

30 BÀI TOÁN ÔN THI LỚP CHỌN TOÁN ARCHIMEDES

Bài 1. Một cái bể chứa nước có gắn 2 cái vòi. Vòi thứ nhất chảy vào, vòi thứ hai tháo ra. Nếu bể không có nước, mở vòi thứ nhất thì sau $2\frac{1}{4}$ giờ bể sẽ đầy. Vòi thứ hai cách đáy bể $\frac{1}{3}$ chiều cao của bể. Nếu bể đầy nước, mở vòi thứ hai thì sau 3 giờ vòi không chảy nữa. Hiện tại bể không có nước, nếu mở cả hai vòi cùng một lúc thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Bài 2. Lấy 2024 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2024, loại bỏ đi tất cả các số chia hết cho 5, sau đó loại bỏ tiếp các số chia hết cho 3. Hỏi tích của tất cả các số còn lại tận cùng là chữ số nào?

Bài 3. Có 5 cái khóa, cả khóa và chìa đều giống nhau như hệt, nhưng khóa nào phải dùng chìa nấy mới mở được. Do để chìa lẫn lộn, không nhớ chìa nào của khóa nào. Cần thử chìa để tìm cho khóa đúng. Hỏi phải thử nhiều nhất bao nhiêu lần để chắc chắn tìm đúng chìa cho mỗi khóa đó?

Bài 4. Trong một chương trình khuyến mại, một cửa hàng đã giảm giá bán một mặt hàng 2 lần, mỗi lần 10% giá đang bán. Tính ra cửa hàng vẫn còn lãi 13,4% giá vốn. Hỏi nếu không giảm giá thì cửa hàng lãi bao nhiêu phần trăm giá vốn?

Bài 5. Trong thời gian qua 5 bạn Toán, Tuổi, Thơ, Hồng và Hà đã giành được 31 điểm 10 trong các môn học. Số điểm 10 của các bạn được xếp từ ít đến nhiều theo thứ tự trên. Số điểm 10 của Hà gấp 3 lần số điểm 10 của Toán. Hỏi Hồng đã giành được bao nhiêu điểm 10?

Bài 6. Một cửa hàng định bán một cái xe đạp để lãi 20% giá bán. Nhưng sau đó cửa hàng đã giảm giá 200 000 đồng trên giá bán ban đầu nên khi bán chiếc xe được lãi 20% so với giá vốn. Hỏi nếu bán đúng giá thì cửa hàng được lãi bao nhiêu tiền?

Bài 7. Học kì I, lớp 5A có 55% học sinh giỏi. Học kì II lớp nhận thêm 10 bạn mới và cuối học kì có thêm 6 bạn đạt học sinh giỏi vì thế số học sinh giỏi của lớp đạt 56%. Tính tổng số học sinh của lớp có trong học kì I.

Bài 8. An, Bình, Cường mỗi người rút ra 3 tấm thẻ từ 9 tấm thẻ được ghi trên đó các số từ 1 đến 9.

An: Tích tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 48.

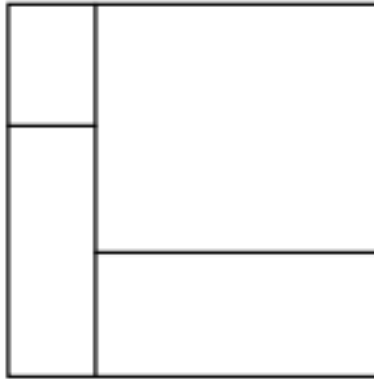
Bình: Tổng tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 16.

Cường: Tích tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 63.

Hỏi số lớn nhất có thể trên 3 tấm thẻ của Bình là bao nhiêu?

Bài 9. Việt tìm được 1 số rất đặc biệt. Số đó là số tự nhiên nhỏ nhất có 9 chữ số, chia hết cho 9 và nếu xóa đi hàng đơn vị thì được số có 8 chữ số chia hết cho 8, xóa thêm hàng chục thì được số có 7 chữ số chia hết cho 7.... Cứ như vậy đến khi được số có 3 chữ số chia hết cho 3 và số có 2 chữ số chia hết cho 2. Hỏi Việt đã tìm ra số nào?

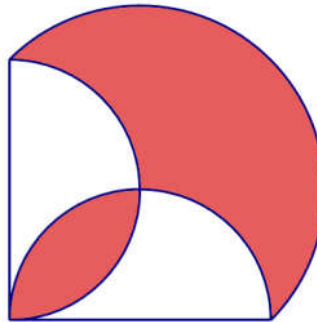
Bài 10. Một hình vuông được chia thành 4 hình chữ nhật như hình dưới đây. Biết tổng chu vi của 4 hình chữ nhật bằng 40cm. Tính diện tích hình vuông.



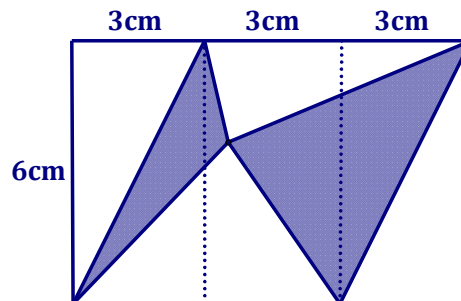
Bài 11. Cho 99 số tự nhiên 1; 2; 3 ...; 98; 99. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu số để chắc chắn tồn tại 2 số có tổng là 100?

