

MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ THI GIỮA HỌC KÌ II LỚP 9 (2022 – 2023)	TRANG	
	Đề	Đáp án
ĐỀ SỐ 1: TRƯỜNG THCS & THPT LƯƠNG THẾ VINH	3	15
ĐỀ SỐ 2: TRƯỜNG THCS GIẢNG VĨ	4	20
ĐỀ SỐ 3: TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRƯỜNG TỘ	5	24
ĐỀ SỐ 4: TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH	6	29
ĐỀ SỐ 5: TRƯỜNG THCS TRÚNG VƯƠNG	7	33
ĐỀ SỐ 6: TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY	8	37
ĐỀ SỐ 7: TRƯỜNG THCS HOÀNG HOA THÁM	9	42
ĐỀ SỐ 8: TRƯỜNG THCS NGÔ SĨ LIÊN	10	47
ĐỀ SỐ 9: TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRI PHƯƠNG	12	52
ĐỀ SỐ 10: TRƯỜNG THCS LÊ LỢI	13	56





HỆ THỐNG ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 1

TRƯỜNG THCS & THPT LƯƠNG THẾ VINH

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{4}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+3}}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$

- Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$.
- Rút gọn biểu thức B.
- Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị của x để $P \leq 2$.

Bài II: (2,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong.

Bài III: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - 3\sqrt{y-2} = -5 \\ \frac{3}{x+1} + \sqrt{y-2} = 9 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (m là tham số)

- Giải phương trình với $m = 1$.
- Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + (m+2)x_2 = 12$

Bài IV: (3 điểm) Cho $(O;R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ các tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B, C là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt $(O;R)$ tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E; tia AE nằm giữa hai tia AB và AO). AO cắt BC tại H.

- Chứng minh: 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh: $AB^2 = AD.AE = AH.AO$.
- Chứng minh: HB là tia phân giác của \widehat{DHE} .

Bài V: (0,5 điểm) Cho x, y là hai số thực thoả mãn: $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + 1$.

HẾT

ĐỀ SỐ 2**TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ****ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+15}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{7}{\sqrt{x}+1} + \frac{10\sqrt{x}-8}{1-x}$ với $x > 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 800 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do cải tiến kĩ thuật nên tổ I làm vượt mức 15% còn tổ II làm vượt mức 10% so với kế hoạch, vì vậy trong thời gian quy định cả hai tổ đã làm được 899 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - 3y = -1 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7$.

Bài IV: (3 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm S nằm ngoài đường tròn. Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với (O) (A, B là các tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác $OASB$ là tứ giác nội tiếp

2) Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng SD cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác D). Chứng minh rằng $SA.SB = SC.SD$.

3) Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng SO và AB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M . Chứng minh tam giác SCI đồng dạng với tam giác SOD và ba điểm A, O, M là ba điểm thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) Cho các số thực không âm x, y thoả mãn $(x+1)(y+1) = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 3

TRƯỜNG THCS NGUYỄN TRƯỜNG TỘ

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

- Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.
- Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A.B$ khi $x > 1$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ca nô chạy xuôi dòng 63km và ngược dòng 30km hết tất cả 5 giờ. Nếu cũng trên khúc sông đó, ca nô chạy xuôi dòng 42km và chạy ngược dòng 45km thì sẽ hết 5 giờ. Tính vận tốc thực của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Bài III: (2,0 điểm)

- Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$
- Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ 4x + my = 2 \end{cases}$$
 (m là tham số)
 - Giải hệ phương trình với $m = -5$.
 - Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thoả mãn $x - y = 1$.

Bài IV: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O). Trong ΔABC vẽ các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

- Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp
- Chứng minh $AF.AB = AC.AE$
- Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của D trên HB và HC. Chứng minh $IK // EF$ và $IK \perp AO$.

Bài V: (0,5 điểm) Cho $a, b, c \geq 0$ thoả mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = a\sqrt{a+2b} + b\sqrt{b+2c} + c\sqrt{c+2a}$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 4

TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{x + \sqrt{x} + 14}{x - 4} - \frac{5}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 16$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$.

3) Cho $M = A.B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II vượt mức 21%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \sqrt{y} = 4 \\ \frac{2}{x-1} - \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P)

b) Gọi A và B là giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Bài IV: (3 điểm) Cho đường tròn (O;R) đường kính AB. C là một điểm bất kỳ thuộc cung AB

($AC < CB$). Từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Lấy điểm F thuộc cung nhỏ AC; BF cắt CH tại E; tia AF cắt tia HC tại I.

1) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.

2) Chứng minh rằng: $AF.AI = AH.AB$.

3) Cho BI cắt (O) tại K. Chứng minh rằng A, E, K thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{a+c} + \frac{c^2}{a+b}$.

HẾT

ĐỀ SỐ 5**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

TRƯỜNG THCS TRUNG VƯƠNG

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+5}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{2x}{x-3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x > 0$; $x \neq 1$; $x \neq 9$

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $A \cdot B \cdot (\sqrt{x} - 3) = 4\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x-4}$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai lớp 9A và 9B có tổng cộng 95 học sinh. Trong đợt quyên góp vở ủng hộ các bạn học sinh nghèo, bình quân mỗi bạn lớp 9A ủng hộ 3 quyển, mỗi bạn lớp 9B ủng hộ 4 quyển, vì vậy cả hai lớp ủng hộ 330 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp.

Bài III: (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \\ 2\sqrt{3x-1} - \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$
- 2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$
 - a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
 - b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P) (biết $x_A < x_B$) và tính diện tích tam giác OAB.

Bài IV: (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O;R). Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho $MB > MC$. Kẻ MI vuông góc với AB ($I \in AB$) và MH vuông góc với BC ($H \in BC$).

- 1) Chứng minh tứ giác BIHM nội tiếp
- 2) Gọi K là giao điểm của IH và AC. Chứng minh $\widehat{MIK} = \widehat{MAK}$ và MK vuông góc với AC.
- 3) Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để IK lớn nhất.

Bài V: (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{7x+9} + \sqrt{7y+9} + \sqrt{7z+9}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 6

TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho các biểu thức $A = \frac{x-10}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{x-2\sqrt{x}+4}{x-4}$ với

$x > 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm x là số nguyên lớn nhất để $P < 1$.

Bài II: (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Để chuẩn bị cho tuần trải nghiệm, học sinh trường THCS Cầu Giấy lên kế hoạch làm 140 sản phẩm tái chế trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày các bạn đã làm vượt mức dự định đặt ra 5 sản phẩm nên đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và còn làm thêm được 10 sản phẩm nữa. Hỏi trong thực tế, học sinh trường THCS Cầu Giấy đã hoàn thành nhiệm vụ trong bao nhiêu ngày?

Bài III: (2,5 điểm)

- 1) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2+5} + \frac{5}{y-2} = 8 \\ 2\sqrt{x^2+5} - \frac{3}{y-2} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 2m + 5 = 0$ (m là tham số)

- a) Giải phương trình với $m = -2$.
- b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Bài IV: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của tam giác ABC. Gọi M, N thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC

- a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $AM.AB = AN.AC$.
- c) Gọi xy là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A. Chứng minh $xy \parallel MN$.
- d) Cho biết $AH = R\sqrt{2}$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) Cho a, b là các số dương thoả mãn $a + 2b \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{3a^2 + a^2b + \frac{9}{2}ab^2 + (8+a)b^3}{ab}$$

HẾT

ĐỀ SỐ 7

TRƯỜNG THCS HOÀNG HOA THÁM

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{6+8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 25$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Cho $P = B : A$ So sánh P với \sqrt{P}

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Để chuẩn bị cho kỉ niệm ngày Quốc tế Phụ nữ 8/3, liên đội trường THCS Hoàng Hoa Thám giao nhiệm vụ mỗi lớp chăm sóc công trình măng non của lớp mình phụ trách. Công trình măng non của hai chi đội 9A và 9B là vệ sinh khu B của trường. Biết rằng nếu cả hai chi đội cùng làm thì sau 4 giờ sẽ xong công việc. Nếu chi đội 9A làm một mình trong hai giờ, chi đội 9B làm một mình trong 4 giờ thì xong được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi nếu mỗi chi đội làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc?

Bài III: (2,5 điểm) 1) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 4\sqrt{x+2} + \frac{2}{y-3} = 6 \\ \sqrt{x+2} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases}$$

2) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng (d) và Parabol (P) bằng phép tính. Tính diện tích tam giác AOB.

Bài IV: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Kéo dài AH cắt đường tròn tại K, cắt BC tại M

a) Chứng minh tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AE \cdot AB = AD \cdot AC$

c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng KD với đường tròn. Chứng minh $\triangle HMD \sim \triangle EBD$ và BQ đi qua trung điểm cạnh DE.

Bài V: (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $2ab + 6bc + 2ac = 7abc$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c}$.

HẾT

ĐỀ SỐ 8

TRƯỜNG THCS NGÔ SĨ LIÊN

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho biểu thức: $A = \frac{x-8}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{5\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$

3) Với $M = \frac{A}{B}$, tìm tất cả số nguyên x để biểu thức M đạt giá trị nguyên.

Bài II: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x^2 - 5x - 15 = 0$

b) **Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình**

Cho hình chữ nhật có chu vi là 48m. Nếu tăng chiều rộng thêm 2m và tăng chiều dài thêm 3m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 64 m^2 . Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x-5} + \frac{6}{y-2} = 4 \\ 4\sqrt{x-5} - \frac{2}{y-2} = 3 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - m - 3$.

a) Vẽ Parabol (P).

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Bài IV: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến AB đến đường tròn (O) với B là tiếp điểm. Một đường thẳng d đi qua A cắt (O) tại hai điểm C và D ($AC < AD$) sao cho tia AC nằm giữa tia AO và tia AB.

a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ và $AB^2 = AC \cdot AD$

b) Kẻ dây BE của (O) vuông góc với AO tại H. Chứng minh rằng AE là tiếp tuyến của đường tròn (O) và tứ giác ABOE là tứ giác nội tiếp.

c) Gọi I là trung điểm dây CD. Qua D vẽ đường thẳng song song với BE cắt tia AB tại K, đường thẳng KI cắt đường thẳng BD tại điểm N. Chứng minh $\widehat{BIA} = \widehat{BKD}$ và N là trung điểm của đoạn thẳng BD.

Bài V: (0,5 điểm) Học sinh chọn một trong hai ý để làm:

5A. Giải phương trình: $2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+12} = 2 + \sqrt{x^2 + 14x + 24}$

5B. Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $x + y \geq 3$. Tìm GTNN của $H = \frac{x^3}{(y+1)^2} + \frac{y^3}{(x+1)^2}$

----- HẾT -----



ON THI
123

ĐỀ SỐ 9

TRƯỜNG THCS

NGUYỄN TRI PHƯƠNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$

2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Bài II: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \sqrt{y} = 9 \\ \frac{1}{x-1} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

2) **Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình**

Trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, tổ I sản xuất vượt mức 12%, tổ II sản xuất giảm 10% so với tháng đầu nên tổng số sản phẩm cả hai tổ làm được trong tháng thứ hai ít hơn tháng đầu 14 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm được trong tháng đầu.

Bài III: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P)

a) Vẽ parabol (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d): $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ bằng phương pháp đại số.

Bài IV: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O). Từ một điểm M nằm bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp

2) Gọi H là giao điểm của MO và AB. Kẻ cát tuyến MDC với đường tròn (O) sao cho $MD < MC$, tia MC nằm giữa hai tia MO và MA. Chứng minh $MA^2 = MD.MC = MH.MO$

3) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O), tia MO cắt CK tại E. Chứng minh tứ giác DCOH nội tiếp và $AE // DK$.

Bài V: (0,5 điểm) Cho $x, y, z \geq 0$ thỏa mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{5x+1} + \sqrt{5y+1} + \sqrt{5z+1}.$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 10

TRƯỜNG THCS LÊ LỢI

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+5}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- 1) Tính giá trị biểu thức A với $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm x để $P \leq 4$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 3m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi. Nếu giảm chiều dài đi 3m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi.

Bài III: (2,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2y = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - y = 4 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$

a) Giải phương trình với $m = 3$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

Bài IV: (3,0 điểm) Cho đường tròn (O), đường kính AB. Gọi H là điểm cố định trên đoạn OB (H khác O;B). Dựng đường thẳng d qua H vuông góc với AB. Điểm C di động trên đường thẳng d sao cho C nằm ngoài (O), BC cắt (O) tại điểm thứ hai là D, AD cắt d tại E.

- 1) Chứng minh tứ giác BDEH nội tiếp
- 2) Chứng minh $HE.HC = HA.HB$
- 3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt AC tại điểm thứ hai là I. Chứng minh: I thuộc đường tròn (O) và DA là phân giác của \widehat{HDI} .

Bài V: (0,5 điểm) Cho hai số $a, b > 0$ thoả mãn: $(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{b} + 2) = 9$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{a^4}{b} + \frac{b^4}{a}$.

----- HẾT -----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



on
123

ĐỀ SỐ 1

TRƯỜNG THCS & THPT LƯƠNG THẾ VINH

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{4}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{x-\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$

- 1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 9$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm các giá trị của x để $P \leq 2$.

Lời giải

1) Thay $x = 9$ (tmđk) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{9}{\sqrt{9}+1} = \frac{9}{3+1} = \frac{9}{4}$.

Vậy với $x = 9$ thì $A = \frac{9}{4}$.

$$2) B = \frac{4}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+3}{x-\sqrt{x}} = \frac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{3\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} = \frac{3}{\sqrt{x}}$$

$$3) P = A.B = \frac{x}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$$

$$\text{Để } P \leq 2 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}} \leq 2 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}} - 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{3-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}} \leq 0$$

$$\text{Vì } \sqrt{x} > 0 \forall x > 0; x \neq 1 \Rightarrow 3-2\sqrt{x} \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} \geq \frac{3}{2} \Leftrightarrow x \geq \frac{9}{4}$$

Kết hợp ĐKXD ta có $x \geq \frac{9}{4}$.

Vậy với $x \geq \frac{9}{4}$ thì $P \leq 2$.

Bài II: (2,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai người thợ cùng làm một công việc trong 7 giờ 12 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc. Hỏi mỗi người làm một mình công việc đó thì mấy giờ xong.

Lời giải

$$\text{Đổi } 7 \text{ giờ } 12 \text{ phút} = 7 \text{ giờ} + \frac{1}{5} \text{ giờ} = \frac{36}{5} \text{ giờ}$$

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x ($x > 0$; giờ)

Thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là y ($y > 0$; giờ)

Trong 1 giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Trong 1 giờ cả hai làm được $\frac{5}{36}$ (công việc)

Từ đó ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36}$ (1)

Trong 5 giờ người thứ nhất làm được $\frac{5}{x}$ (công việc)

Trong 6 giờ người thứ hai làm được $\frac{6}{y}$ (công việc)

Vì người thứ nhất làm trong 5 giờ, người thứ 2 làm trong 6 giờ thì cả hai người làm được $\frac{3}{4}$ công việc

nên ta có phương trình $\frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{6}{y} = \frac{5}{6} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ \frac{1}{12} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ \frac{1}{y} = \frac{5}{36} - \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy người thứ nhất làm một mình trong 12 giờ; người thứ hai làm một mình trong 18 giờ.

