\sqrt{9x-9} + 4\sqrt{x-1} - 3\sqrt{4x-4} = 4$

b) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \\ \frac{8}{x} + \frac{15}{y} = 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) } & 2\sqrt{9x-9} + 4\sqrt{x-1} - 3\sqrt{4x-4} = 4 \quad (x \geq 1) \\ \Leftrightarrow & 2.3\sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-1} - 3.2\sqrt{x-1} = 4 \quad (x \geq 1) \\ \Leftrightarrow & 6\sqrt{x-1} + 4\sqrt{x-1} - 6\sqrt{x-1} = 4 \\ \Leftrightarrow & 4\sqrt{x-1} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow x-1 = 1 \Leftrightarrow x = 2 \quad (\text{tm}) \end{aligned}$$

Vậy PT có nghiệm duy nhất là $x = 2$.

b) ĐKXĐ: $x \neq 0$; $y \neq 0$

$$\text{Đặt } a = \frac{1}{x}; b = \frac{1}{y} \Rightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{12} \\ 8a + 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a + 8b = \frac{2}{3} \\ 8a + 15b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = \frac{1}{12} \\ 7b = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{28} \\ b = \frac{1}{21} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 28; y = 21 \quad (\text{tm})$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x; y) = (28; 21)$

Bài III (2,0 điểm) Cho hàm số $y = (m-3)x + 5 - m$ có đồ thị là đường thẳng (d)

- Tìm m để hàm số đồng biến?
- Tìm m để đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 5)$
- Tìm m để (d) cắt đường thẳng $(d_1): y = 2x - 4$ tại một điểm nằm trên Oy.

Lời giải

a) Để hàm số $y = (m-3)x + 5 - m$ đồng biến thì $m-3 > 0 \Leftrightarrow m > 3$

Vậy $m > 3$ thì hàm số đồng biến

b) Đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 5) \Rightarrow$ Thay $x = 2; y = 5$ vào phương trình đường thẳng ta có

$$5 = (m-3).2 + 5 - m \Leftrightarrow m = 6$$

Vậy $m = 6$ thì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2; 5)$.

c) Để (d) cắt đường thẳng $(d_1): y = 2x - 4$ tại một điểm nằm trên Oy

$$\Rightarrow \begin{cases} 5 - m = -4 \\ m - 3 \neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 9 \\ m \neq 5 \end{cases} \Leftrightarrow m = 9$$

Vậy với $m = 9$ thì (d) cắt (d_1) tại một điểm nằm trên Oy

$$\Rightarrow \triangle AOP = \triangle OBP \text{ (g.c.g)} \Rightarrow AP = ON$$

Xét tứ giác AONP có $AP = ON$; $AP \parallel ON$

$\Rightarrow$ AONP là hình bình hành. Mà $\widehat{PAO} = 90^\circ$

$\Rightarrow$ AONP là hình chữ nhật $\Rightarrow ON \perp PJ$

Xét $\triangle OPJ$ có $ON \perp PJ$; $PM \perp OJ$

Mà I là giao điểm của PM và ON .

$\Rightarrow I$ là trực tâm $\triangle OPJ$ (1)

Vì $PN \parallel AO \Rightarrow \widehat{JPO} = \widehat{POA}$ (2 góc so le trong)

Mà $\widehat{POA} = \widehat{POM}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow \widehat{JPO} = \widehat{JOP} \Rightarrow \triangle JPO$ cân tại J (2)

Lại có K là giao điểm của hai đường chéo trong hcn PNAO

$\Rightarrow K$ là trung điểm OP (3)

Từ (2) và (3) $JK \perp PO$ (4)

Từ (1) và (4) $\Rightarrow I, J, K$ thẳng hàng

Bài V (0,5 điểm) Cho $x > 0$, tìm giá trị nhỏ nhất của $M = 9x^2 - 5x + \frac{1}{9x} + 2022$

Lời giải

$$M = 9x^2 - 5x + \frac{1}{9x} + 2022 = (9x^2 - 6x + 1) + \left(x + \frac{1}{9x}\right) + 2021 = (3x - 1)^2 + \left(x + \frac{1}{9x}\right) + 2021$$

$$\Rightarrow M \geq 0 + \frac{2}{3} + 2021 = \frac{6065}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $(3x - 1)^2 = 0$ và $x = \frac{1}{9x} \Rightarrow x = \frac{1}{3}$ (tm)

Vậy GTNN của $M = \frac{6065}{3}$ khi $x = \frac{1}{3}$

----- HẾT -----