Bài 12. Hai số hạng đầu tiên của một dãy số là 17 và 59. Kể từ số thứ ba, mỗi số bằng tổng 2 số liền trước nó. Hỏi số hạng thứ 2017 của dãy chia 3 dư bao nhiêu?

Bài 13. Biết 2 nửa hình tròn có bán kính 4cm. Tính diện tích phần in đậm.



Bài 14. Tính diện tích phần in đậm trong hình dưới đây.



Bài 15. Cho hình chữ nhật ABCD có chu vi là 60cm và chiều dài AB gấp rưỡi chiều rộng BC. Lấy một điểm M trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Nối AM kéo dài cắt DC kéo dài tại điểm E. Nối B với E. Nối D với M. Gọi O là giao điểm của AM và BD. Tính tỷ số $OB : OD$.

Bài 16. Một nông dân mua 749 con cừu. Ông ta bán 700 con với số tiền ông ta đã mua 749 con. Với 49 con còn lại, ông ta cũng bán mỗi con với giá như đã bán 700 con. Hỏi phần trăm tiền lãi tính trên vốn ông ta bỏ ra được bao nhiêu?

Bài 17. Một khu vườn hình vuông có diện tích là $\overline{1690^*}$ m² (chữ số hàng đơn vị của số đo diện tích bị nhòe mực nên ghi bởi *). Xuân nói: “* là chữ số 3”; Hạ nói: “* là chữ số 2”; Thu nói: “* là chữ số 0”; Đông nói: “* là chữ số 8”. Hãy tính chu vi của khu vườn này, biết trong bốn bạn có 1 bạn nói đúng và cạnh của khu vườn là số tự nhiên (tính theo đơn vị mét).

Bài 18. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho $AB = AE \times 4$ và $BC = BF \times 4$. Tính tỉ số $\frac{S_{DEF}}{S_{ABCD}}$.

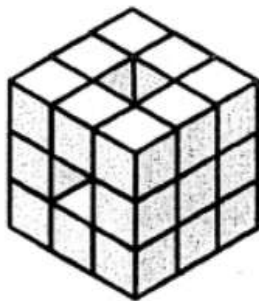
Bài 19. Tính: $10 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{5}{2 \times 3} + \frac{11}{3 \times 4} + \dots + \frac{89}{9 \times 10} \right)$.

Bài 20. Bước vào vòng chung kết giải bóng đá thế giới, có 3 ý kiến dự đoán như sau:

1. Đội Anh xếp thứ nhì, đội Pháp xếp thứ ba
2. Đội Ý xếp nhì, đội Đức xếp thứ ba
3. Đội Anh xếp thứ nhất, đội Đức xếp thứ nhì

Biết mỗi ý kiến đúng 1 nửa, sai 1 nửa. Hỏi đội nào là đội vô địch?

Bài 21. Xây dựng một khối lập phương lớn bằng cách sử dụng 27 hình khối nhỏ hơn có kích thước giống hệt nhau. Sau lấy ra khối lập phương nhỏ ở chính giữa các mặt trên, dưới, trái và phải, rồi sơn toàn bộ các mặt của hình mới. Hỏi có bao nhiêu khối lập phương nhỏ được sơn 3 mặt?



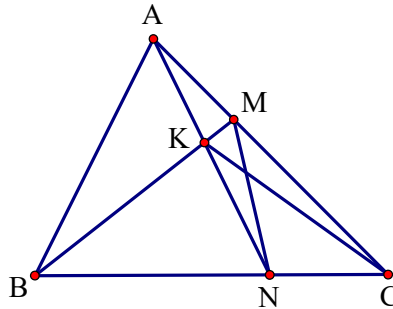
Bài 22. Trường và Giang cùng chạy bộ một đoạn đường AB dài 6 km. Trường xuất phát lúc 6 giờ 15 phút và chạy trước Giang 5 phút. Biết vận tốc của Giang gấp 1,5 lần vận tốc của Trường và Giang đến B trước Trường 10 phút. Hỏi 2 bạn gặp nhau lúc mấy giờ?

Bài 23. Hai xe đi ngược chiều, khởi hành cùng một lúc. Một xe đi từ A, một xe đi từ B và gặp nhau tại vị trí cách A là 18km, cách B là 24km. Muốn hai xe gặp nhau tại chính giữa quãng đường AB thì xe đi từ A phải khởi hành trước xe đi từ B là 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Bài 24. Có 10 người, mọi người ghi tổng số tuổi của 9 người còn lại. Thống kê được là 90, 91, 92, 93, 93, 97, 98, 99, 100, 101. Hỏi số tuổi của người cao tuổi nhất là bao nhiêu?

Bài 25. Cho tam giác ABC có diện tích 120cm^2 . Hai điểm M, N lần lượt thuộc cạnh CA và CB sao

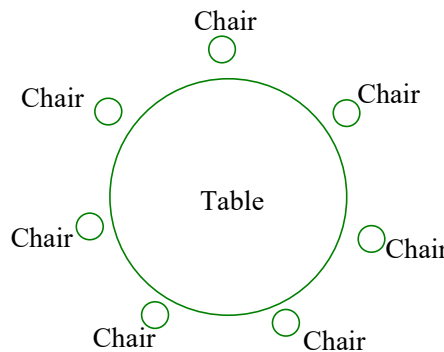
cho $CM = \frac{2}{3} \times CA$; $CN = \frac{1}{3} \times CB$. Hai đường BM cắt AN tại K. Tính S_{AMNB} và tỷ số $\frac{KB}{KM}$.