Bài III: (2 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - 3\sqrt{y-2} = -5 \\ \frac{3}{x+1} + \sqrt{y-2} = 9 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thoả mãn $x_1^2 + (m+2)x_2 = 12$

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \neq -1; y \geq 2$

$$\begin{cases} \frac{2}{x+1} - 3\sqrt{y-2} = -5 \\ \frac{3}{x+1} + \sqrt{y-2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x+1} - 3\sqrt{y-2} = -5 \\ \frac{9}{x+1} + 3\sqrt{y-2} = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{11}{x+1} = 22 \\ \frac{9}{x+1} + 3\sqrt{y-2} = 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 = \frac{1}{2} \\ \frac{9}{x+1} + 3\sqrt{y-2} = 27 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ 3\sqrt{y-2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ \sqrt{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y-2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = 11 \end{cases} \text{ (tmdk)}$$

Vậy tập nghiệm của HPT là $(x; y) = \left(-\frac{1}{2}; 11\right)$.

2a) Với $m = 1 \Rightarrow$ PT trở thành $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 1$$

Vậy PT có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+1}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-1}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

Vậy với $m = 1$ thì PT có hai nghiệm $x = 2; x = 1$.

b) $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (*)

$$\Delta_{(*)} = [-(m+2)]^2 - 4 \cdot 2m = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$$

Để PT (*) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta_{(*)} > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 \neq 0 \Leftrightarrow m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Theo định lý Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+2 \\ x_1 \cdot x_2 = 2m \end{cases}$

Theo đề bài $x_1^2 + (m+2)x_2 = 12$

$$\Rightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 = 12 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_1 \cdot x_2 = 12 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 \cdot x_2 = 12$$

$$\Rightarrow (m+2)^2 - 2m = 12 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 8 = 0 \Leftrightarrow (m-2)(m+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \text{ (ktm)} \\ m = -4 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy $m = -4$.

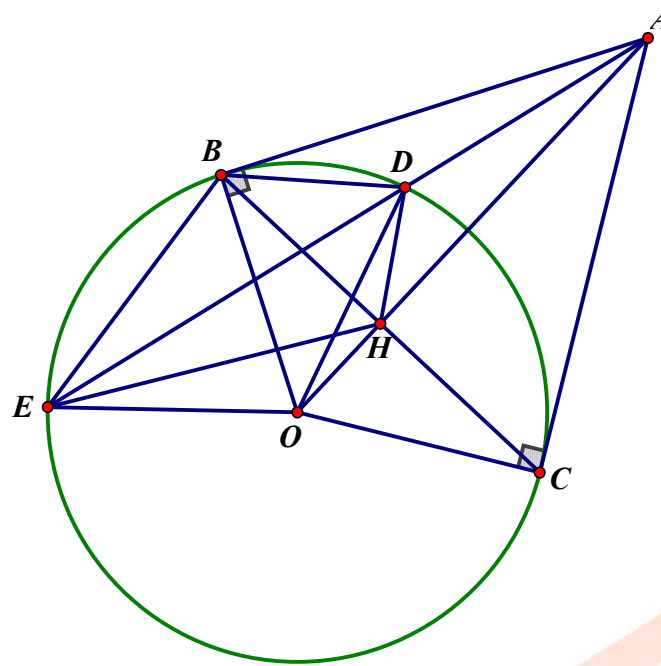
Bài IV: (3 điểm) Cho $(O; R)$ và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Qua A kẻ các tiếp tuyến AB, AC tới (O) (B, C là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt $(O; R)$ tại hai điểm D và E (D nằm giữa A và E ; tia AE nằm giữa hai tia AB và AO). AO cắt BC tại H .

a) Chứng minh: 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $AB^2 = AD \cdot AE = AH \cdot AO$.

c) Chứng minh: HB là tia phân giác của \widehat{DHE} .

Lời giải



a) Vì AB, AC là các tiếp tuyến của (O) nên $\widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta ABO$ nội tiếp đường tròn đường kính OA ;

ΔACO nội tiếp đường tròn đường kính OA

\Rightarrow 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn đường kính OA

b) Xét (O) có AB, AC là các tiếp tuyến cắt nhau tại A $\Rightarrow AB = AC$ (tc)

Lại có $OB = OC = R$

\Rightarrow OA là đường trung trực của BC $\Rightarrow OA \perp BC$ tại H.

Xét (O) có $\widehat{ABD} = \widehat{BED} = \frac{1}{2} s\widehat{BD}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BD})

Xét ΔABD và ΔAEB có

$\widehat{ABD} = \widehat{AEB}$ (cmt) và \widehat{BAE} chung

$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta AEB$ (g.g) $\Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow AB^2 = AD.AE$ (1)

Xét ΔABO vuông tại B có $BH \perp OA$

$\Rightarrow AB^2 = AH.AO$ (Hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB^2 = AD.AE = AH.AO$

c) Vì $AD.AE = AH.AO \Rightarrow \frac{AD}{AH} = \frac{AO}{AE}$

Xét ΔADO và ΔAHE có $\frac{AD}{AH} = \frac{AO}{AE}$ (cmt) và \widehat{EAO} chung

$\Rightarrow \Delta ADO \sim \Delta AHE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{ADO} = \widehat{AHE}$

$\Rightarrow 180^\circ - \widehat{ADO} = 180^\circ - \widehat{AHE} \Rightarrow \widehat{ODE} = \widehat{OHE}$ (3)

Chứng minh tương tự $\triangle ADH \sim \triangle AOE$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{OED}$ (4)

Mà $\widehat{OED} = \widehat{ODE}$ (do $\triangle OED$ cân tại O) (5)

Từ (3), (4), (5) $\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{OHE} \Rightarrow 90^\circ - \widehat{AHD} = 90^\circ - \widehat{OHE} \Rightarrow \widehat{BHD} = \widehat{BHE}$

$\Rightarrow BH$ là phân giác \widehat{DHE} .

Bài V: (0,5 điểm) Cho x, y là hai số thực thoả mãn: $(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = x + y + 1$.

Lời giải

$$(x+y)^2 + 7(x+y) + y^2 + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+y)^2 + 2 \cdot \frac{7}{2}(x+y) + \left(\frac{7}{2}\right)^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2 + 10 = -y^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x+y + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \leq 0 \Leftrightarrow \left(x+y + \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{2} \leq x+y + \frac{7}{2} \leq \frac{3}{2} \Leftrightarrow -5 \leq x+y \leq -2 \Leftrightarrow -4 \leq x+y+1 \leq -1$$

$\Rightarrow A_{\min} = -4$. Dấu "=" xảy ra khi $x = -5; y = 0$ và

$A_{\max} = -1$. Dấu "=" xảy ra khi $x = -2; y = 0$

Vậy GTNN của $A = -4$ khi $x = -5; y = 0$. GTLN của $A = -1$ khi $x = -2; y = 0$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 2

TRƯỜNG THCS GIẢNG VÕ

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+15}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{7}{\sqrt{x}+1} + \frac{10\sqrt{x}-8}{1-x}$ với $x > 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) Thay $x = 4$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{4+15}{\sqrt{4}-1} = \frac{19}{2-1} = 19$

Vậy với $x = 4$ thì $A = 19$.

2)
$$B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \frac{7}{\sqrt{x}+1} + \frac{10\sqrt{x}-8}{1-x} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1) + 7(\sqrt{x}-1) - (10\sqrt{x}-8)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x + \sqrt{x} + 7\sqrt{x} - 7 - 10\sqrt{x} + 8}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{x - 2\sqrt{x} + 1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

3) $P = A \cdot B = \frac{x+15}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+15}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 + \frac{16}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}+1 + \frac{16}{\sqrt{x}+1} - 2$

Áp dụng bất đẳng thức Cosi cho hai số dương ta có

$$\sqrt{x}+1 + \frac{16}{\sqrt{x}+1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}+1) \cdot \frac{16}{\sqrt{x}+1}} = 8 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 + \frac{16}{\sqrt{x}+1} - 2 \geq 6 \Leftrightarrow P \geq 6$$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}+1 = \frac{16}{\sqrt{x}+1} \Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)^2 = 16 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = 9$ (tm)

Vậy GTNN của $P = 6$ khi $x = 9$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 800 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do cải tiến kĩ thuật nên tổ I làm vượt mức 15% còn tổ II làm vượt mức 10% so với kế hoạch, vì vậy trong thời gian quy định cả hai tổ đã làm được 899 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I phải làm theo kế hoạch là x ($x \in \mathbb{N}^*; x < 800$; sản phẩm)

Số sản phẩm tổ II phải làm theo kế hoạch là y ($y \in \mathbb{N}^*$; $y < 800$; sản phẩm)

Vì cả hai tổ phải làm 800 sản phẩm theo kế hoạch nên ta có phương trình: $x + y = 800$ (1)

Theo thực tế, số sản phẩm tổ I làm được là: $x + 15\%x = x(1 + 15\%) = 1,15x$ (sản phẩm)

Theo thực tế, số sản phẩm tổ II làm được là: $y + 10\%y = y(1 + 10\%) = 1,1y$ (sản phẩm)

Vì theo thực tế cả hai tổ đã làm được 899 sản phẩm nên ta có phương trình: $1,15x + 1,1y = 899$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,15x + 1,1y = 899 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 880 \\ 1,15x + 1,1y = 899 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,05x = 19 \\ x + y = 800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 380 \\ y = 420 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ I phải làm 380 sản phẩm; tổ II phải làm 420 sản phẩm.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - 3y = -1 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases}$$

2) Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ (1) (x là ẩn số)

a) Giải phương trình (1) khi $m = 5$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7$.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \geq -1$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - 3y = -1 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x+1} - 6y = -2 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7y = 7 \\ 2\sqrt{x+1} + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \sqrt{x+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x + 1 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

(tmdk)

Vậy tập nghiệm của HPT là $(x; y) = (3; 1)$

2a) Với $m = 5 \Rightarrow$ PT (1) trở thành $x^2 - 8x - 10 = 0$

$$\Delta' = (-4)^2 - 1 \cdot (-10) = 26 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{26}$$

Vậy PT có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{4 + \sqrt{26}}{1} = 4 + \sqrt{26}; x_2 = \frac{4 - \sqrt{26}}{1} = 4 - \sqrt{26}$$

Vậy với $m = 5$ PT có tập nghiệm $S = \{4 \pm \sqrt{26}\}$

b) $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0$ (1)

$$\Delta'_{(1)} = [-(m-1)]^2 - 1 \cdot (-2m) = m^2 + 1 > 0$$

Vậy PT (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 với mọi m .

Theo hệ thức Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 \cdot x_2 = -2m \end{cases}$$

Ta có: $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7 \Leftrightarrow 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1 = 7$

$\Rightarrow 4 \cdot (-2m) - 4(m-1) + 1 = 7 \Leftrightarrow -12m + 5 = 7 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{6}$

Vậy $m = -\frac{1}{6}$.

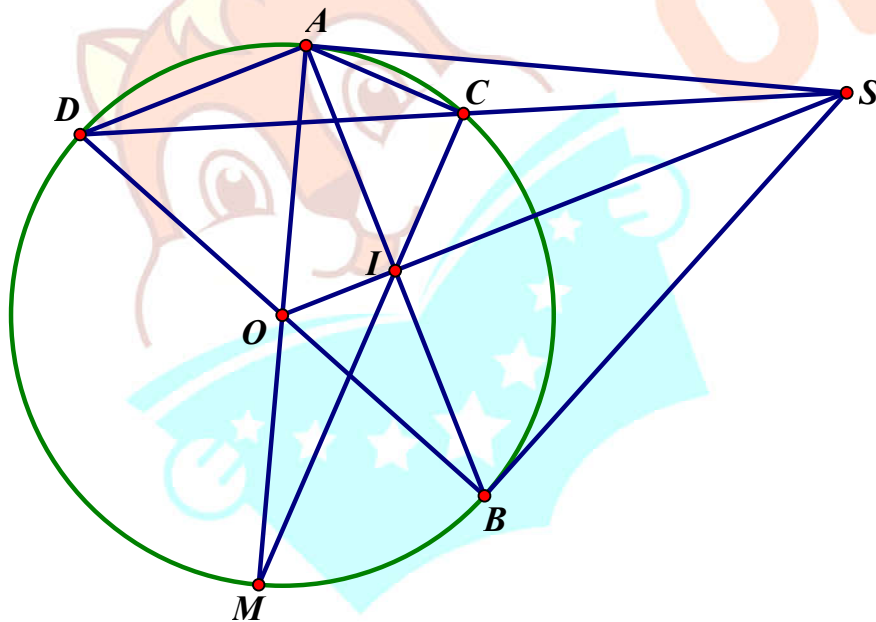
Bài IV: (3 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm S nằm ngoài đường tròn. Từ điểm S vẽ hai tiếp tuyến SA, SB với (O) (A, B là các tiếp điểm).

1) Chứng minh tứ giác $OASB$ là tứ giác nội tiếp

2) Kẻ đường kính BD của đường tròn (O) . Đường thẳng SD cắt đường tròn (O) tại điểm C (C khác D). Chứng minh rằng $SA \cdot SB = SC \cdot SD$.

3) Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng SO và AB . Tia CI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là M . Chứng minh tam giác SCI đồng dạng với tam giác SOD và ba điểm A, O, M là ba điểm thẳng hàng.

Lời giải



1) Vì SA, SB là các tiếp tuyến của $(O) \Rightarrow \widehat{SAO} = \widehat{SBO} = 90^\circ$

Xét tứ giác $SAOB$ có: $\widehat{SAO} + \widehat{SBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

Vậy tứ giác $SAOB$ là tứ giác nội tiếp.

2) Xét (O) có $\widehat{SAC} = \widehat{SDA} = \frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{AC}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn \widehat{AC})

Xét $\triangle SAC$ và $\triangle SDA$ có $\widehat{SAC} = \widehat{SDC}$ (cmt) và \widehat{ASD} chung

$$\Rightarrow \triangle SAC \sim \triangle SDA \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{SA}{SD} = \frac{SC}{SA} \Leftrightarrow SA^2 = SC \cdot SD \text{ (1)}$$

Lại có $SA = SB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) $\Rightarrow SA \cdot SB = SC \cdot SD$

3) Ta có $SA = SB$; $OA = OB \Rightarrow SO$ là đường trung trực của AB .

