

**TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI - AMSTERDAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học: 2023 - 2024

Môn: Toán lớp 7

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Bài I (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $A = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{9}{25} - \frac{6}{35}\right)$.

2) $B = (4,2 - 3,14) \cdot (-0,5) + |-9,44 + 8,5| \cdot 0,5$.

3) $C = \frac{0,3 + 0,3^2 + 0,3^3}{3}$.

4) $D = \sqrt{0,04 \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{169})}$.

Bài II (2,0 điểm). Tìm giá trị của số thực x, biết:

1) $\frac{2}{3} \left(x - \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{5} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{2}\right) = 1$.

2) $\left(|x| - \frac{1}{3}\right) (|x| + 2) = 0$.

Bài III (1,0 điểm). Lớp 7X của trường THPT chuyên Hà Nội – Amsterdam có 40 học sinh. Kết quả khảo sát nhu cầu học định hướng chuyên sâu của lớp được cho trong bảng số liệu dưới đây:

Môn	Toán học	Vật lý	Hóa học	Tiếng Anh	Tổng
Số đăng ký	18	10	6	6	40

Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tỷ lệ nhu cầu học chuyên sâu từng môn của các bạn học sinh lớp 7X.

Bài IV (2,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Kẻ MH vuông góc với AB tại H và MK vuông góc với AC tại K.

- 1) Chứng minh rằng các tam giác AMH và AMK bằng nhau.
- 2) Chứng minh rằng đường thẳng HK song song với đường thẳng BC.
- 3) Chứng minh rằng các đường thẳng AM, BK và CH đồng quy.

Bài V (1,0 điểm).

1) Tìm số tự nhiên n nhỏ hơn 100 sao cho phân số $M = \frac{4}{n+3}$ là phân số tối giản và có thể viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

2) Cho các số tự nhiên a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{28}{29} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$.

Tính tổng $T = a + b + c$.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



**TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI - AMSTERDAM**

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Năm học: 2023 - 2024

Môn: Toán lớp 7

Thời gian làm bài: 90 phút

(Không kể thời gian giao đề)

Bài I (4,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

1) $A = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{9}{25} - \frac{6}{35}\right)$.

2) $B = (4,2 - 3,14) \cdot (-0,5) + |-9,44 + 8,5| \cdot 0,5$.

3) $C = \frac{0,3 + 0,3^2 + 0,3^3}{3}$.

4) $D = \sqrt{0,04 \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{169})}$.

Lời giải

1) $A = \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{12} \cdot \left(\frac{9}{25} - \frac{6}{35}\right) = \frac{9}{25} \cdot \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right) - \frac{5}{12} \cdot \frac{9}{25} + \frac{5}{12} \cdot \frac{6}{35}$
 $= \frac{9}{25} \cdot \frac{5}{12} - \frac{5}{12} \cdot \frac{9}{25} + \frac{1}{14} = \frac{1}{14}$.

2) $B = (4,2 - 3,14) \cdot (-0,5) + |-9,44 + 8,5| \cdot 0,5 = 1,06 \cdot (-0,5) + |-0,94| \cdot 0,5$
 $= (-1,06) \cdot 0,5 + 0,94 \cdot 0,5 = 0,5 \cdot [(-1,06) + 0,94] = 0,5 \cdot (-0,12) = -0,06$.

3) $C = \frac{0,3 + 0,3^2 + 0,3^3}{3} = \frac{0,3 \cdot (1 + 0,3 + 0,3^2)}{0,3 \cdot 10} = \frac{1 + 0,3 + 0,09}{10} = \frac{1,39}{10} = 0,139$.

4) $D = \sqrt{0,04 \cdot (\sqrt{9} + \sqrt{169})} = \sqrt{0,2^2 \cdot (3 + 13)} = \sqrt{0,2^2 \cdot 16} = \sqrt{0,2^2 \cdot 4^2} = \sqrt{(0,2 \cdot 4)^2} = 0,2 \cdot 4 = 0,8$.

Bài II (2,0 điểm). Tìm giá trị của số thực x, biết:

1) $\frac{2}{3} \left(x - \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{5} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{2}\right) = 1$.