Bài 26. Tìm một số tự nhiên, biết rằng số đó chia cho 3 dư 1, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 5 và chia cho 9 dư 7 và tổng các thương là 244.

Bài 27. Trong một giải bóng đá có 4 đội thi đấu vòng tròn một lượt. Trong 1 trận đội thắng được 3 0 điểm, thua 0 điểm và hòa thì mỗi đội 1 điểm. Khi kết thúc giải đấu người ta thấy có 3 đội được số điểm lần lượt là 6 điểm, 5 điểm, 1 điểm. Hỏi đội còn lại giành được bao nhiêu điểm?

Bài 28. Ba đứa trẻ, A, B và C, đang chơi một trò chơi sử dụng 7 chiếc ghế xung quanh một chiếc bàn tròn (như hình vẽ). Chúng sẽ phải di chuyển theo chiều kim đồng hồ trong trò chơi khi một đứa trẻ ra lệnh. Với mỗi mệnh lệnh được đưa ra, A sẽ phải đi qua 1 ghế, B sẽ phải đi qua 2 ghế và C sẽ phải đi qua 3 ghế. Nếu chúng bắt đầu trò chơi tại cùng một chiếc ghế, số lượng mệnh lệnh cần thiết ít nhất để tất cả 3 đứa trẻ sẽ trở lại chiếc ghế mà chúng bắt đầu là bao nhiêu?



Bài 29. Những quả bóng có cùng kích thước và khối lượng được đặt trong một thùng chứa. Có 8 màu sắc khác nhau và 90 quả bóng mỗi màu. Hỏi cần lấy ra ít nhất bao nhiêu quả bóng để chắc chắn có được 4 loại màu khác nhau và mỗi màu có ít nhất 9 quả?

Bài 30. Một căn phòng có 3 loại bóng đèn gồm: 133 đèn xanh; 155 đèn đỏ và 177 đèn vàng. Mỗi lần bật 2 bóng đèn bất kì; nếu 2 bóng khác màu thì đồng thời đổi sang màu thứ ba (ví dụ bật bóng xanh và bóng đỏ thì cả 2 bóng cùng chuyển sang màu vàng). Còn nếu bật 2 bóng cùng màu thì chúng giữ nguyên không đổi màu. Hỏi có thể xảy ra trường hợp toàn bộ bóng đèn đều chuyển sang cùng một màu được không? Vì sao?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Một cái bể chứa nước có gắn 2 cái vòi. Vòi thứ nhất chảy vào, vòi thứ hai tháo ra. Nếu bể không có nước, mở vòi thứ nhất thì sau $2\frac{1}{4}$ giờ bể sẽ đầy. Vòi thứ hai cách đáy bể $\frac{1}{3}$ chiều cao của bể. Nếu bể đầy nước, mở vòi thứ hai thì sau 3 giờ vòi không chảy nữa. Hiện tại bể không có nước, nếu mở cả hai vòi cùng một lúc thì sau bao lâu sẽ đầy bể?

Hướng dẫn:

Trong 1 giờ, vòi thứ nhất chảy 1 mình thì chảy được: $1 : 2\frac{1}{4} = \frac{4}{9}$ (bể).

Trong 1 giờ, vòi thứ hai chảy ra ngoài thì chảy được: $\left(1 - \frac{1}{3}\right) : 3 = \frac{2}{9}$ (bể)

Trong $\frac{1}{3}$ bể (tính từ đáy bể), nếu mở cả hai vòi cùng chảy thì chỉ có vòi 1 chảy, vòi 2 không chảy.

Do đó nếu mở cả 2 vòi cùng chảy thì sẽ chảy được $\frac{1}{3}$ bể sau thời gian là:

$$\frac{1}{3} : \frac{4}{9} = \frac{3}{4} \text{ (giờ)} = 45 \text{ phút.}$$

Trong $\frac{2}{3}$ bể còn lại, nếu mở hai vòi cùng chảy trong 1 giờ thì được: $\frac{4}{9} - \frac{2}{9} = \frac{2}{9}$ (bể).

Trong $\frac{2}{3}$ bể còn lại, nếu mở cả 2 vòi cùng chảy thì sẽ chảy được $\frac{2}{3}$ bể sau thời gian là:

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{9} = 3 \text{ (giờ).}$$

Vậy hiện tại bể không có nước, nếu mở cả hai vòi chảy cùng 1 lúc thì sẽ đầy bể sau thời gian là:

$$3 \text{ giờ} + 45 \text{ phút} = 3 \text{ giờ } 45 \text{ phút.}$$

Đáp số: 3 giờ 45 phút.

Bài 2. Lấy 2024 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2024, loại bỏ đi tất cả các số chia hết cho 5, sau đó loại bỏ tiếp các số chia hết cho 3. Hỏi tích của tất cả các số còn lại tận cùng là chữ số nào?

Hướng dẫn:

Khi bỏ tất cả các số chia hết cho 5, sau đó bỏ tiếp các số chia hết cho 3 ta được:

Kết quả của tích:

$1 \times 2 \times \cancel{3} \times 4 \times \cancel{5} \times \cancel{6} \times 7 \times 8 \times \cancel{9} \times \cancel{10}$ có chữ số tận cùng là 8.

$11 \times \cancel{12} \times 13 \times 14 \times \cancel{15} \times 16 \times 17 \times \cancel{18} \times 19 \times \cancel{20}$ có chữ số tận cùng là 6.