$\Rightarrow SO \perp AB$ tại I

Xét $\triangle SAO$ vuông tại A có $AI \perp SA$

$$\Rightarrow SA^2 = SI \cdot SO \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow SC \cdot SD = SI \cdot SO \Rightarrow \frac{SC}{SO} = \frac{SI}{SD}$$

Xét $\triangle SCI$ và $\triangle SOD$ có $\frac{SC}{SO} = \frac{SI}{SD}$ (cmt) và \widehat{DSO} chung

$\Rightarrow \triangle SCI \sim \triangle SOD$ (c.g.c) (dpcm)

$$\Rightarrow \widehat{SIC} = \widehat{SDO} \text{ hay } \widehat{SIC} = \widehat{CDB}$$

Lại có $\widehat{CDB} = \widehat{CAB} = \frac{1}{2} \text{sđ}\widehat{BC}$ (góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BC})

$$\Rightarrow \widehat{SIC} = \widehat{CAI} \text{ mà } \widehat{SIC} + \widehat{CIA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{CAI} + \widehat{CIA} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACI} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{ACM} = 90^\circ$$

$\Rightarrow \triangle ACM$ nội tiếp đường tròn đường kính AM

Mà $A, C, M \in (O) \Rightarrow AM$ là đường kính của (O)

\Rightarrow Ba điểm A, O, M thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) Cho các số thực không âm x, y thoả mãn $(x+1)(y+1) = 5$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2$.

Lời giải

$$(x+1)(y+1) = 5 \Leftrightarrow xy + (x+y) + 1 = 5 \Leftrightarrow x+y = 4 - xy$$

$$\text{Vì } x, y \geq 0 \Rightarrow x+y \leq 4$$

$$\text{Vì } x, y \geq 0 \Rightarrow 2xy \geq 0 \text{ do đó}$$

$$P = x^2 + y^2 \leq x^2 + y^2 + 2xy = (x+y)^2 \leq 4^2 = 16$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi } \begin{cases} xy = 0 \\ x+y = 4 \end{cases} \Rightarrow (x;y) \in \{(4;0);(0;4)\}$$

Vậy GTLN của $P = 16$ khi $(x;y) \in \{(4;0);(0;4)\}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 3

TRƯỜNG THCS

NGUYỄN TRƯỜNG TỘ

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0; x \neq 1$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = A.B$ khi $x > 1$.

Lời giải

1) Thay $x = 16$ (tmdk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{16}{\sqrt{16}+1} = \frac{16}{4+1} = \frac{16}{5}$

Vậy với $x = 16$ thì $A = \frac{16}{5}$

2) $B = \frac{x+\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}-2} - \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} = \frac{x+\sqrt{x}+1 - (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1) + \sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)}$
 $= \frac{x+\sqrt{x}+1 - (x-1) + x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{x+3\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$

3) $P = A.B = \frac{x}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1+1}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}+1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} = \sqrt{x}-1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + 2$

Áp dụng BĐT Cosi cho hai số dương ta có

$$\sqrt{x}-1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} \geq 2\sqrt{(\sqrt{x}-1) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}-1}} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + 2 \geq 3$$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}-1 = \frac{1}{\sqrt{x}-1} \Leftrightarrow (\sqrt{x}-1)^2 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 = 1 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (tmdk)

Vậy GTNN của $P = 3$ khi $x = 4$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một ca nô chạy xuôi dòng 63km và ngược dòng 30km hết tất cả 5 giờ. Nếu cũng trên khúc sông đó, ca nô chạy xuôi dòng 42km và chạy ngược dòng 45km thì sẽ hết 5 giờ. Tính vận tốc thực của ca nô và vận tốc của dòng nước.

Lời giải

Gọi vận tốc thực của ca nô là x . Vận tốc của dòng nước là y ($x > y > 0$; km/h)

Vận tốc ca nô chạy xuôi dòng là $x + y$ (km/h)

Vận tốc ca nô chạy ngược dòng là $x - y$ (km/h)

Thời gian ca nô chạy xuôi dòng 63km là $\frac{63}{x+y}$ (giờ)

Thời gian ca nô chạy ngược dòng 30km là $\frac{30}{x-y}$ (giờ)

Vì ca nô đi hết 5 giờ nên ta có phương trình: $\frac{63}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 5$ (1)

Thời gian ca nô chạy xuôi dòng 42km là $\frac{42}{x+y}$ (giờ)

Thời gian ca nô chạy ngược dòng 45km là $\frac{45}{x-y}$ (giờ)

Vì ca nô đi hết 5 giờ nên ta có phương trình: $\frac{42}{x+y} + \frac{45}{x-y} = 5$ (2)

Từ (1) và (2) ta có HPT $\begin{cases} \frac{63}{x+y} + \frac{30}{x-y} = 5 \\ \frac{42}{x+y} + \frac{45}{x-y} = 5 \end{cases}$

Đặt $a = \frac{1}{x+y}$; $b = \frac{1}{x-y}$ ($a > 0$; $b > 0$). Từ đó HPT trở thành $\begin{cases} 63a + 30b = 5 \\ 42a + 45b = 5 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 63a + 30b = 5 \\ 63a + 30b = 42a + 45b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 63a + 30b = 5 \\ 21a - 15b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 63a + 30b = 5 \\ 42a - 30b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 105a = 5 \\ 46a - 30b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{21} \\ b = \frac{1}{15} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \frac{1}{x+y} = \frac{1}{21} \\ \frac{1}{x-y} = \frac{1}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 21 \\ x-y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 36 \\ x-y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 18 km/h; vận tốc của dòng nước là 3 km/h.

Bài III: (2,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases}$

2) Cho hệ phương trình $\begin{cases} mx + y = 1 \\ 4x + my = 2 \end{cases}$ (m là tham số)

a) Giải hệ phương trình với $m = -5$.

b) Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y)$ thỏa mãn $x - y = 1$.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \geq 1; y \geq 0$

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2\sqrt{y} = 13 \\ 4\sqrt{x-1} - 2\sqrt{y} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{x-1} = 21 \\ 2\sqrt{x-1} - \sqrt{y} = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 3 \\ 6 - \sqrt{y} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 9 \\ \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x; y) = (10; 4)$

2) Với $m = -5$, HPT trở thành $\begin{cases} 5x + y = 1 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25x + 5y = 5 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 21x = 3 \\ 4x + 5y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{7} \\ y = \frac{2}{7} \end{cases}$

Vậy với $m = -5$ HPT có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{7}; \frac{2}{7}\right)$

3) $\begin{cases} mx + y = 1 & (1) \\ 4x + my = 2 & (2) \end{cases} (*)$

Để HPT (*) có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{m}{4} \neq \frac{1}{m} \Leftrightarrow m^2 \neq 4 \Leftrightarrow m \neq \pm 2$

Từ (1) $\Rightarrow y = 1 - mx$ (3)

Thay (3) vào (2) ta có $4x + m(1 - mx) = 2 \Leftrightarrow 4x + m - m^2x = 2 \Leftrightarrow (4 - m^2)x = 2 - m \Leftrightarrow x = \frac{1}{2+m}$

$$\Rightarrow y = 1 - mx = 1 - m \cdot \frac{1}{2+m} = \frac{2+m-m}{2+m} = \frac{2}{2+m}$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{1}{2+m}; \frac{2}{2+m}\right)$

Để $x - y = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2+m} - \frac{2}{2+m} = 1 \Leftrightarrow -\frac{1}{2+m} = 1 \Leftrightarrow 2+m = -1 \Leftrightarrow m = -3$ (tmđk)

Vậy $m = 3$.

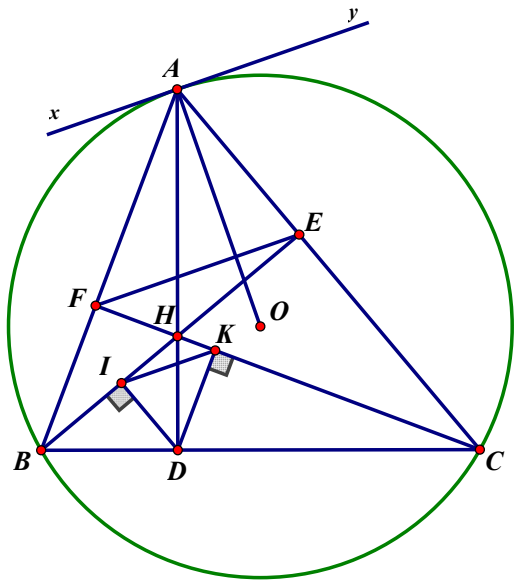
Bài IV: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Trong ΔABC vẽ các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp

2) Chứng minh $AF \cdot AB = AC \cdot AE$

3) Gọi I, K lần lượt là hình chiếu của D trên HB và HC. Chứng minh $IK // EF$ và $IK \perp AO$.

Lời giải



a) Xét tứ giác AFHE có $\widehat{AFH} + \widehat{AEH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

Suy ra tứ giác AFHE là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle AEB$ và $\triangle AFC$ có

\widehat{BAC} chung và $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AEB \sim \triangle AFC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} \Leftrightarrow AF \cdot AB = AE \cdot AC$$

c) Xét $\triangle HBD$ vuông tại D, $DI \perp HB$

$$\Rightarrow HD^2 = HI \cdot HB \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

Xét $\triangle HDC$ vuông tại D, $DK \perp HC$

$$\Rightarrow HD^2 = HK \cdot HC \text{ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)}$$

$$\Rightarrow HI \cdot HB = HK \cdot HC \Leftrightarrow \frac{HI}{HC} = \frac{HK}{HB}$$

Xét $\triangle HIK$ và $\triangle HCB$ có $\frac{HI}{HC} = \frac{HK}{HB}$; \widehat{HKI} chung

$$\Rightarrow \triangle HIK \sim \triangle HCB \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{HIK} = \widehat{HCB} \text{ (1)}$$

Ta có AFHE là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{FAH} = \widehat{FEH} \text{ (2)}$

Lại có $\widehat{HCB} = \widehat{HAF}$ (cùng phụ \widehat{ABC}) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{HIK} = \widehat{FEH}$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong

Suy ra $IK \parallel FE$

Gọi tiếp tuyến tại A của (O) là xy $\Rightarrow OA \perp xy$ tại A

Dễ dàng chứng minh BFEC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ECB} \text{ (4)}$

Xét (O) có $\widehat{ACB} = \widehat{BAx}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp chắn \widehat{AB}) (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{BAx}$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong
 $\Rightarrow FE // xy$. Mà $OA \perp xy \Rightarrow FE \perp OA \Rightarrow IK \perp AO$

Bài V: (0,5 điểm) Cho $a, b, c \geq 0$ thỏa mãn $a + b + c = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P = a\sqrt{a+2b} + b\sqrt{b+2c} + c\sqrt{c+2a}$$

Lời giải

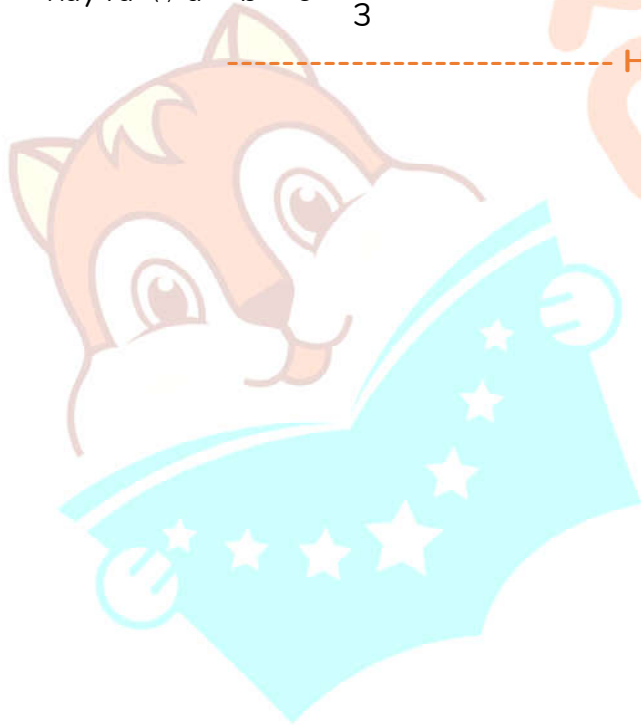
$$\text{Ta có } a\sqrt{a+2b} = a\sqrt{1 \cdot (a+2b)} \leq \frac{a(1+a+2b)}{2} = \frac{a+a^2+2ab}{2}$$

$$\text{Tương tự } b\sqrt{b+2c} \leq \frac{b+b^2+2bc}{2}; \quad c\sqrt{c+2a} \leq \frac{c+c^2+2ca}{2}$$

$$\begin{aligned} P = a\sqrt{a+2b} + b\sqrt{b+2c} + c\sqrt{c+2a} &\leq \frac{(a+b+c) + (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca)}{2} \\ &= \frac{(a+b+c) + (a+b+c)^2}{2} = \frac{1+1}{2} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow a = b = c = \frac{1}{3}$$

HẾT



ĐỀ SỐ 4**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

TRƯỜNG THCS THÁI THỊNH

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1}$ và $B = \frac{x + \sqrt{x} + 14}{x - 4} - \frac{5}{\sqrt{x} - 2}$ với $x \geq 0; x \neq 16$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.

2) Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$.

3) Cho $M = A.B$. Tìm giá trị nhỏ nhất của M.

Lời giải

1) Thay $x = 16$ (tmdk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{\sqrt{16} + 2}{\sqrt{16} + 1} = \frac{4 + 2}{4 + 1} = \frac{6}{5}$

Vậy với $x = 16$ thì $A = \frac{6}{5}$.

2) $B = \frac{x + \sqrt{x} + 14}{x - 4} - \frac{5}{\sqrt{x} - 2} = \frac{x + \sqrt{x} + 14 - 5(\sqrt{x} + 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{x - 4\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2}$

3) $M = A.B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 1} = \frac{\sqrt{x} + 1 - 3}{\sqrt{x} + 1} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 1}$

Ta có $\sqrt{x} \geq 0 \forall x \in \text{ĐKXĐ} \Leftrightarrow \sqrt{x} + 1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x} + 1} \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{x} + 1} \geq -3 \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x} + 1} \geq -2$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (tmdk)

Vậy GTNN của $M = -2$ khi $x = 0$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do áp dụng kỹ thuật mới nên tổ I đã vượt mức 18% và tổ II vượt mức 21%, vì vậy trong thời gian quy định họ đã vượt mức 120 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao của mỗi tổ theo kế hoạch?