2) $\left(|x| - \frac{1}{3}\right) (|x| + 2) = 0$.

Lời giải

1) $\frac{2}{3} \left(x - \frac{5}{6}\right) - \frac{1}{5} \left(\frac{3}{4} - \frac{x}{2}\right) = 1$

2) $\left(|x| - \frac{1}{3}\right) (|x| + 2) = 0$.

$\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6} - \frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{1}{10}x = 1$

$\Rightarrow |x| - \frac{1}{3} = 0$ hoặc $|x| + 2 = 0$.

$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right)x - \left(\frac{5}{9} + \frac{3}{20}\right) = 1$

Mà $|x| + 2 \geq 2$ với mọi x nên $|x| - \frac{1}{3} = 0$

$\frac{23}{30}x - \frac{127}{180} = 1$

$\Rightarrow |x| = \frac{1}{3} \Rightarrow x \in \left\{-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right\}$.

$$\frac{23}{30}x = 1 + \frac{127}{180} = \frac{307}{180}$$

$$\text{Vậy } x \in \left\{ -\frac{1}{3}; \frac{1}{3} \right\}.$$

$$x = \frac{307}{180} : \frac{23}{30} = \frac{307}{138}.$$

$$\text{Vậy } x = \frac{307}{138}.$$

Bài III (1,0 điểm). Lớp 7X của trường THPT chuyên Hà Nội – Amsterdam có 40 học sinh. Kết quả khảo sát nhu cầu học định hướng chuyên sâu của lớp được cho trong bảng số liệu dưới đây:

Môn	Toán học	Vật lý	Hóa học	Tiếng Anh	Tổng
Số đăng ký	18	10	6	6	40

Hãy vẽ biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tỷ lệ nhu cầu học chuyên sâu từng môn của các bạn học sinh lớp 7X.

Lời giải

Tỷ lệ số học sinh có nhu cầu học chuyên sâu từng môn trên tổng số học sinh của lớp 7X là:

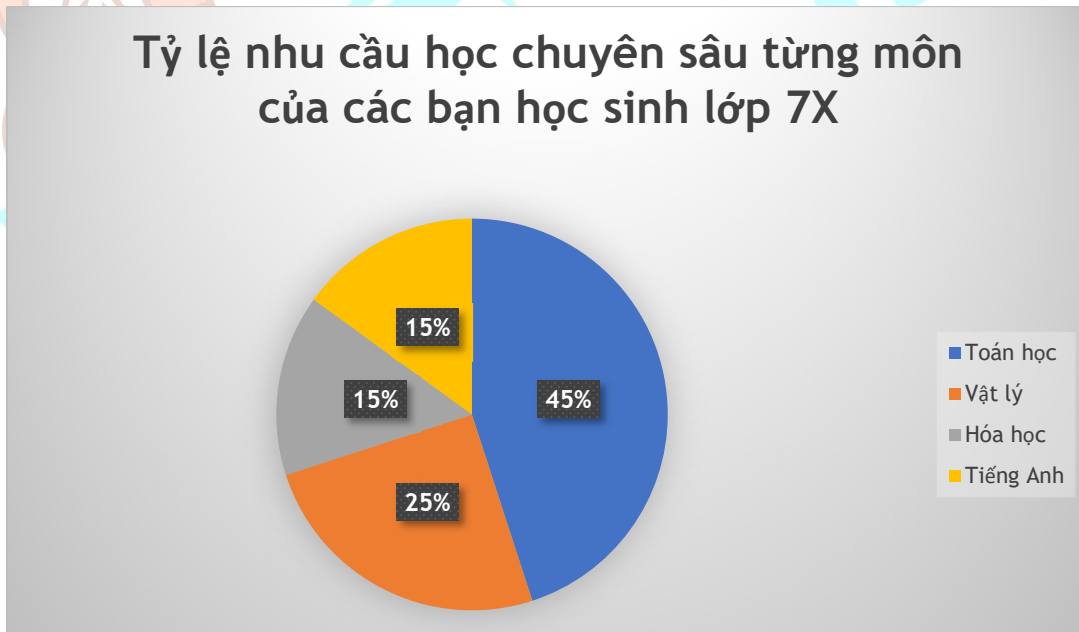
- Toán học: $\frac{18}{40} \cdot 100\% = 45\%$;

- Hóa học: $\frac{6}{40} \cdot 100\% = 15\%$;

- Vật lý: $\frac{10}{40} \cdot 100\% = 25\%$;

- Tiếng Anh: $\frac{6}{40} \cdot 100\% = 15\%$.