$\cancel{21} \times 22 \times 23 \times \cancel{24} \times \cancel{25} \times 26 \times \cancel{27} \times 28 \times 29 \times \cancel{30}$ có chữ số tận cùng là 2.

→ Khi bỏ tất cả các số chia hết cho 5, sau đó bỏ tiếp các số chia hết cho 3 thì tích

$(1 \times 2 \times \cancel{3} \times \dots \times \cancel{9} \times \cancel{10}) \times (11 \times \cancel{12} \times 13 \times \dots \times 19 \times \cancel{20}) \times (\cancel{21} \times 22 \times 23 \times \dots \times 29 \times \cancel{30})$ có chữ số tận cùng là 6.

Theo quy luật trên, cứ bộ 30 số ta bỏ các số chia hết cho 5 và chia hết cho 3 thì tích các số còn lại có chữ số tận cùng là 6.

Ta có: $2024 : 30 = 67$ (dư 14).

Khi bỏ tất cả các số chia hết cho 5, sau đó bỏ tiếp các số chia hết cho 3 ta được:

Kết quả của tích:

$2011 \times 2012 \times \cancel{2013} \times \dots \times \cancel{2019} \times \cancel{2020}$ có chữ số tận cùng là 8.

$2021 \times \cancel{2022} \times 2023 \times 2024$ có chữ số tận cùng là 2.

Vậy khi có 2024 số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2024, loại bỏ đi tất cả các số chia hết cho 5, sau đó loại bỏ tiếp các số chia hết cho 3 thì được tích có chữ số tận cùng là chữ số tận cùng của tích $6 \times 8 \times 2$ và bằng 6.

Đáp số: 6

Bài 3. Có 5 cái khóa, cả khóa và chìa đều giống nhau như hệt, nhưng khóa nào phải dùng chìa nấy mới mở được. Do để chìa lẫn lộn, không nhớ chìa nào của khóa nào. Cần thử chìa để tìm cho khóa đúng. Hỏi phải thử nhiều nhất bao nhiêu lần để chắc chắn tìm đúng chìa cho mỗi khóa đó?

Hướng dẫn:

Với ổ khóa thứ nhất: Trường hợp xấu nhất cả 4 chìa đầu không mở được ổ khóa.

→ Chìa thứ 5 chắc chắn mở được ổ khóa đầu tiên. Ta phải thử nhiều nhất: 4 lần.

Tương tự với các ổ khóa còn lại, khi đó số lần thử nhiều nhất để chắc chắn tìm đúng chìa cho mỗi khóa đó là:

$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ (lần)}$$

Đáp số: 10 lần.

Bài 4. Trong một chương trình khuyến mại, một cửa hàng đã giảm giá bán một mặt hàng 2 lần, mỗi lần 10% giá đang bán. Tính ra cửa hàng vẫn còn lãi 13,4% giá vốn. Hỏi nếu không giảm giá thì cửa hàng lãi bao nhiêu phần trăm giá vốn?

Hướng dẫn:

Sau khi giảm giá lần thứ nhất, giá mặt hàng bằng: $100\% - 10\% = 90\%$ (giá bán ban đầu)

Sau khi giảm giá lần thứ hai, giá mặt hàng bằng: $(100\% - 10\%) \times 90\% = 81\%$ (giá bán ban đầu)

Vì sau khi giảm giá lần thứ hai cửa hàng vẫn còn lãi 13,4% giá vốn nên giá mặt hàng sau khi giảm giá lần thứ hai bằng: $100\% + 13,4\% = 113,4\%$ (giá vốn)

Khi đó, sau khi giảm giá lần thứ hai ta được: 81% giá bán ban đầu bằng 113,4% giá vốn

Nếu không giảm giá thì giá bán ban đầu bằng: $113,4\% : 81\% = 140\%$ (giá vốn)

Vậy nếu không giảm giá, thì cửa hàng lãi số phần trăm so với giá vốn là:

$$140\% - 100\% = 40\% \text{ (giá vốn)}$$

Đáp số: 40% giá vốn

Bài 5. Trong thời gian qua 5 bạn Toán, Tuổi, Thơ, Hồng và Hà đã giành được 31 điểm 10 trong các môn học. Số điểm 10 của các bạn được xếp từ ít đến nhiều theo thứ tự trên. Số điểm 10 của Hà gấp 3 lần số điểm 10 của Toán. Hỏi Hồng đã giành được bao nhiêu điểm 10?

Hướng dẫn:

Vì số điểm 10 của Hà gấp 3 lần số điểm 10 của Toán nên tổng số của điểm 10 của Hà và Toán là một số chia hết cho 4.

Mà tổng số điểm 10 của 3 bạn Tuổi, Thơ, Hồng không nhỏ hơn: $2 + 3 + 4 = 9$ (điểm 10) nên tổng số điểm của Hà và Hồng không lớn hơn: $31 - 9 = 22$ (điểm 10).

Vì tổng số điểm của 5 bạn Toán, Tuổi, Thơ, Hồng và Hà là 31 điểm và số điểm 10 của Hà là nhiều nhất nên 5 lần số điểm 10 của Hà lớn hơn 31.

→ Số điểm 10 của Hà lớn hơn 6.

→ Tổng số điểm của Toán và Hà lớn hơn 6.

→ Tổng số điểm 10 của Toán và Hà có thể là 8, 12, 16 hoặc 20.