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I được giao theo kế hoạch là x ($x \in \mathbb{N}^*; x < 600$; sản phẩm)

số sản phẩm tổ II được giao theo kế hoạch là y ($y \in \mathbb{N}^*; y < 600$; sản phẩm)

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 600 sản phẩm nên ta có phương trình: $x + y = 600$ (1)

Số sản phẩm tổ I đã làm vượt mức là $18\%.x = 0,18x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tổ II đã làm vượt mức là $21\%.y = 0,21y$ (sản phẩm)

Hai tổ đã hoàn thành vượt mức 120 sản phẩm, nên ta có phương trình:

$$0,18x + 0,21y = 120 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,18x + 0,18y = 108 \\ 0,18x + 0,21y = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,03y = 12 \\ x + y = 600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 400 \\ x = 200 \end{cases} \text{ (tmdl)}$$

Vậy số sản phẩm tổ I được giao là 200 sản phẩm

Số sản phẩm tổ II được giao là 400 sản phẩm.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \sqrt{y} = 4 \\ \frac{2}{x-1} - \sqrt{y} = 2 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

a) Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P)

b) Gọi A và B là giao điểm của (d) và (P). Tính diện tích tam giác OAB.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \neq 1; y \geq 0$

$$\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \sqrt{y} = 4 \\ \frac{2}{x-1} - \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x-1} = 6 \\ \frac{2}{x-1} - \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x-1} - \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ 4 - \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ \sqrt{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 4 \end{cases} \text{ (tmdl)}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{3}{2}; 4\right)$

2a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow B(3; 9)$

Vậy giao điểm của (d) và (P) là $A(-1; 1)$. và $B(3; 9)$

b) Gọi C là giao điểm của (d) và trục Oy

$$\Rightarrow C(0;3) \Rightarrow OC = 3$$

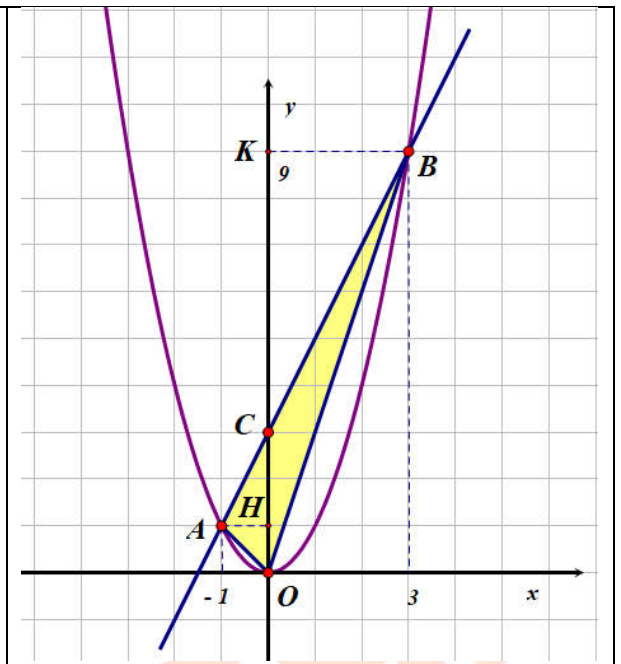
Kẻ $AH \perp CO$ và $BK \perp CO$ $AH = |-1| = 1$; $BK = |3| = 3$

$$\Rightarrow S_{OAC} = \frac{1}{2}AH.CO = \frac{1}{2}.1.3 = \frac{3}{2};$$

$$S_{OCB} = \frac{1}{2}BK.CO = \frac{1}{2}.3.3 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = S_{OAC} + S_{OBC} = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

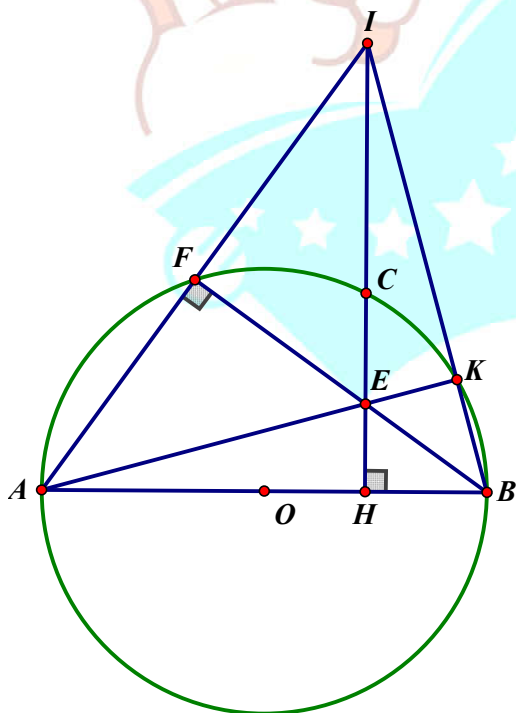
Vậy $S_{OAB} = 6$ (đvdt)



Bài IV: (3 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. C là một điểm bất kỳ thuộc cung AB ($AC < CB$). Từ C kẻ CH vuông góc với AB ($H \in AB$). Lấy điểm F thuộc cung nhỏ AC; BF cắt CH tại E; tia AF cắt tia HC tại I.

- 1) Chứng minh rằng tứ giác AHEF là tứ giác nội tiếp.
- 2) Chứng minh rằng: $AF.AI = AH.AB$.
- 3) Cho BI cắt (O) tại K. Chứng minh rằng A, E, K thẳng hàng.

Lời giải



1) Ta có $\triangle AFB$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính $\widehat{AFB} = 90^\circ$

Mà $CD \perp AB$ tại $H \Rightarrow \widehat{CHA} = \widehat{EHA} = 90^\circ$

Xét tứ giác $AFEH$ có $\widehat{AFE} + \widehat{EHA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

Suy ra $AFEH$ là tứ giác nội tiếp

2) Xét $\triangle AHI$ và $\triangle AFB$ có

\widehat{IAB} chung và $\widehat{AHI} = \widehat{AFB} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AHI \sim \triangle AFB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AH}{AF} = \frac{AI}{AB} \Leftrightarrow AF \cdot AI = AH \cdot AB$$

3) Xét $\triangle AIB$ có $IH \perp AB$; $BF \perp AI$ mà $IH \cap BF$ tại E

$\Rightarrow E$ là trực tâm $\triangle AIB \Rightarrow AE \perp IB$ (1)

Lại có $\triangle AKB$ nội tiếp (O) đường kính $AB \Rightarrow \widehat{AKB} = 90^\circ \Rightarrow AK \perp IB$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow A, E, K$ thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) Cho ba số dương a, b, c thỏa mãn $a + b + c = 2$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = \frac{a^2}{b+c} + \frac{b^2}{a+c} + \frac{c^2}{a+b}$.

Lời giải

Áp dụng BĐT Cosi ta có $\frac{a^2}{b+c} + \frac{b+c}{4} \geq 2\sqrt{\frac{a^2}{b+c} \cdot \frac{b+c}{4}} = a$

Tương tự $\frac{b^2}{a+c} + \frac{a+c}{4} \geq b$; $\frac{c^2}{a+b} + \frac{a+b}{4} \geq c$

$$\Rightarrow M \geq \frac{a+b+c}{2} = 1$$

Vậy GTNN của $M = 1$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c = \frac{2}{3}$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

TRƯỜNG THCS TRUNG VƯƠNG

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A = \frac{x+5}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{2x}{x-3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}}$ với $x \geq 0$; $x \neq 16$

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Tìm tất cả các giá trị của x sao cho $A.B.(\sqrt{x}-3) = 4\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x-4}$.

Lời giải

Thay $x = 16$ (tmdl) vào biểu thức A ta có: $A = \frac{16+5}{\sqrt{16}-1} = \frac{21}{4-1} = \frac{21}{3} = 7$

Vậy với $x = 16$ thì $A = 7$.

$$2) B = \frac{2x}{x-3\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+1}{3-\sqrt{x}} = \frac{2x - \sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$$

$$3) A.B.(\sqrt{x}-3) = 4\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x-4} \Leftrightarrow \frac{x+5}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} \cdot (\sqrt{x}-3) = 4\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow x+5 = 4\sqrt{x} + 1 - 2\sqrt{x-4} \Leftrightarrow x - 4\sqrt{x} + 4 + 2\sqrt{x-4} = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)^2 + 2\sqrt{x-4} = 0$$

$$\text{Vì } (\sqrt{x}-2)^2 \geq 0; 2\sqrt{x-4} \geq 0 \forall x > 0; x \neq 1; x \neq 9$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\sqrt{x}-2)^2 = 0 \\ 2\sqrt{x-4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x}-2 = 0 \\ x-4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

Vậy $x = 4$

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Hai lớp 9A và 9B có tổng cộng 95 học sinh. Trong đợt quyên góp vở ủng hộ các bạn học sinh nghèo, bình quân mỗi bạn lớp 9A ủng hộ 3 quyển, mỗi bạn lớp 9B ủng hộ 4 quyển, vì vậy cả hai lớp ủng hộ 330 quyển. Tính số học sinh mỗi lớp.

Lời giải

Gọi số học sinh lớp 9A là x ($x \in \mathbb{N}^*$; $x < 95$; học sinh)

Số học sinh lớp 9B là y ($y \in \mathbb{N}^*$; $y < 95$; học sinh)

Vì số học sinh hai lớp là 95 học sinh nên ta có phương trình: $x + y = 95$ (1)

Số vở lớp 9A ủng hộ là $3x$ (quyển)

Số vở lớp 9B ủng hộ là $4y$ (quyển)

Vì số vở hai lớp ủng hộ là 330 quyển nên ta có phương trình: $3x + 4y = 330$ (2)

Từ (1) và (2) ta có phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 95 \\ 3x + 4y = 330 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 3y = 285 \\ 3x + 4y = 330 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 45 \\ x + y = 95 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 45 \\ x = 50 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy số học sinh lớp 9A là 50 học sinh, số học sinh lớp 9B là 45 học sinh.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \\ 2\sqrt{3x-1} - \sqrt{y+1} = 4 \end{cases}$$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = 2x + 3$

- a) Vẽ parabol (P) và đường thẳng (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ.
- b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của (d) và (P) (biết $x_A < x_B$) và tính diện tích tam giác OAB.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \geq \frac{1}{3}; y \geq -1$

$$\begin{cases} \sqrt{3x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \\ 2\sqrt{3x-1} - \sqrt{y+1} = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{3x-1} = 9 \\ \sqrt{3x-1} + \sqrt{y+1} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{3x-1} = 3 \\ 3 + \sqrt{y+1} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-1 = 9 \\ \sqrt{y+1} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y+1 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{10}{3} \text{ (tm)} \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x;y) = \left(\frac{10}{3}; 3\right)$.

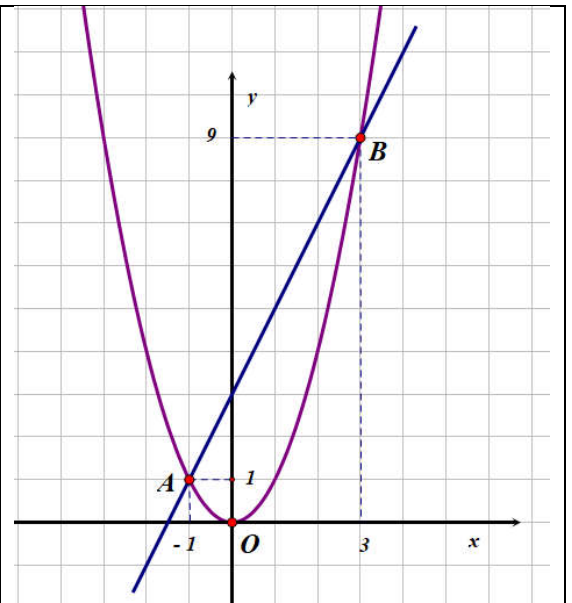
2) Ta có bảng giá trị:

x	0	1	-1	2	-2
$y = x^2$	0	1	1	4	4

Vậy Parabol (P) đi qua 5 điểm $(0;0); (1;1); (-1;1); (2;4); (-2;4)$

x	0	1
$y = 2x + 3$	3	5

Vậy đường thẳng (d) đi qua hai điểm $(0;3)$ và $(1;5)$



2b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) ta có

$$x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \end{cases}$$

Với $x = -1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow A(-1; 1)$

Với $x = 3 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow B(3; 9)$

Vậy giao điểm của (d) và (P) là $A(-1; 1)$ và $B(3; 9)$

Gọi C là giao điểm của (d) và trục Oy $\Rightarrow C(0; 3) \Rightarrow OC = 3$

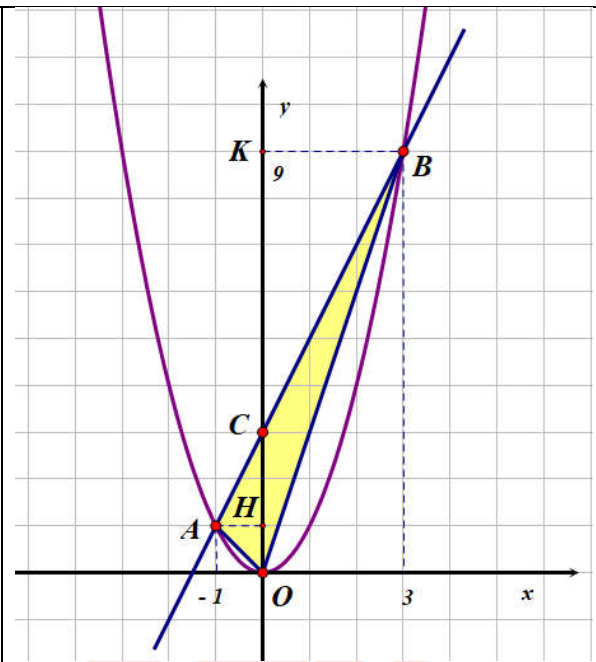
Kẻ $AH \perp CO$ và $BK \perp CO$ $AH = |-1| = 1$; $BK = |3| = 3$

$$\Rightarrow S_{OAC} = \frac{1}{2} AH \cdot CO = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{3}{2};$$

$$S_{OCB} = \frac{1}{2} BK \cdot CO = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = S_{OAC} + S_{OBC} = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

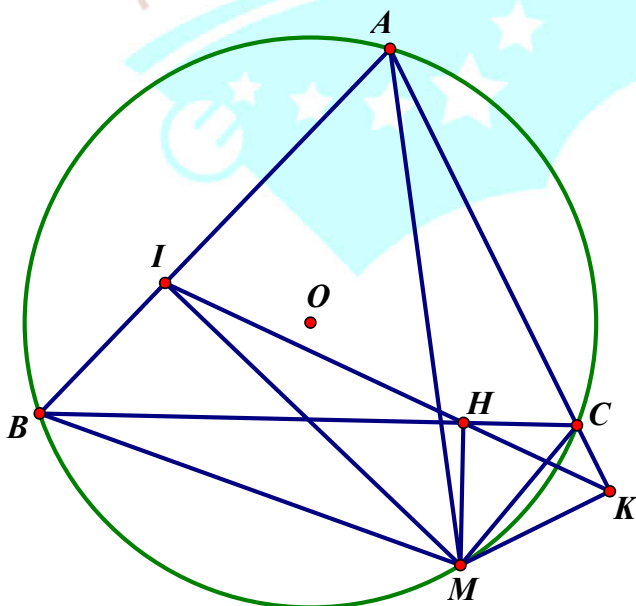
Vậy $S_{OAB} = 6$ (đvdt)



Bài IV: (3 điểm) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O; R)$. Trên cung nhỏ BC lấy điểm M sao cho $MB > MC$. Kẻ MI vuông góc với AB ($I \in AB$) và MH vuông góc với BC ($H \in BC$).

- 1) Chứng minh tứ giác BIHM nội tiếp
- 2) Gọi K là giao điểm của IH và AC. Chứng minh $\widehat{MIK} = \widehat{MAK}$ và MK vuông góc với AC.
- 3) Tìm vị trí của điểm M trên cung nhỏ BC để IK lớn nhất.