Ta có biểu đồ hình quạt tròn thể hiện tỷ lệ nhu cầu học chuyên sâu từng môn của các bạn học sinh lớp 7X như sau:



Bài IV (2,0 điểm). Cho tam giác ABC cân tại A. Gọi M là trung điểm của BC. Kẻ MH vuông góc với AB tại H và MK vuông góc với AC tại K.

- 1) Chứng minh rằng các tam giác AMH và AMK bằng nhau.
- 2) Chứng minh rằng đường thẳng HK song song với đường thẳng BC.
- 3) Chứng minh rằng các đường thẳng AM, BK và CH đồng quy.

Lời giải

1) Vì ΔABC cân tại A (giả thiết)

$$\Rightarrow AB = AC; \widehat{ABC} = \widehat{ACB} \text{ (tính chất)}$$

Xét ΔABM và ΔACM có: $AB = AC$ (chứng minh trên);

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$ (chứng minh trên); $BM = CM$ (M là trung điểm của BC)

$$\Rightarrow \Delta ABM = \Delta ACM \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CAM} \text{ (cặp góc tương}$$

ứng) hay $\widehat{HAM} = \widehat{KAM}$.

Do $MH \perp AB$ tại H; $MK \perp AC$ tại K (giả thiết)

$$\Rightarrow \Delta AMH \text{ vuông tại H; } \Delta AMK \text{ vuông tại K}$$

Xét ΔAMH vuông tại H và ΔAMK vuông tại K có: AM chung; $\widehat{HAM} = \widehat{KAM}$ (chứng minh trên)

$$\Rightarrow \Delta AMH = \Delta AMK \text{ (cạnh huyền - góc nhọn)}.$$

2) Vì $\Delta AMH = \Delta AMK$ (chứng minh trên) nên $AH = AK$ (cặp cạnh tương ứng)

$$\Rightarrow \Delta AHK \text{ cân tại A} \Rightarrow \widehat{AHK} = \widehat{AKH} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}. \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } \Delta ABC \text{ cân tại A} \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{180^\circ - \widehat{BAC}}{2}. \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AHK}$. Mà hai góc này ở vị trí đồng vị nên $HK \parallel BC$.

3) Ta có: $AB = AC$ (chứng minh trên); $AH = AK$ (chứng minh trên) $\Rightarrow HB = KC$.

Vì $\widehat{AHK} + \widehat{KHB} = 180^\circ$; $\widehat{AKH} + \widehat{HKC} = 180^\circ$ (các góc kề bù) và $\widehat{AHK} = \widehat{AKH}$ nên $\widehat{KHB} = \widehat{HKC}$.

Xét ΔBKH và ΔCHK có: $HB = KC$; $\widehat{KHB} = \widehat{HKC}$; HK chung

$$\Rightarrow \Delta BKH = \Delta CHK \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{BKH} = \widehat{CHK} \text{ (cặp góc tương ứng)}.$$

Gọi O là giao điểm của BK và CH.

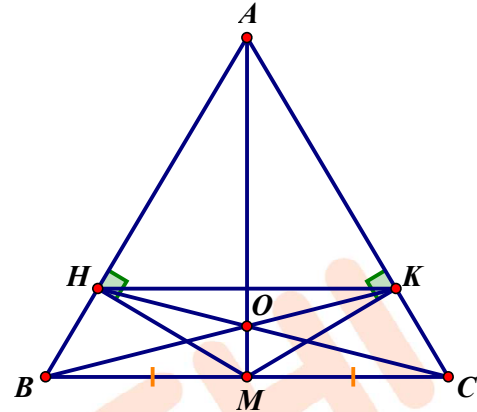
Xét ΔOHK có $\widehat{OKH} = \widehat{OHK}$ (do $\widehat{BKH} = \widehat{CHK}$) $\Rightarrow \Delta OHK$ cân tại O $\Rightarrow OH = OK$.