- Nếu tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 20 thì số điểm 10 của Toán là:

$$20 : (1 + 3) \times 1 = 5 \text{ (điểm 10).}$$

Và tổng số điểm 10 của Tuổi, Thơ, Hồng là: $31 - 20 = 11$ (điểm 10).

Toán có 5 điểm 10 nên tổng số điểm 10 của Tuổi, Thơ, Hồng lớn hơn 15 điểm, mâu thuẫn.

→ Loại trường hợp tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 20.

- Nếu tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 16 thì số điểm 10 của Toán là:

$$16 : (1 + 3) \times 1 = 4 \text{ (điểm 10).}$$

Và tổng số điểm 10 của Tuổi, Thơ, Hồng là: $31 - 16 = 15$ (điểm 10).

Toán có 4 điểm 10 nên tổng số điểm 10 của Tuổi, Thơ, Hồng không nhỏ hơn:

$$5 + 6 + 7 = 18 \text{ (điểm 10), mâu thuẫn.}$$

→ Loại trường hợp tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 16.

- Nếu tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 12 thì số điểm 10 của Toán là:

$$12 : (1 + 3) \times 1 = 3 \text{ (điểm 10).}$$

Số điểm 10 của Hà là: $10 - 3 = 9$ (điểm 10).

Và tổng số điểm 10 của Tuổi, Thơ, Hồng là: $31 - 12 = 19$ (điểm 10).

Vì Toán có 3 điểm 10 và Hà có 9 điểm 10 nên số điểm 10 của mỗi bạn Tuổi, Thơ, Hồng đều lớn hơn 3 và nhỏ hơn 9.

Ta có: $19 = 4 + 7 + 8 = 5 + 6 + 8$.

Do đó, số điểm 10 của Tuổi, Thơ, Hồng lần lượt có thể là 4, 7, 8 hoặc 5, 6, 8. Trong trường hợp nào Hồng cũng có 8 điểm 10.

- Nếu tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 8 thì số điểm 10 của Hà là:

$$8 : (1 + 3) \times 3 = 6 \text{ (điểm 10), mâu thuẫn.}$$

→ Loại trường hợp tổng số điểm 10 của Toán và Hà là 8.

Vậy Hồng đã giành được 8 điểm 10.

Bài 6. Một cửa hàng định bán một cái xe đạp để lãi 20% giá bán. Nhưng sau đó cửa hàng đã giảm giá 200 000 đồng trên giá bán ban đầu nên khi bán chiếc xe được lãi 20% so với giá vốn. Hỏi nếu bán đúng giá thì cửa hàng được lãi bao nhiêu tiền?

Hướng dẫn:

Cửa hàng bán xe đạp để lãi 20% giá bán, khi đó 80% giá bán bằng 100% giá vốn hay giá bán ban đầu bằng $100\% : 80\% = 125\%$ (giá vốn).

Vì sau khi giảm giá 200 000 đồng trên giá bán ban đầu nên bán chiếc xe được lãi 20% so với giá vốn nên giá bán sau khi giảm bằng: $100\% + 20\% = 120\%$ (giá vốn)

→ Tỷ số của giá bán ban đầu và giá bán sau khi giảm là: $125\% : 120\% = \frac{25}{24}$

Coi giá bán ban đầu là 25 phần bằng nhau thì giá bán sau khi giảm là 24 phần như vậy.

Giá ban đầu của chiếc xe đạp là: $200\ 000 : (25 - 24) \times 25 = 5\ 000\ 000$ (đồng)

Tiền lãi nếu không giảm giá là: $5\ 000\ 000 \times 20 : 100 = 1\ 000\ 000$ (đồng)

Đáp số: 1 000 000 đồng

Bài 7. Học kì I, lớp 5A có 55% học sinh giỏi. Học kì II lớp nhận thêm 10 bạn mới và cuối học kì có thêm 6 bạn đạt học sinh giỏi vì thế số học sinh giỏi của lớp đạt 56%. Tính tổng số học sinh của lớp có trong học kì I.

Hướng dẫn:

Học kì I, số học sinh giỏi lớp 5A bằng $55\% = \frac{11}{20}$ số học sinh lớp 5A.

→ Học kì I, 2 lần số học sinh giỏi lớp 5A bằng $\frac{11}{10}$ số học sinh lớp 5A.

Học kì II, số học sinh giỏi lớp 5A bằng $56\% = \frac{14}{25}$ số học sinh lớp 5A.

→ Học kì II, 2 lần số học sinh giỏi lớp 5A bằng $\frac{28}{25}$ số học sinh lớp 5A.

Để 2 lần số học sinh giỏi học kì II của lớp 5A vẫn bằng $\frac{11}{10}$ số học sinh lớp 5A thì 2 lần số học sinh giỏi của lớp 5A phải tăng thêm: $10 : 10 \times 11 = 11$ (học sinh)

Khi đó, ta có:

Học kì 2 lớp 5A tăng thêm 11 học sinh giỏi thì 2 lần số học sinh giỏi bằng $\frac{11}{10}$ số học sinh lớp 5A học kì II.

Học kì 2 lớp 5A tăng thêm 12 học sinh giỏi thì 2 lần số học sinh giỏi bằng $\frac{28}{25}$ số học sinh lớp 5A học kì II.