Lời giải



1) Xét tứ giác BIHM có $\widehat{NIM} = \widehat{BHM} = 90^\circ$
 Mà hai đỉnh I, H cùng nhìn cạnh BM dưới một góc 90°
 Suy ra BIHM là tứ giác nội tiếp.

2) Vì BIHM là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{MBH} = \widehat{MIH}$ (1)

Xét (O) có $\widehat{MBH} = \widehat{MAK}$ (góc nội tiếp chắn \widehat{MC}) (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{MIK} = \widehat{MAK}$

\Rightarrow Tứ giác AIMK là tứ giác nội tiếp

$\Rightarrow \widehat{AIM} + \widehat{AKM} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{AKM} = 90^\circ \Rightarrow MK \perp AC$

3) Chứng minh $\triangle BMC \sim \triangle IMK$ (g.g) $\Rightarrow \frac{IK}{BC} = \frac{MI}{MB}$

Mà $MI \leq MB$ (quan hệ đường vuông góc và đường xiên)

$\Rightarrow \frac{IK}{BC} = \frac{MI}{MB} \leq 1 \Rightarrow IK \leq BC$

Vậy $IK_{\max} = BC$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} MI = MB \\ MK = MC \end{cases} \Leftrightarrow M$ là điểm chính giữa cung BC.

Bài V: (0,5 điểm) Cho x, y, z là các số không âm thỏa mãn $x + y + z = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \sqrt{7x+9} + \sqrt{7y+9} + \sqrt{7z+9}$.

Lời giải

Áp dụng BĐT Bunhiacopxki ta có

$$P = \sqrt{7x+9} + \sqrt{7y+9} + \sqrt{7z+9} = 1 \cdot \sqrt{7x+9} + 1 \cdot \sqrt{7y+9} + 1 \cdot \sqrt{7z+9} \\ \leq \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{7x+9 + 7y+9 + 7z+9} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{102}$$

Vậy GTLN của $P = \sqrt{102}$ khi $x = y = z = \frac{1}{3}$

Ta có $x, y, z \geq 0$; $x + y + z = 1 \Rightarrow 0 \leq x + y + z \leq 1 \Rightarrow x \geq x^2, y \geq y^2, z \geq z^2$.

Từ đó ta có $P \geq \sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{y^2 + 6y + 9} + \sqrt{z^2 + 6z + 9} = x + 3 + y + 3 + z + 3 = 10$

Vậy GTNN của $P = 10$ khi x, y, z là các hoán vị của $(0; 0; 1)$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 6**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY

Bài I: (2,0 điểm) Cho các biểu thức $A = \frac{x-10}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{x-2\sqrt{x}+4}{x-4}$ với

 $x > 0; x \neq 4$

- 1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 25$.
- 2) Rút gọn biểu thức B.
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm x là số nguyên lớn nhất để $P < 1$.

Lời giải

1) Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{25-10}{\sqrt{25}} = \frac{15}{5} = 3$

Vậy $A = 3$ khi $x = 25$.

$$2) B = \frac{1}{\sqrt{x+2}} + \frac{1}{2-\sqrt{x}} + \frac{x-2\sqrt{x}+4}{x-4} = \frac{\sqrt{x}-2-(\sqrt{x}+2)+x-2\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}$$

$$= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$3) P = A.B = \frac{x-10}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} = \frac{x-10}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Để } P < 1 \Leftrightarrow \frac{x-10}{\sqrt{x}+2} < 1 \Leftrightarrow \frac{x-10}{\sqrt{x}+2} - 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{x-10-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} < 0 \Leftrightarrow \frac{x-\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}+2} < 0$$

$$\text{Vì } \sqrt{x}+2 > 0 \forall x > 0; x \neq 4 \Rightarrow x-\sqrt{x}-12 < 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-4) < 0$$

$$\text{Vì } \sqrt{x}+3 > 0 \forall x > 0; x \neq 4 \Rightarrow \sqrt{x}-4 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 4 \Leftrightarrow x < 16$$

Kết hợp ĐKXD ta có $0 < x < 16; x \neq 4$

Vậy $0 < x < 16; x \neq 4$

Bài II: (1,5 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Để chuẩn bị cho tuần trải nghiệm, học sinh trường THCS Cầu Giấy lên kế hoạch làm 140 sản phẩm tái chế trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày các bạn đã làm vượt mức dự định đặt ra 5 sản phẩm nên đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và còn làm thêm được 10 sản phẩm nữa. Hỏi trong thực tế, học sinh trường THCS Cầu Giấy đã hoàn thành nhiệm vụ trong bao nhiêu ngày?

Lời giải

Gọi số sản phẩm dự định làm mỗi ngày là x ($x \in \mathbb{N}^*$; sản phẩm)

Thời gian hoàn thành sản phẩm theo kế hoạch là y ($y \in \mathbb{N}^*$; ngày)

Vì các bạn học sinh phải làm 140 sản phẩm theo kế hoạch nên ta có phương trình: $xy = 140$ (1)

Thực tế, số sản phẩm mỗi ngày làm được là $x + 5$ (sản phẩm)

Thời gian hoàn thành sản phẩm theo thực tế là $y - 1$ (ngày)

Vì theo thực tế đã làm được thêm 10 sản phẩm nữa nên ta có phương trình: $(x + 5)(y - 1) = 150$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy = 140 \\ (x + 5)(y - 1) = 150 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 140 \\ (x + 5)(y - 1) = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 140 \\ xy - x + 5y - 5 = 150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 140 \\ -x + 5y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (5y - 15)y = 140 \\ x = 5y - 15 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5y^2 - 15y - 140 = 0 \\ x = 5y - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5(y - 7)(y + 4) = 0 \\ x = 5y - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \text{ (tm)} \\ y = -4 \text{ (ktm)} \\ x = 5y - 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \text{ (tm)} \\ x = 20 \end{cases}$$

Vậy thời gian hoàn thành sản phẩm theo thực tế là $7 - 1 = 6$ (ngày)

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} + \frac{5}{y - 2} = 8 \\ 2\sqrt{x^2 + 5} - \frac{3}{y - 2} = 3 \end{cases}$$

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m - 1)x - 2m + 5 = 0$ (m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = -2$.

b) Tìm m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $y \neq 2$

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} + \frac{5}{y - 2} = 8 \\ 2\sqrt{x^2 + 5} - \frac{3}{y - 2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\sqrt{x^2 + 5} + \frac{10}{y - 2} = 16 \\ 2\sqrt{x^2 + 5} - \frac{3}{y - 2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{13}{y - 2} = 13 \\ \sqrt{x^2 + 5} + \frac{5}{y - 2} = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2 = 1 \\ \sqrt{x^2 + 5} + 5 = 8 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ \sqrt{x^2 + 5} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x^2 + 5 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = \pm 2 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy tập nghiệm của HPT là $(x; y) \in \{(2; 3); (-2; 3)\}$.

2a) Với $m = -2$, PT trở thành $x^2 + 6x + 9 = 0$

$$\Delta' = 3^2 - 9 = 0$$

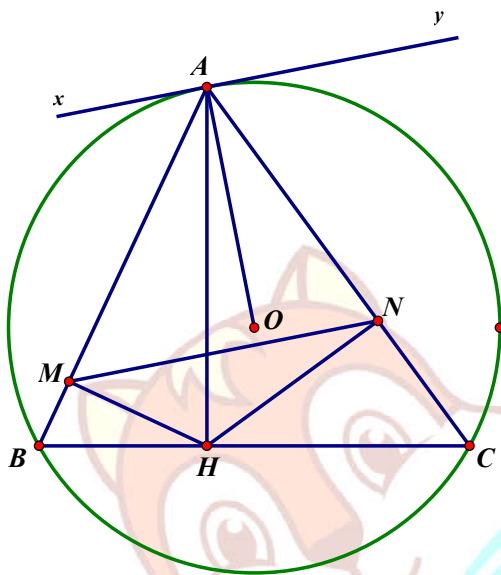
Vậy PT có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{2} = -3$

Vậy với $m = -2$ PT có nghiệm duy nhất là $x = -3$

Bài IV: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R và AH là đường cao của tam giác ABC. Gọi M, N thứ tự là hình chiếu của H trên AB, AC

- a) Chứng minh tứ giác AMHN là tứ giác nội tiếp
- b) Chứng minh $AM \cdot AB = AN \cdot AC$.
- c) Gọi xy là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A. Chứng minh $xy \parallel MN$.
- d) Cho biết $AH = R\sqrt{2}$. Chứng minh M, O, N thẳng hàng.

Lời giải



a) Xét tứ giác AMHN có $\widehat{AMH} + \widehat{ANH} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

Suy ra AMHN là tứ giác nội tiếp

b) Xét $\triangle AHB$ vuông tại H, $MH \perp AB$

$\Rightarrow AH^2 = AM \cdot AB$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông) (1)

Xét $\triangle AHC$ vuông tại H, $HN \perp AC$

$\Rightarrow AH^2 = AN \cdot AC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AM \cdot AB = AN \cdot AC$

c) Vì $AM \cdot AB = AN \cdot AC$ (cmt) $\Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$

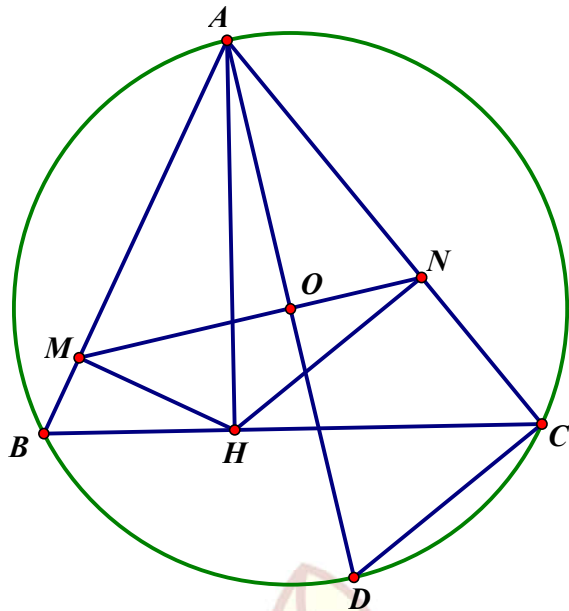
Xét $\triangle AMN$ và $\triangle ACB$ có $\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$; \widehat{BAC} chung

$\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ACB$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ACB}$ (3)

Lại có $\widehat{ACB} = \widehat{BAx}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp chắn \widehat{AB}) (4)

Từ (3) và (4) $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{BAx}$. Mà hai góc này ở vị trí so le trong
 $\Rightarrow xy // MN$

d)



Kẻ đường kính $AD \Rightarrow \widehat{ACD} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\text{Ta có } AN.AC = AH^2 = 2R^2 = AO.AD \Rightarrow \frac{AN}{AD} = \frac{AO}{AC}$$

Từ đó chứng minh được $\triangle AON \sim \triangle ACD$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AON} = \widehat{ACD} = 90^\circ$

Chứng minh tương tự $\widehat{AOM} = \widehat{ABD} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{AOM} + \widehat{AON} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Vậy ba điểm M, O, N thẳng hàng.

Bài V: (0,5 điểm) Cho a, b là các số dương thoả mãn $a + 2b \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{3a^2 + a^2b + \frac{9}{2}ab^2 + (8+a)b^3}{ab}$$

Lời giải

$$\text{Vì } a + 2b \geq 3 \Rightarrow 1 + \frac{2b}{a} \geq \frac{3}{a} \Rightarrow 4b + \frac{8b^2}{a} \geq \frac{12b}{a} \Rightarrow \frac{8b^2}{a} \geq \frac{12b}{a} - 4b$$

$$P = \frac{3a^2 + a^2b + \frac{9}{2}ab^2 + (8+a)b^3}{ab} = \frac{3a}{b} + a + \frac{9b}{2} + \frac{8b^2}{a} + b^2 \geq \frac{3a}{b} + a + \frac{9b}{2} + \frac{12b}{a} - 4b + b^2$$

$$= \frac{3a}{b} + a + \frac{b}{2} + \frac{12b}{a} + b^2 = 3\left(\frac{a}{b} + \frac{4b}{a}\right) + (a + 2b) + \left(b^2 - \frac{3b}{2} + \frac{9}{16}\right) - \frac{9}{16}$$

$$\geq 3.2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{4b}{a}} + 3 + \left(b - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{9}{16} = 12 + 3 + 0 - \frac{9}{16} = \frac{231}{16}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = \frac{3}{2}$; $b = \frac{3}{4}$

----- HẾT -----



ON THI
123

ĐỀ SỐ 7

TRƯỜNG THCS HOÀNG HOA THÁM

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{6+8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị biểu thức A tại $x = 25$

2) Chứng minh $B = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$

3) Cho $P = B : A$ So sánh P với \sqrt{P}

Lời giải

1) Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức A ta được $A = \frac{3(\sqrt{25}-3)}{\sqrt{25}+3} = \frac{3}{4}$

Vậy với $x = 25$ thì $A = \frac{3}{4}$

2)
$$B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3} - \frac{6+8\sqrt{x}}{x-9} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} = \frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{6+8\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} + \frac{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}$$

$$= \frac{3x-9\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

3) $P = B : A = \frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} : \frac{3(\sqrt{x}-3)}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

\sqrt{P} xác định $\Leftrightarrow P \geq 0$

TH1: $P = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (tm) suy ra $P = \sqrt{P}$

TH2: $P > 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} > 0 \Leftrightarrow x > 9$

Với $x > 9$ ta có $P^2 - P = \frac{x}{(\sqrt{x}-3)^2} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)^2} > 0$

Suy ra $P^2 > P$ hay $P > \sqrt{P}$

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Để chuẩn bị cho kỉ niệm ngày Quốc tế Phụ nữ 8/3, liên đội trường THCS Hoàng Hoa Thám giao nhiệm vụ mỗi lớp chăm sóc công trình măng non của lớp mình phụ trách. Công trình măng non của hai chi đội 9A và 9B là vệ sinh khu B của trường. Biết rằng nếu cả hai chi đội cùng làm thì sau 4 giờ sẽ xong công việc. Nếu chi đội 9A làm một mình trong hai giờ, chi đội 9B làm một mình trong 4 giờ thì xong được $\frac{2}{3}$ công việc. Hỏi nếu mỗi chi đội làm một mình thì sau bao lâu sẽ xong công việc?