Xét ΔAHO và ΔAKO có: $AH = AK$; $OH = OK$; AO chung

$$\Rightarrow \Delta AHO = \Delta AKO \text{ (c.c.c)} \Rightarrow \widehat{HAO} = \widehat{KAO} \text{ (cặp góc tương ứng)}$$

$$\Rightarrow AO \text{ là tia phân giác của } \widehat{HAK}. \quad (3)$$

Mặt khác $\Delta AMH = \Delta AMK$ (chứng minh câu 1) $\Rightarrow \widehat{HAM} = \widehat{KAM}$ (cặp góc tương ứng)



$\Rightarrow AM$ là tia phân giác của \widehat{HAK} . (4)

Từ (3) và (4), suy ra các tia AO ; AM trùng nhau. Suy ra ba điểm A, O, M thẳng hàng.

Vậy các đường thẳng AM, BK và CH đồng quy tại O .

Bài V (1,0 điểm).

1) Tìm số tự nhiên n nhỏ hơn 100 sao cho phân số $M = \frac{4}{n+3}$ là phân số tối giản và có thể viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn.

2) Cho các số tự nhiên a, b, c khác 0 thỏa mãn $\frac{28}{29} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} < 1$.

Tính tổng $T = a + b + c$.

Lời giải

1) Để $M = \frac{4}{n+3}$ là phân số tối giản thì $(4; n+3) = 1 \Rightarrow n+3$ là số lẻ.

Khi đó để $M = \frac{4}{n+3}$ là phân số tối giản và có thể viết được dưới dạng số thập phân hữu hạn thì khi phân tích mẫu số $n+3$ ra thừa số nguyên tố thì chỉ có thừa số nguyên tố là 5

$$\Rightarrow n+3 = 5^k \quad (k \in \mathbb{N}^*)$$

Mà n là số tự nhiên nhỏ hơn 100 nên $3 \leq n+3 < 103$

$$\Rightarrow n+3 \in \{5; 25\} \Rightarrow n \in \{2; 22\}$$

Thử lại: $\frac{4}{2+3} = \frac{4}{5} = 0,8; \frac{4}{22+3} = \frac{4}{25} = 0,16$ (thỏa mãn).

Vậy $n \in \{2; 22\}$ là các giá trị cần tìm.

2) Không mất tính tổng quát, giả sử $a \leq b \leq c \Rightarrow \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{3}{a}$

$$\Rightarrow \frac{28}{29} < \frac{3}{a} \Rightarrow 1 \leq a < 3. \frac{29}{28} \Rightarrow a \in \{1; 2; 3\}$$

Trường hợp 1: $a = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1 + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} > 1$ (không thỏa mãn).

Trường hợp 2: $a = 2 \Rightarrow c \geq b \geq 2$.

- Nếu $b = 2 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{c} = 1 + \frac{1}{c} > 1$ (không thỏa mãn).

- Nếu $b = 3 \Rightarrow \frac{28}{29} < \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{c} < 1 \Rightarrow \frac{23}{174} < \frac{1}{c} < \frac{1}{6} \Rightarrow 7,57 > c > 6 \Rightarrow c = 7$.

- Nếu $b = 4 \Rightarrow \frac{28}{29} < \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{c} < 1 \Rightarrow \frac{25}{116} < \frac{1}{c} < \frac{1}{4} \Rightarrow 4,64 > c > 4 \Rightarrow$ không tồn tại c thoả mãn.
- Nếu $b \geq 5$ thì $c \geq b \geq 5 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{9}{10} < \frac{28}{29}$ (không thoả mãn).

Trường hợp 3: $a = 3$.

- Nếu $a = b = c = 3$ thì $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$ (không thoả mãn).
- Nếu $b \geq 4$ thì $c \geq b \geq 4 \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \leq \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{5}{6} < \frac{28}{29}$ (không thoả mãn).

Do đó ta chỉ tìm được $a = 2; b = 3; c = 7$.

Vậy $T = a + b + c = 2 + 3 + 7 = 12$.

----- HẾT -----



ON THI
123