$12 - 11 = 1$ (học sinh) ứng với $\frac{28}{25} - \frac{11}{10} = \frac{1}{50}$ (số học sinh lớp 5A học kì II)

Số học sinh lớp 5A trong học kì II là: $1 : \frac{1}{50} = 50$ (học sinh)

Số học sinh lớp 5A trong học kì I là: $50 - 10 = 40$ (học sinh)

Đáp số: 40 học sinh

Bài 8. An, Bình, Cường mỗi người rút ra 3 tấm thẻ từ 9 tấm thẻ được ghi trên đó các số từ 1 đến 9.

An: Tích tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 48.

Bình: Tổng tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 16.

Cường: Tích tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 63.

Hỏi số lớn nhất có thể trên 3 tấm thẻ của Bình là bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Cường nói: “Tích tất cả các số trên 3 tấm thẻ của tôi là 63” mà $63 = 9 \times 7 \times 1$ nên Cường có các tấm thẻ ghi số 1, 7, 9.

→ Còn lại các tấm thẻ ghi số: 2; 3; 4; 5; 6; 8.

An nói: “Tích tất cả các số trên 3 tấm thẻ của An là 48” nên An có thể có các tấm thẻ ghi số 2; 3; 4; 6; 8

→ Bình chắc chắn có tấm thẻ ghi số 5.

Ta có: $48 = 2 \times 3 \times 8 = 2 \times 4 \times 6$

Trường hợp 1: Nếu An có các tấm thẻ ghi số 2, 3, 8 thì Bình có các tấm thẻ ghi số 4, 5, 6

Mà $4 + 5 + 6 = 15$ (mâu thuẫn với đề bài Tổng tất cả các số trên 3 tấm thẻ của Bình là 16)

→ Loại

Trường hợp 2: Nếu An có các tấm thẻ ghi số 2, 4, 6 thì Bình có các tấm thẻ ghi số 3, 5, 8

Mà $3 + 5 + 8 = 16$ (thỏa mãn với đề bài Tổng tất cả các số trên 3 tấm thẻ của Bình là 16)

→ Bình có các tấm thẻ ghi số 3, 5, 8.

→ Số lớn nhất có thể trên 3 tấm thẻ của Bình là 8.

Đáp số: 8.

Bài 9. Việt tìm được 1 số rất đặc biệt. Số đó là số tự nhiên nhỏ nhất có 9 chữ số, chia hết cho 9 và nếu xóa đi hàng đơn vị thì được số có 8 chữ số chia hết cho 8, xóa thêm hàng chục thì được số có 7 chữ số chia hết cho 7.... Cứ như vậy đến khi được số có 3 chữ số chia hết cho 3 và số có 2 chữ số chia hết cho 2. Hỏi Việt đã tìm ra số nào?

Hướng dẫn:

Gọi số Việt cần tìm là: $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$ là các chữ số và a_1 khác 0).

Theo đề bài, ta có:

$\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9}$ là nhỏ nhất nên các chữ số $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9$ cũng phải nhỏ nhất thỏa mãn của đề bài.

$\overline{a_1a_2}$ chia hết cho 2 nên $\overline{a_1a_2} = 10$.

$\overline{a_1a_2a_3}$ chia hết cho 3 hay $\overline{10a_3}$ chia hết cho 3, suy ra $a_3 = 2$.

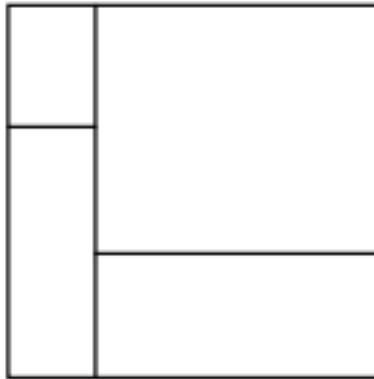
$\overline{a_1a_2a_3a_4}$ chia hết cho 4 hay $\overline{102a_4}$ chia hết cho 4 nên $a_4 = 0$.

$\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ chia hết cho 5 hay $\overline{1020a_5}$ chia hết cho 5 nên $a_5 = 0$.

Tương tự, với a_6, a_7, a_8, a_9 là các chữ số nhỏ nhất ta tìm được $a_6 = 0, a_7 = 5, a_8 = 6, a_9 = 4$.

Vậy số mà Việt nghĩ là: 102000564.

Bài 10. Một hình vuông được chia thành 4 hình chữ nhật như hình dưới đây. Biết tổng chu vi của 4 hình chữ nhật bằng 40cm. Tính diện tích hình vuông.



Hướng dẫn:

Quan sát hình vẽ, ta thấy: Tổng các nửa chu vi của 4 hình chữ nhật nhỏ bằng chu vi của hình vuông.

Chu vi của hình vuông là: $40 : 2 = 20$ (cm).

Độ dài cạnh của hình vuông là: $20 : 4 = 5$ (cm).

Diện tích hình vuông là: $5 \times 5 = 25$ (cm²).

Đáp số: 25cm².

Bài 11. Cho 99 số tự nhiên 1; 2; 3 ...; 98; 99. Hỏi phải lấy ra ít nhất bao nhiêu số để chắc chắn tồn tại 2 số có tổng là 100?

Hướng dẫn:

Ta có: $100 = 1 + 99 = 2 + 98 = \dots = 49 + 51$

$99 : 2 = 49$ (dư 1) nên nếu mỗi nhóm 2 số ta nhóm được tất cả 49 nhóm và dư 1 số.

Trường hợp xấu nhất, 49 số đầu tiên lấy ra là 49 số ở 49 nhóm (mỗi nhóm 1 số), số tiếp theo lấy ra là số dư ra (số không thuộc 49 nhóm trên).