Lời giải

Gọi thời gian chi đội 9A, 9B làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (giờ) ($x, y > 4$)

Trong 1 giờ chi đội 9A làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ chi đội 9B làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc)

Hai chi đội làm trong 4 giờ thì xong công việc nên mỗi giờ hai đội làm được số phần công việc là $\frac{1}{4}$ (công việc)

Ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4}$

2 giờ chi đội 9A làm được số phần công việc là: $\frac{2}{x}$ (công việc)

4 giờ chi đội 9B làm được số phần công việc là: $\frac{4}{y}$ (công việc)

Thì hai chi đội làm xong được $\frac{2}{3}$ công việc nên ta có phương trình $\frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3}$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{x} + \frac{4}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{y} = \frac{1}{6} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$

Vậy chi đội 9A làm một mình thì 6 giờ xong công việc, chi đội 9B làm một mình thì 12 giờ xong công việc

Bài III: (2,5 điểm) 1) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 4\sqrt{x+2} + \frac{2}{y-3} = 6 \\ \sqrt{x+2} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases}$$

2) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P) và hàm số $y = x + 2$ có đồ thị là đường thẳng (d)

a) Vẽ đồ thị 2 hàm số trên cùng một hệ trục tọa độ

b) Tìm tọa độ giao điểm A, B của đường thẳng (d) và Parabol (P) bằng phép tính. Tính diện tích tam giác AOB.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \geq -2; y \neq 3$

$$\begin{cases} 4\sqrt{x+2} + \frac{2}{y-3} = 6 \\ \sqrt{x+2} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5\sqrt{x+2} = 5 \\ \sqrt{x+2} - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+2} = 1 \\ 1 - \frac{2}{y-3} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 1 \\ \frac{2}{y-3} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 4 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x;y) = (-1;4)$

2a) Vẽ (P) $y = x^2$ và (d) $y = x + 2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

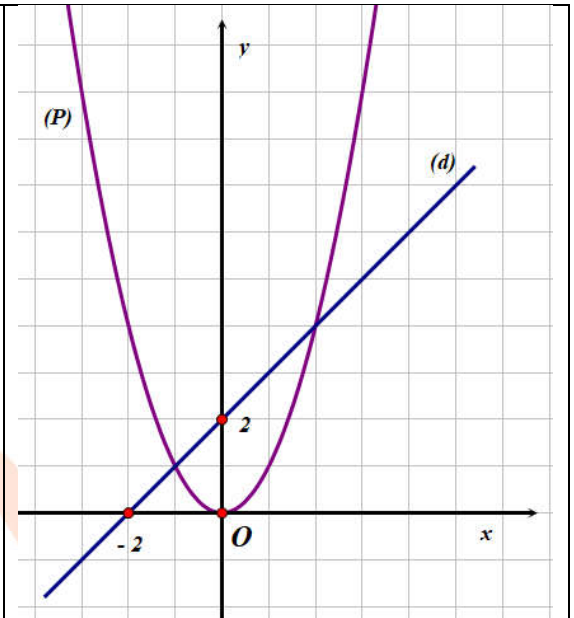
x	0	-2
$y = x + 2$	2	0

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có:

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 4 \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $A(-1;1)$ và $B(2;4)$



Gọi C là giao điểm của (d) với trục Oy $\Rightarrow C(0;2) \Rightarrow OC = 2$

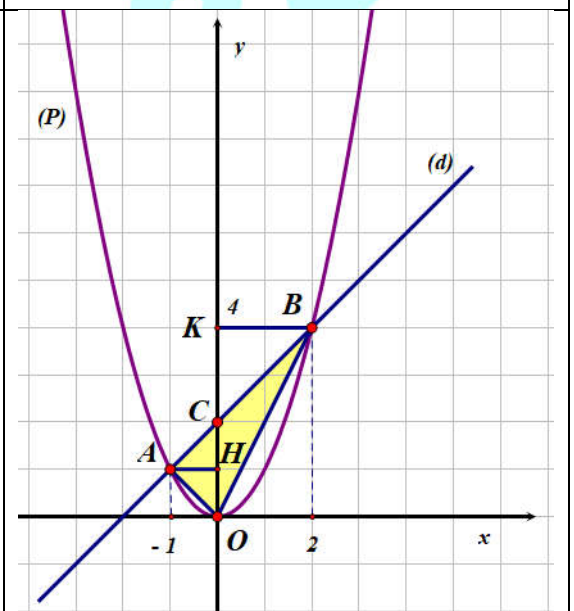
Kẻ $AH \perp CO$ và $BK \perp CO$ $AH = |-1| = 1$; $BK = |2| = 2$

$$\Rightarrow S_{OAC} = \frac{1}{2} AH \cdot CO = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1$$

$$S_{OCB} = \frac{1}{2} BK \cdot CO = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$

$$\Rightarrow S_{OAB} = S_{OAC} + S_{OBC} = 1 + 2 = 3$$

Vậy $S_{OAB} = 3$ (đvdt)



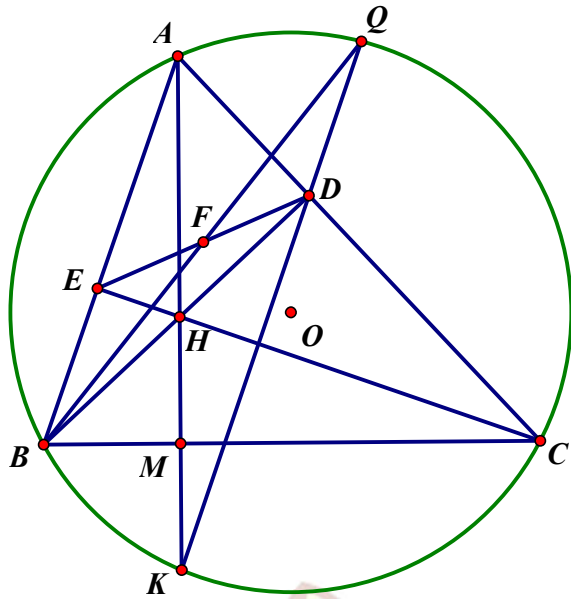
Bài IV: (3,5 điểm) Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O. Hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Kéo dài AH cắt đường tròn tại K, cắt BC tại M

a) Chứng minh tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $AE \cdot AB = AD \cdot AC$

c) Gọi Q là giao điểm của đường thẳng KD với đường tròn. Chứng minh $\triangle HMD \sim \triangle EBD$ và BQ đi qua trung điểm cạnh DE.

Lời giải



a) Xét tứ giác BEDC có $\widehat{BEC} = \widehat{BDC} = 90^\circ$

Mà hai đỉnh E, D cùng nhìn cạnh BC dưới một góc 90°

Suy ra tứ giác BEDC là tứ giác nội tiếp

b) Vì BEDC là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$

Xét $\triangle AED$ và $\triangle ACB$ có $\widehat{AED} = \widehat{ACB}$ và \widehat{BAC} chung

$$\Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ACB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow AE \cdot AB = AD \cdot AC$$

c) Chứng minh tứ giác MHDC nội tiếp suy ra $\widehat{HDM} = \widehat{HCM} = \widehat{EDB}$

$$\text{Mà } \widehat{MHD} = 180^\circ - \widehat{DCB} = \widehat{BED} \text{ suy ra } \triangle HMD \sim \triangle EBD \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{HM}{EB} = \frac{HD}{ED}$$

Gọi F là trung điểm ED

$$\text{Ta có } \widehat{HCM} = \widehat{HAB}; \widehat{BAK} = \widehat{BCK} \Rightarrow \widehat{HCM} = \widehat{BCK}$$

Mà $AK \perp BC$ suy ra M là trung điểm HK

$$\text{Có } \frac{HM}{HD} = \frac{EB}{ED} \Rightarrow \frac{2HM}{HD} = \frac{EB}{ED} = \frac{HK}{HD} = \frac{EB}{EF}$$

$$\triangle BEF \sim \triangle KHD \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{EBF} = \widehat{HKD} = \widehat{ABQ} \text{ suy ra B, F, Q thẳng hàng}$$

Bài V: (0,5 điểm) Cho $a, b, c > 0$ thỏa mãn $2ab + 6bc + 2ac = 7abc$

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c}$.

Lời giải

$$\text{Chia cả hai vế cho } abc > 0 \Rightarrow \frac{2}{c} + \frac{6}{a} + \frac{2}{b} = 7$$

$$\text{Đặt } x = \frac{1}{a}, y = \frac{1}{b}, z = \frac{1}{c} \Rightarrow \begin{cases} x, y, z > 0 \\ 2z + 6x + 2y = 7 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } C = \frac{4ab}{a+2b} + \frac{9ac}{a+4c} + \frac{4bc}{b+c} = \frac{4}{2x+y} + \frac{9}{4x+z} + \frac{4}{y+z}$$

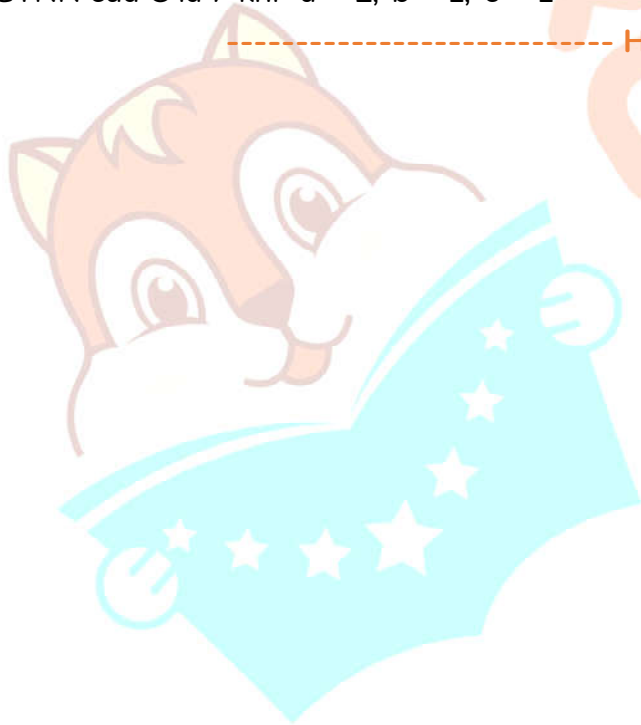
$$\Rightarrow C = \frac{4}{2x+y} + 2x+y + \frac{9}{4x+z} + 4x+z + \frac{4}{y+z} + y+z - (2x+y+4x+z+y+z)$$

$$= \left(\frac{2}{\sqrt{x+2y}} - \sqrt{x+2y} \right)^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{4x+z}} - \sqrt{4x+z} \right)^2 + \left(\frac{2}{\sqrt{y+z}} - \sqrt{y+z} \right)^2 + 7 \geq 7$$

$$\text{Khi } x = \frac{1}{2}, y = z = 1 \text{ thì } C = 7$$

Vậy GTNN của C là 7 khi $a = 2; b = 1; c = 1$

HẾT



ĐỀ SỐ 8**ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II**

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

TRƯỜNG THCS NGÔ SĨ LIÊN

Bài I: (2,0 điểm) Cho biểu thức: $A = \frac{x-8}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{5\sqrt{x}+3}{x-9}$ với $x \geq 0, x \neq 9$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 4$.

2) Chứng minh rằng $B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$

3) Với $M = \frac{A}{B}$, tìm tất cả số nguyên x để biểu thức M đạt giá trị nguyên.

Lời giải

1) Thay $x = 4$ (tmđk) vào biểu thức $A = \frac{4-8}{\sqrt{4}+3} = \frac{-4}{2+3} = -\frac{4}{5}$

Vậy với $x = 4$ thì $A = -\frac{4}{5}$

2) $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{5\sqrt{x}+3}{x-9} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - (5\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{x-2\sqrt{x}+3}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3}$

3) $M = \frac{A}{B} = \frac{x-8}{\sqrt{x}+3} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+3} = \frac{x-8}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1-7}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1 - \frac{7}{\sqrt{x}+1}$

* Với $x = 8 \Rightarrow \frac{x-8}{\sqrt{x}+1} = 0 \in \mathbb{Z}$ (thoả mãn)

* Với $x \neq 8$

- Nếu x không là số chính phương ($x \in \mathbb{Z}; x \geq 0$) $\Rightarrow \sqrt{x}$ là số vô tỉ $\Rightarrow \frac{x-8}{\sqrt{x}+1}$ là số vô tỉ (loại)

- Nếu x là số chính phương $\Rightarrow \frac{7}{\sqrt{x}+1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 \in U(7) = \{\pm 1; \pm 7\}$

Mà $\sqrt{x}+1 > 0 \Rightarrow \sqrt{x}+1 \in \{1; 7\} \Rightarrow x \in \{0; 36\}$

Vậy $x \in \{0; 8; 36\}$ thì $M \in \mathbb{Z}$

Bài II: (2,5 điểm)

a) Giải phương trình: $3x^2 - 5x - 15 = 0$

b) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Cho hình chữ nhật có chu vi là 48m. Nếu tăng chiều rộng thêm 2m và tăng chiều dài thêm 3m thì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 64 m^2 . Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải

a) $3x^2 - 5x - 15 = 0$

$\Delta = (-5)^2 - 4.3.(-15) = 205 > 0$

Vậy PT có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{5 + \sqrt{205}}{6}$; $x_2 = \frac{5 - \sqrt{205}}{6}$

b) Gọi độ dài chiều rộng và chiều dài của hình chữ nhật lần lượt là x và y ($0 < x < y$; m)

Diện tích hình chữ nhật là $xy \text{ (m}^2\text{)}$

Vì hình chữ nhật có chu vi là 48m nên ta có phương trình: $2(x + y) = 48$

Chiều rộng sau khi tăng thêm 2m là $x + 2 \text{ (m)}$

Chiều dài sau khi tăng thêm 3m là $y + 3 \text{ (m)}$

Diện tích hình chữ nhật lúc sau là $(x + 2)(y + 3) \text{ (m}^2\text{)}$

Vì diện tích hình chữ nhật tăng thêm 64 m^2 nên ta có phương trình: $xy + 64 = (x + 2)(y + 3)$

Ta có HPT $\begin{cases} 2(x + y) = 48 \\ xy + 64 = (x + 2)(y + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 48 \\ xy + 64 = xy + 3x + 2y + 6 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 48 \\ 3x + 2y = 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 48 \\ 3x + 2y = 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ 3x + 2y = 58 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 14 \end{cases} \text{ (tm)}$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là 10m, chiều dài của hình chữ nhật là 14m.

Bài III: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \sqrt{x-5} + \frac{6}{y-2} = 4 \\ 4\sqrt{x-5} - \frac{2}{y-2} = 3 \end{cases}$

2) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): $y = x^2$ và đường thẳng (d): $y = mx - m - 3$.

a) Vẽ Parabol (P).

b) Tìm m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \geq 5$; $y \neq 2$

$\begin{cases} \sqrt{x-5} + \frac{6}{y-2} = 4 \\ 4\sqrt{x-5} - \frac{2}{y-2} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-5} + \frac{6}{y-2} = 4 \\ 12\sqrt{x-5} - \frac{6}{y-2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-5} + \frac{6}{y-2} = 4 \\ 13\sqrt{x-5} = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + \frac{6}{y-2} = 4 \\ \sqrt{x-5} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{y-2} = 3 \\ x-5 = 1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y - 2 = 2 \\ x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 6 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x;y) = (6;4)$.

2a) Vẽ (P) $y = x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

Vậy Parabol (P) đi qua 5 điểm $(-2;4);(-1;1);(0;0);(1;1);(2;4)$

2b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có

$$x^2 = mx - m - 3 \Leftrightarrow x^2 - mx + m + 3 = 0 (*)$$

$$\text{Xét } \Delta = (-m)^2 - 4(m + 3) = m^2 - 4m - 12 = (m - 2)^2 - 16$$

Để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì PT (*) phải có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 > 16 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 2 > 4 \\ m - 2 < -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 6 \\ m < -2 \end{cases}$$

Vậy để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt thì $m > 6$ hoặc $m < -2$

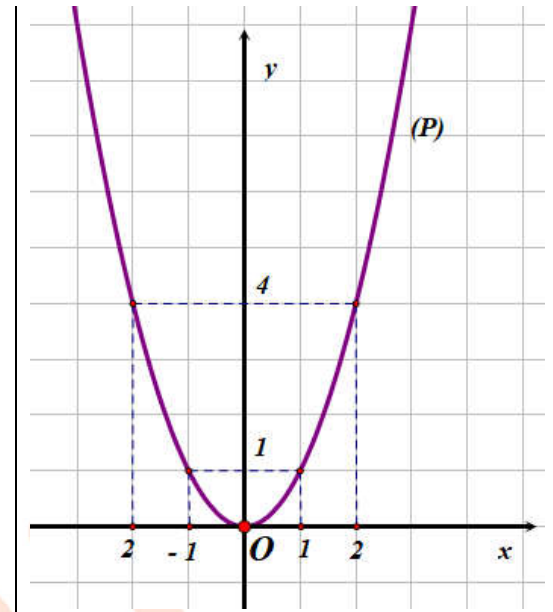
Bài IV: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O) và điểm A nằm ngoài đường tròn (O), kẻ tiếp tuyến AB đến đường tròn (O) với B là tiếp điểm. Một đường thẳng d đi qua A cắt (O) tại hai điểm C và D ($AC < AD$) sao cho tia AC nằm giữa tia AO và tia AB.

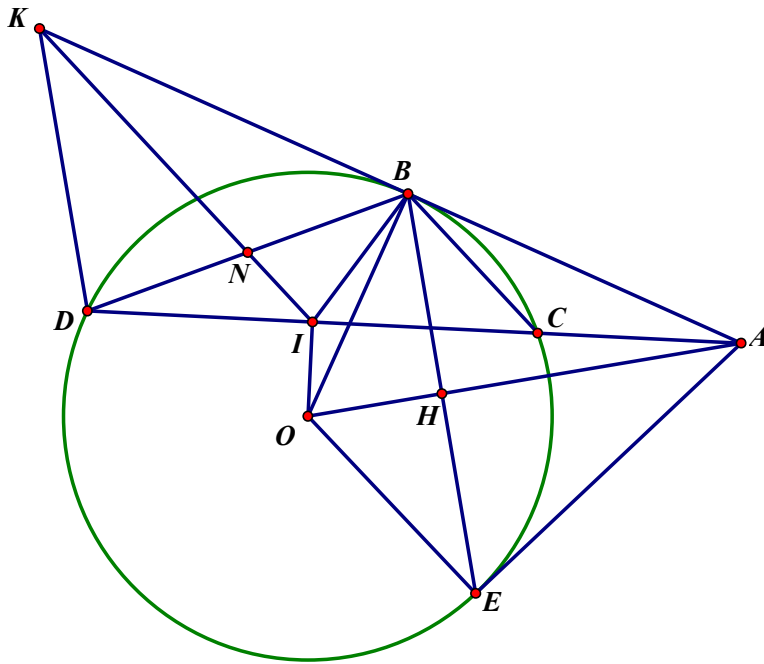
a) Chứng minh $\triangle ABC \sim \triangle ADB$ và $AB^2 = AC \cdot AD$

b) Kẻ dây BE của (O) vuông góc với AO tại H. Chứng minh rằng AE là tiếp tuyến của đường tròn (O) và tứ giác ABOE là tứ giác nội tiếp.

c) Gọi I là trung điểm dây CD. Qua D vẽ đường thẳng song song với BE cắt tia AB tại K, đường thẳng KI cắt đường thẳng BD tại điểm N. Chứng minh $\widehat{BIA} = \widehat{BKD}$ và N là trung điểm của đoạn thẳng BD.

Lời giải





1) Ta có $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp chắn \widehat{AB})

Xét $\triangle ABC$ và $\triangle ADB$ có $\widehat{ABC} = \widehat{ADB}$; \widehat{BAD} chung

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADB \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AB} \Leftrightarrow AB = AC \cdot AD$$

2) Xét (O) có $OH \perp BE \Rightarrow H$ là trung điểm BE

Mà $\triangle OBE$ cân tại $O \Rightarrow OH$ là phân giác $\widehat{BOE} \Rightarrow \widehat{BOA} = \widehat{EOA}$

Xét $\triangle OBA$ và $\triangle OEA$ có $OB = OE$; $\widehat{BOA} = \widehat{EOA}$; OA chung

$$\Rightarrow \triangle OBA = \triangle OEA \text{ (c.g.c)} \Rightarrow \widehat{OEA} = 90^\circ \Rightarrow OE \perp AE$$

Suy ra AE là tiếp tuyến của (O) tại E ★

Xét tứ giác $OBAE$ có $\widehat{OBA} + \widehat{OEA} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

$\Rightarrow OBAE$ là tứ giác nội tiếp

3) Vì $BE \parallel KD \Rightarrow \widehat{BKD} = \widehat{ABE}$ (1)

Xét (O) có I là trung điểm $CD \Rightarrow OI \perp CD \Rightarrow \widehat{OIA} = 90^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{OIA} = \widehat{OBA} = 90^\circ \Rightarrow OIBA \text{ là tứ giác nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \widehat{BIA} = \widehat{BOA} \text{ (2)}. \text{ Mà } \widehat{BOA} = \widehat{ABE} \text{ (3) (cùng phụ } \widehat{BAO})$$

Từ (1), (2), (3) suy ra $\widehat{BIA} = \widehat{BKD}$ (đpcm)

$$\Rightarrow BIDK \text{ là tứ giác nội tiếp} \Rightarrow \widehat{KBD} = \widehat{KID} \text{ (4)}$$

Ta có $\widehat{BCD} = \widehat{KBD}$ (5) (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn \widehat{BD})

Từ (4) và (5) suy ra $\widehat{BCD} = \widehat{KID}$. Mà hai góc này ở vị trí đồng vị $\Rightarrow IN // BC$

Lại có I là trung điểm $CD \Rightarrow IN$ là đường trung bình $\triangle DBC$

$\Rightarrow N$ là trung điểm BD (Đpcm)

Bài V: (0,5 điểm) Học sinh chọn một trong hai ý để làm:

5A. Giải phương trình: $2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+12} = 2 + \sqrt{x^2 + 14x + 24}$

5B. Cho x, y là các số thực dương thoả mãn $x + y \geq 3$. Tìm GTNN của $H = \frac{x^3}{(y+1)^2} + \frac{y^3}{(x+1)^2}$

Lời giải

5A. ĐKXĐ: $x \geq -2$

$$2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+12} = 2 + \sqrt{x^2 + 14x + 24}$$

Đặt $a = \sqrt{x+2}$; $b = \sqrt{x+12}$ ($a \geq 0; b \geq \sqrt{10}$)

PT $\Leftrightarrow 2a + b = 2 + ab \Leftrightarrow ab - 2a - b + 2 = 0$

$\Leftrightarrow a(b-2) - (b-2) = 0 \Leftrightarrow (b-2)(a-1) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b-2=0 \\ a-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2 \text{ (ktm)} \\ a=1 \text{ (tm)} \end{cases}$$

$\Rightarrow \sqrt{x+2} = 1 \Leftrightarrow x+2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$ (tm)

Vậy PT có nghiệm duy nhất $x = -1$.

5B. Áp dụng BĐT Cosi cho ba số dương ta có

$$\frac{x^3}{(y+1)^2} + \frac{27}{125}(y+1) + \frac{27}{125}(y+1) \geq 3 \sqrt[3]{\frac{x^3}{(y+1)^2} \cdot \frac{27^2}{125^2}(y+1)^2} \Leftrightarrow \frac{x^3}{(y+1)^2} + \frac{54}{125}y + \frac{54}{125} \geq \frac{27}{25}x \quad (1)$$

Tương tự $\frac{y^3}{(x+1)^2} + \frac{54}{125}x + \frac{54}{125} \geq \frac{27}{25}y \quad (2)$

Cộng vế (1) và (2) ta có $H + \frac{54}{125}(x+y) + \frac{108}{125} \geq \frac{27}{25}(x+y)$

$\Leftrightarrow H \geq \frac{81}{125}(x+y) - \frac{108}{125} \geq \frac{81}{125} \cdot 3 - \frac{108}{125} = \frac{27}{25}$

Đấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \frac{x^3}{(y+1)^2} = \frac{27}{125}(y+1) \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 3(y+1) \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = \frac{3}{2}$

Vậy GTNN của $H = \frac{27}{25}$ khi $x = y = \frac{3}{2}$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 9

TRƯỜNG THCS

NGUYỄN TRI PHƯƠNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0, x \neq 4$

1) Tính giá trị biểu thức A khi $x = 16$

2) Chứng minh $B = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức $P = A.B$ có giá trị là số nguyên.

Lời giải

1) Thay $x = 16$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{16-4}{\sqrt{16}+1} = \frac{12}{4+1} = \frac{12}{5}$

Vậy với $x = 16$ thì $A = \frac{12}{5}$

2) $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{4\sqrt{x}}{4-x} = \frac{2(\sqrt{x}+2) + 3(\sqrt{x}-2) - 4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{1}{\sqrt{x}+2}$

3) $P = A.B = \frac{x-4}{\sqrt{x}+1} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1-3}{\sqrt{x}+1} = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1}$

Ta có $\frac{3}{\sqrt{x}+1} > 0 \forall x \geq 0; x \neq 4 \Rightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} < 1 \Leftrightarrow P < 1$

Lại có $\sqrt{x} \geq 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}+1 \geq 1 \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{x}+1} \leq 3 \Leftrightarrow -\frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq -3 \Leftrightarrow 1 - \frac{3}{\sqrt{x}+1} \geq -2 \Leftrightarrow P \geq -2$

Vậy $-2 \leq P < 1$. Mà $P \in \mathbb{Z} \Rightarrow P \in \{-2; -1; 0\}$

Với $P = -2 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} = -2 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = -2(\sqrt{x}+1) \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (tm)

Với $P = -1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} = -1 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = -\sqrt{x}+1 \Leftrightarrow 2\sqrt{x} = 3 \Leftrightarrow x = \frac{9}{4}$ (tm)

Với $P = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$ (loại)

Vậy với $x \in \left\{0; \frac{9}{4}\right\}$ thì $P \in \mathbb{Z}$

Bài II: (2,5 điểm)

1) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \sqrt{y} = 9 \\ \frac{1}{x-1} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases}$$

2) Giải bài toán sau bằng cách lập hệ phương trình

Trong tháng đầu hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, tổ I sản xuất vượt mức 12%, tổ II sản xuất giảm 10% so với tháng đầu nên tổng số sản phẩm cả hai tổ làm được trong tháng thứ hai ít hơn tháng đầu 14 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ làm được trong tháng đầu.

Lời giải

1) ĐKXĐ: $x \neq 1; y \geq 0$

$$\begin{cases} \frac{2}{x-1} + \sqrt{y} = 9 \\ \frac{1}{x-1} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x-1} + 3\sqrt{y} = 27 \\ \frac{1}{x-1} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{7}{x-1} = 28 \\ \frac{1}{x-1} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x-1} - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ 4 - 3\sqrt{y} = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ \sqrt{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = 1 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{5}{4}; 1\right)$

2) Gọi số sản phẩm tổ I làm trong tháng đầu là x ($x \in \mathbb{N}^*; x < 800$; sản phẩm)

Số sản phẩm tổ II làm trong tháng đầu là y ($y \in \mathbb{N}^*; y < 800$; sản phẩm)

Vì trong tháng đầu cả hai tổ làm được 800 sản phẩm nên ta có phương trình $x + y = 800$

Số sản phẩm tổ I làm được trong tháng thứ hai là $x + 12\%.x = (1 + 12\%)x = 1,12x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tổ II làm được trong tháng thứ hai là $y - 10\%.y = (1 - 10\%)y = 0,9y$ (sản phẩm)

Vì số sản phẩm làm được trong tháng thứ hai ít hơn tháng đầu 14 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,12x + 0,9y = 786$$

Ta có HPT
$$\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,12x + 0,9y = 786 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9x + 0,9y = 720 \\ 1,12x + 0,9y = 786 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 800 \\ 0,22x = 66 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 800 \\ x = 300 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 500 \\ x = 300 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy trong tháng đầu tổ I làm được 300 sản phẩm, tổ II làm được 500 sản phẩm.

Bài III: (1,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P)

a) Vẽ parabol (P) trên hệ trục tọa độ Oxy.

b) Tìm tọa độ giao điểm của Parabol (P) và đường thẳng (d): $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ bằng phương pháp đại số.

Lời giải

a) Vẽ (P) $y = x^2$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

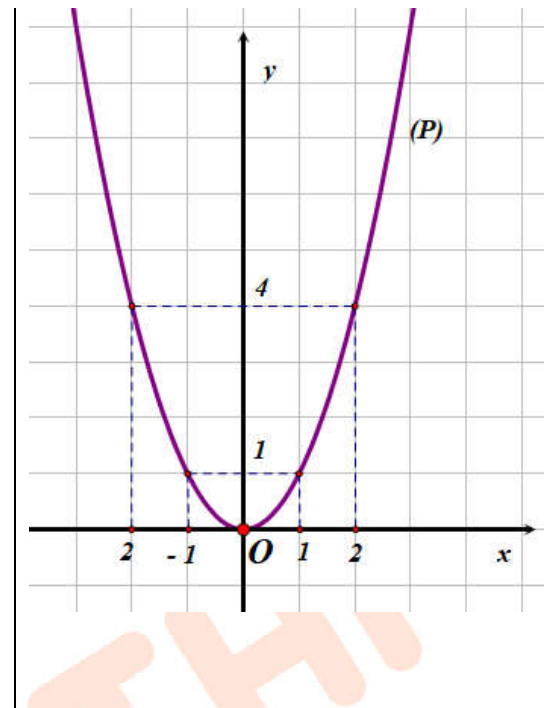
Vậy Parabol (P) đi qua 5 điểm $(-2;4); (-1;1); (0;0); (1;1); (2;4)$

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có

$$x^2 = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2} \Leftrightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \Rightarrow y = \frac{9}{4} \\ x = -1 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

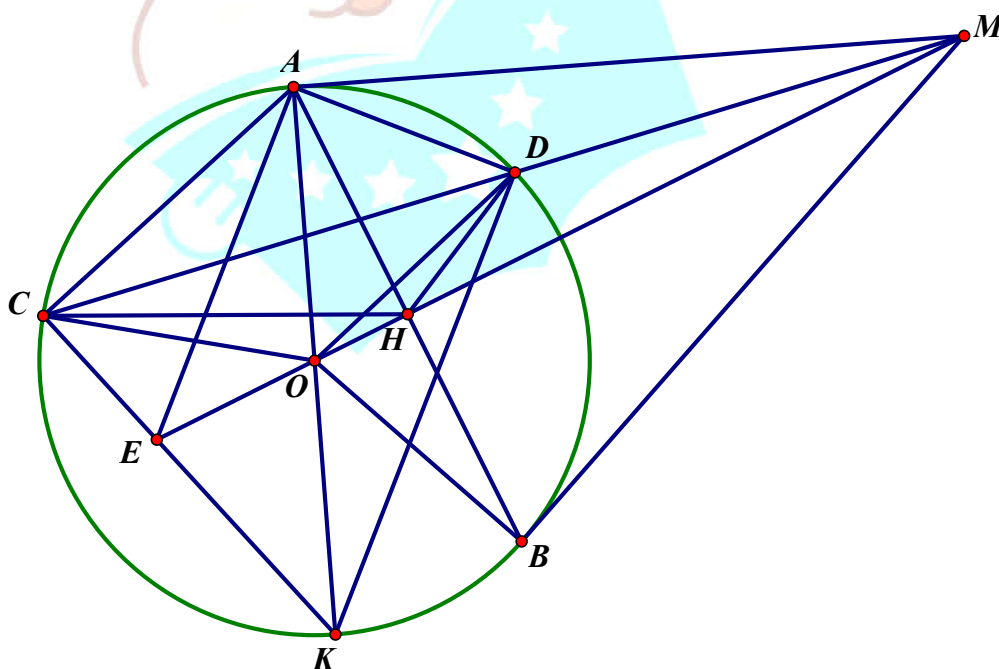
Vậy giao điểm của (P) và (d) là $(\frac{3}{2}; \frac{9}{4})$ và $(-1;1)$



Bài IV: (3,5 điểm) Cho đường tròn (O). Từ một điểm M nằm bên ngoài đường tròn kẻ hai tiếp tuyến MA, MB (A, B là tiếp điểm).