Khi đó, để các số lấy ra chắc chắn tồn tại 2 số có tổng là 100 ta cần lấy ra ít nhất:

$$49 + 1 + 1 = 51 \text{ (số).}$$

Đáp số: 51 số.

Bài 12. Hai số hạng đầu tiên của một dãy số là 17 và 59. Kể từ số thứ ba, mỗi số bằng tổng 2 số liền trước nó. Hỏi số hạng thứ 2017 của dãy chia 3 dư bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Quy luật dãy số: Kể từ số thứ ba, mỗi số bằng tổng 2 số liền trước.

Khi đó, các số ở dãy trên khi chia cho 3 thì số dư được lặp lại theo quy luật như sau:

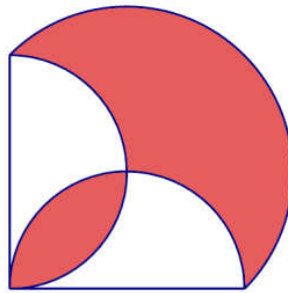
Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư	Dư
2	2	1	0	1	1	2	0	2	2	1	0	1	1	2	0	0

Ta có: $2017 : 8 = 252 \text{ (dư 1)}$

Do đó, số hạng thứ 2017 của dãy chia 3 dư 2.

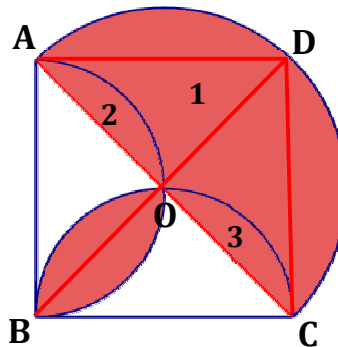
Đáp số: Dư 2

Bài 13. Biết 2 nửa hình tròn có bán kính 4cm. Tính diện tích phần in đậm.



Hướng dẫn:

Ta vẽ hình vuông ABCD, AC và BD cắt nhau tại O. Khi đó, AC vuông góc với BD tại O.



Độ dài đường kính AB bằng độ dài đường kính BC và bằng: $4 \times 2 = 8 \text{ (cm)}$

Diện tích tam giác vuông ABC là: $8 \times 8 : 2 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}$

Quan sát hình vẽ, ta thấy: Diện tích phần tô đậm chính bằng tổng diện tích phần (1), (2), (3) và bằng diện tích nửa đường tròn lớn.

Tích của đường kính và đường kính hình tròn lớn bằng 2 lần diện tích hình vuông ABCD và bằng:

$$(32 \times 2) \times 2 = 128 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Tích của bán kính và bán kính hình tròn lớn là:

$$128 : 4 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

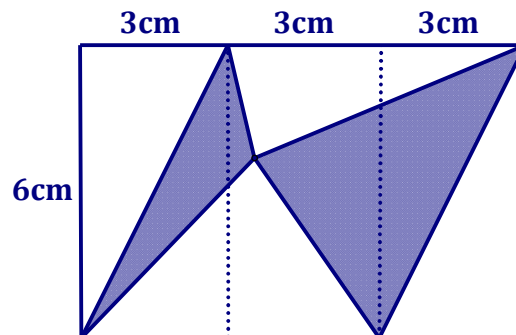
Diện tích nửa hình tròn lớn là:

$$32 \times 3,14 : 2 = 50,24 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích phần tô đậm là: $50,24\text{cm}^2$

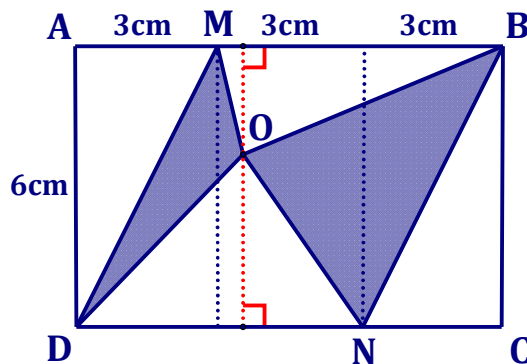
Đáp số: $50,24\text{cm}^2$

Bài 14. Tính diện tích phần in đậm trong hình dưới đây.



Hướng dẫn:

Ta đặt tên và kẻ như hình vẽ sau:



Độ dài đoạn thẳng AB là: $3 + 3 + 3 = 9 \text{ (cm)}$

Độ dài đoạn thẳng MB là: $3 + 3 = 6 \text{ (cm)}$.

Diện tích hình chữ nhật ABCD là: $9 \times 6 = 54 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Diện tích tam giác AMD bằng diện tích tam giác BNC và bằng: $3 \times 6 : 2 = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Tổng diện tích tam giác MOB và ODN bằng $\frac{1}{2}$ diện tích hình bình hành MBND và bằng:

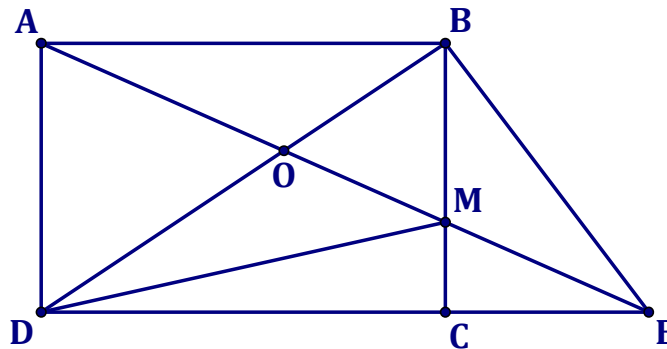
$$6 \times 6 : 2 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích phần tô đậm là: $54 - 9 - 9 - 18 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Đáp số: 18cm^2 .