- 1) Chứng minh tứ giác MAOB nội tiếp
- 2) Gọi H là giao điểm của MO và AB. Kẻ cát tuyến MDC với đường tròn (O) sao cho $MD < MC$, tia MC nằm giữa hai tia MO và MA. Chứng minh $MA^2 = MD \cdot MC = MH \cdot MO$
- 3) Kẻ đường kính AK của đường tròn (O), tia MO cắt CK tại E. Chứng minh tứ giác DCOH nội tiếp và $AE \parallel DK$.

Lời giải



1) Vì MA, MB là tiếp tuyến của (O) $\Rightarrow \widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$

Xét tứ giác MAOB có $\widehat{MAO} + \widehat{MBO} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

Suy ra tứ giác MAOB là tứ giác nội tiếp.

2) Xét (O) có MA, MB là các tiếp tuyến cắt nhau tại M $\Rightarrow MA = MB$

Mà OA = OB $\Rightarrow MO$ là trung trực của AB $\Rightarrow MO \perp AB$ tại H.

Ta có $\widehat{MAD} = \widehat{MCA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp chắn \widehat{AD})

Xét $\triangle MAD$ và $\triangle MCA$ có $\widehat{MAD} = \widehat{MCA}$; \widehat{AMC} chung

$\Rightarrow \triangle MAD \sim \triangle MCA$ (g.g) $\Rightarrow MA^2 = MC.MD$

Xét $\triangle MAO$ vuông tại A có $AH \perp MO$

$\Rightarrow MA^2 = MH.MO$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

$\Rightarrow MA^2 = MD.MC = MH.MO$

3) Vì $MD.MC = MH.MO \Rightarrow \frac{MD}{MO} = \frac{MH}{MC}$

Khi đó $\triangle MDH \sim \triangle MOC$ (c.g.c) $\Rightarrow \widehat{MDH} = \widehat{MOC}$

$\Rightarrow DCOH$ là tứ giác nội tiếp (đpcm)

$\Rightarrow \widehat{CHO} = \widehat{CDO}$; $\widehat{OCD} = \widehat{DHM}$ mà $\widehat{DCO} = \widehat{CDO}$ ($\triangle OCD$ cân tại O)

Suy ra $\widehat{CHO} = \widehat{DHM} \Rightarrow 90^\circ - \widehat{CHO} = 90^\circ - \widehat{DHM} \Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{AHD} = \frac{1}{2} \widehat{CHD}$ (1)

Vì $DCOH$ là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DHC} = \widehat{DOC}$ (2)

Lại có $\widehat{DOC} = 2.\widehat{DKC}$ (3) (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn \widehat{CD})

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \widehat{DOC} = \widehat{DHC} = 2.\widehat{AHC} = 2.\widehat{DKC} \Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{DKC}$ (4)

Mà tứ giác $AHEC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AHC} = \widehat{AEC}$ (5)

Từ (4) và (5) $\Rightarrow \widehat{DKC} = \widehat{AEC} \Rightarrow AE \parallel DK$

Bài V: (0,5 điểm) Cho $x, y, z \geq 0$ thoả mãn $x + y + z = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = \sqrt{5x+1} + \sqrt{5y+1} + \sqrt{5z+1}.$$

Lời giải

Ta có $x + y + z = 3$ và $x, y, z \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3 \Rightarrow x^2 - 3x \leq 0 \Leftrightarrow 5x + 1 \geq x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow \sqrt{5x+1} \geq x + 1$

Tương tự $\sqrt{5y+1} \geq y + 1$ và $\sqrt{5z+1} \geq z + 1$

$$A = \sqrt{5x+1} + \sqrt{5y+1} + \sqrt{5z+1} \geq x + 1 + y + 1 + z + 1 = (x + y + z) + 3 = 6$$

Vậy GTNN của $A = 6$. Dấu "=" xảy ra chẳng hạn khi $x = 3; y = z = 0$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 10

TRƯỜNG THCS LÊ LỢI

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học 2022 – 2023

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A = \frac{x}{\sqrt{x+1}}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+5}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

- 1) Tính giá trị biểu thức A với $x = 25$
- 2) Rút gọn biểu thức B
- 3) Cho $P = A.B$. Tìm x để $P \leq 4$.

Lời giải

1) Thay $x = 25$ (tmđk) vào biểu thức A ta có $A = \frac{25}{\sqrt{25+1}} = \frac{25}{5+1} = \frac{25}{6}$

Vậy với $x = 25$ thì $A = \frac{25}{6}$

$$2) B = \frac{3}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{1-\sqrt{x}} + \frac{x+5}{x-1} = \frac{3(\sqrt{x}-1) - (\sqrt{x}+1) + x+5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{3\sqrt{x}-3-\sqrt{x}-1+x+5}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \frac{x+2\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{(\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

$$3) P = A.B = \frac{x}{\sqrt{x+1}} \cdot \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$$

$$\text{Để } P \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}-1} \leq 4 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x}-1} - 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x-4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} \leq 0$$

$$\text{TH1: } \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4 \text{ (tm)}$$

$$\text{TH2: } \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}-1} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-1 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{x} < 1 \Leftrightarrow x < 1$$

Kết hợp ĐKXD ta có $0 \leq x < 1$

Vậy với $0 \leq x < 1; x = 4$ thì $P \leq 4$.

Bài II: (2,0 điểm) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Tính chiều dài và chiều rộng của một hình chữ nhật biết rằng nếu tăng chiều dài thêm 3m và giảm chiều rộng đi 2m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi. Nếu giảm chiều dài đi 3m và tăng chiều rộng thêm 3m thì diện tích hình chữ nhật không thay đổi.

Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật lần lượt là x và y ($x > y > 0$; m)

Diện tích hình chữ nhật là xy (m^2)

Chiều dài sau khi tăng thêm $3m$ là $x + 3$ (m)

Chiều rộng sau khi giảm đi $2m$ là $y - 2$ (m)

Diện tích lúc sau của hình chữ nhật là $(x + 3)(y - 2)$ (m^2)

Vì diện tích của hình chữ nhật không thay đổi nên ta có phương trình $xy = (x + 3)(y - 2)$

Chiều dài sau khi giảm đi $3m$ là $x - 3$ (m)

Chiều rộng sau khi tăng thêm $3m$ là $y + 3$ (m)

Diện tích của hình chữ nhật là $(x - 3)(y + 3)$ (m^2)

Mà diện tích của hình chữ nhật không đổi nên ta có phương trình $xy = (x - 3)(y + 3)$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} xy = (x + 3)(y - 2) \\ xy = (x - 3)(y + 3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = xy - 2x + 3y - 6 \\ xy = xy + 3x - 3y - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 3y = 6 \\ 3x - 3y = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 12 \end{cases} \text{ (tm)}$$

Vậy chiều dài của hình chữ nhật là $15m$; chiều rộng là $12m$

Bài III: (2,5 điểm) Cho hàm số $y = x^2$ có đồ thị là parabol (P)

$$1) \text{ Giải hệ phương trình: } \begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2y = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - y = 4 \end{cases}$$

$$2) \text{ Cho phương trình } x^2 - mx + m - 1 = 0$$

a) Giải phương trình với $m = 3$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thoả mãn $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

Lời giải

$$1) \text{ ĐKXĐ: } x \geq 1$$

$$\begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2y = 13 \\ 2\sqrt{x-1} - y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\sqrt{x-1} + 2y = 13 \\ 4\sqrt{x-1} - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7\sqrt{x-1} = 21 \\ 4\sqrt{x-1} - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = 3 \\ 4 \cdot 3 - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 3 \\ 12 - 2y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

(tm)

Vậy HPT có nghiệm duy nhất $(x; y) = (4; 2)$

$$2a) \text{ Với } m = 3 \text{ PT trở thành } x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 > 0$$

Vậy PT có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{3+\sqrt{1}}{2} = 2$; $x_2 = \frac{3-\sqrt{1}}{2} = 1$

Vậy với $m = 3$ thì PT có tập nghiệm $S = \{2;1\}$

b) $x^2 - mx + m - 1 = 0$

$$\Delta = (-m)^2 - 4(m-1) = m^2 - 4m + 4 = (m-2)^2 \geq 0$$

Để PT có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m-2)^2 > 0 \Leftrightarrow m-2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq 2$

Theo hệ thức Vi-et ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = m - 1 \end{cases}$

Theo đề bài ta có $x_1^2 + x_2^2 = 2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2(m-1) = 2 \Leftrightarrow m^2 - 2m = 0$

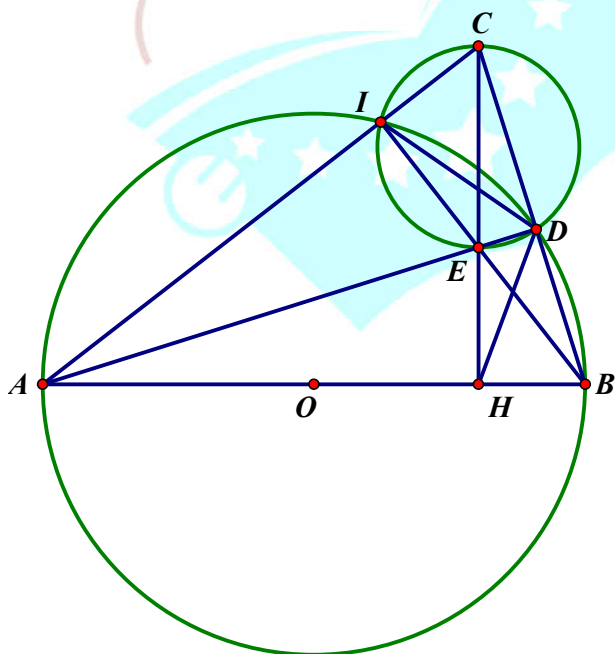
$$\Leftrightarrow m(m-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (tm)} \\ m = 2 \text{ (ktm)} \end{cases}$$

Vậy $m = 0$

Bài IV: (3,0 điểm) Cho đường tròn (O) , đường kính AB . Gọi H là điểm cố định trên đoạn OB (H khác $O;B$). Dựng đường thẳng d qua H vuông góc với AB . Điểm C di động trên đường thẳng d sao cho C nằm ngoài (O) , BC cắt (O) tại điểm thứ hai là D , AD cắt d tại E .

- 1) Chứng minh tứ giác $BDEH$ nội tiếp
- 2) Chứng minh $HE \cdot HC = HA \cdot HB$
- 3) Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt AC tại điểm thứ hai là I . Chứng minh: I thuộc đường tròn (O) và DA là phân giác của \widehat{HDI} .

Lời giải



1) Ta có $\triangle ADB$ nội tiếp đường tròn (O) đường kính AB

$\Rightarrow \triangle ADB$ vuông tại $D \Rightarrow \widehat{EDB} = 90^\circ$

Lại có $HC \perp AB \Rightarrow \widehat{EHB} = 90^\circ$

Xét tứ giác $BDEH$ có $\widehat{EDB} + \widehat{EHB} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

Mà hai góc này đối nhau

Suy ra $BDEH$ là tứ giác nội tiếp.

2) Vì $BDEH$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{HBD} = \widehat{AEH}$

Xét $\triangle AEH$ và $\triangle CBH$ có

$\widehat{AEH} = \widehat{CBH}$; $\widehat{AHE} = \widehat{CHB} = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle AEH \sim \triangle CBH$ (g.g) $\Rightarrow \frac{HE}{HB} = \frac{HA}{HC} \Leftrightarrow HE \cdot HC = HA \cdot HB$

3) Xét $\triangle ABC$ có $AD \perp BC$; $CH \perp AB$ Mà AD cắt CH tại E

$\Rightarrow E$ là trực tâm $\triangle ABC \Rightarrow BE \perp AC$ (1)

Lại có $CDEI$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{CIE} + \widehat{CDE} = 180^\circ$

$\Rightarrow \widehat{CIE} = 180^\circ - \widehat{CDE} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ \Rightarrow EI \perp AC$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow B, E, I$ thẳng hàng $\Rightarrow BI \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{AIB} = 90^\circ \Rightarrow I$ thuộc đường tròn (O) đường kính AB .

Vì $BDEH$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{EDH} = \widehat{EBH}$

Lại có $AIDB$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{IDA} = \widehat{IBA}$

Từ đó $\widehat{IDA} = \widehat{ADH} \Rightarrow DA$ là phân giác của \widehat{HDI} .

Bài V: (0,5 điểm) Cho hai số $a, b > 0$ thỏa mãn: $(\sqrt{a} + 2)(\sqrt{b} + 2) = 9$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \frac{a^4}{b} + \frac{b^4}{a}$.

Lời giải

Ta có $9 = \sqrt{ab} + 2\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 4 \leq \frac{a+b}{2} + (a+1) + (b+1) + 4 \Rightarrow a+b \geq 2$

Áp dụng BĐT Cosi cho hai số dương ta có

$$T = \left(\frac{a^4}{b} + b \right) + \left(\frac{b^4}{a} + a \right) - (a+b) \geq 2a^2 + 2b^2 - (a+b) \geq (a+b)^2 - (a+b) \geq 2^2 - 2 = 2$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = 1$

Vậy GTNN của $T = 2$ khi $a = b = 1$

----- HẾT -----