Bài 15. Cho hình chữ nhật ABCD có chu vi là 60cm và chiều dài AB gấp rưỡi chiều rộng BC. Lấy một điểm M trên cạnh BC sao cho $MB = 2MC$. Nối AM kéo dài cắt DC kéo dài tại điểm E. Nối B với E. Nối D với M. Gọi O là giao điểm của AM và BD. Tính tỷ số $OB : OD$.

Hướng dẫn:



Vì $MB = \frac{2}{3}BC$ nên $MB = \frac{2}{3}AD$.

Ta có:

$S_{DBM} = \frac{2}{3}S_{ADB}$ (vì chiều cao hạ từ đỉnh D xuống BM bằng chiều cao hạ từ đỉnh B xuống AD và

$MB = \frac{2}{3}AD$).

Mà 2 tam giác này có chung đáy BD \rightarrow Chiều cao hạ từ đỉnh A xuống DB bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao hạ từ đỉnh M xuống DB.

Hay chiều cao hạ từ đỉnh A xuống DO bằng $\frac{3}{2}$ chiều cao hạ từ đỉnh M xuống DO.

Mà hai tam giác AOD và MOD có chung đáy DO nên $S_{ADO} = \frac{3}{2}S_{MDO}$.

Mặt khác, ta dễ dàng chứng minh được: $S_{ABO} = S_{MDO}$ nên suy ra: $S_{ADO} = \frac{3}{2}S_{ABO}$.

Mà hai tam giác này có chung chiều cao hạ từ A tới BD nên $DO = \frac{3}{2}BO$

$$\rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{2}{3}.$$

Bài 16. Một nông dân mua 749 con cừu. Ông ta bán 700 con với số tiền ông ta đã mua 749 con. Với 49 con còn lại, ông ta cũng bán mỗi con với giá như đã bán 700 con. Hỏi phần trăm tiền lãi tính trên vốn ông ta bỏ ra được bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Phần trăm tiền lãi tính trên vốn ông ta bỏ ra là:

$$49 : 700 = 0,07 = 7\% \text{ (tiền vốn).}$$

Đáp số: 7% tiền vốn.

Bài 17. Một khu vườn hình vuông có diện tích là $\overline{1690^*}$ m² (chữ số hàng đơn vị của số đo diện tích bị nhòe mực nên ghi bởi *). Xuân nói: “* là chữ số 3”; Hạ nói: “* là chữ số 2”; Thu nói: “* là chữ số 0”; Đông nói: “* là chữ số 8”. Hãy tính chu vi của khu vườn này, biết trong bốn bạn có 1 bạn nói đúng và cạnh của khu vườn là số tự nhiên (tính theo đơn vị mét).

Hướng dẫn:

Vì diện tích hình vuông bằng tích của cạnh và cạnh hình vuông.

Mà cạnh hình vuông là một số tự nhiên nên tích của cạnh và cạnh hình vuông là một số có chữ số tận cùng là một trong các chữ số: 0; 1; 4; 5; 6; 9.

Do đó, trong 4 bạn đã cho có bạn Thu nói đúng: “* là chữ số 0”.

Vậy diện tích của hình vuông là: 16900m².

Vì $130 \times 130 = 16900$ nên cạnh hình vuông là 130m.

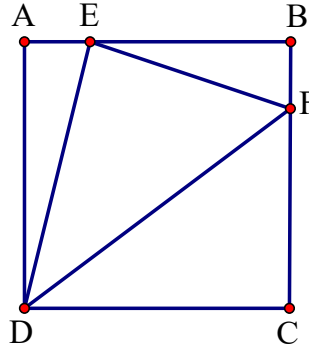
Chu vi khu vườn là: $130 \times 4 = 520$ (m).

Đáp số: 520m.

Bài 18. Cho hình vuông ABCD. Trên cạnh AB lấy điểm E, trên cạnh BC lấy điểm F sao cho

$$AB = AE \times 4 \text{ và } BC = BF \times 4. \text{ Tính tỉ số } \frac{S_{DEF}}{S_{ABCD}}.$$

Hướng dẫn:



Ta có:

$$S_{DAE} = \frac{1}{2} \times AE \times AD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times AB \times DA = \frac{1}{8} S_{ABCD}.$$

$$S_{DCF} = \frac{1}{2} \times CF \times CD = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times CB \times CD = \frac{3}{8} S_{ABCD}.$$

$$S_{BEF} = \frac{1}{2} \times BE \times BF = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times BA \times \frac{1}{4} \times BC = \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} \times BA \times BC = \frac{3}{32} S_{ABCD}.$$

$$\rightarrow S_{DAE} + S_{DCF} + S_{BEF} = \frac{1}{8} S_{ABCD} + \frac{3}{8} S_{ABCD} + \frac{3}{32} S_{ABCD} = \frac{19}{32} S_{ABCD}.$$

$$\rightarrow S_{DEF} = S_{ABCD} - (S_{DAE} + S_{DCF} + S_{BEF}) = S_{ABCD} - \frac{19}{32} S_{ABCD} = \frac{13}{32} S_{ABCD}.$$

$$\text{Vậy } \frac{S_{DEF}}{S_{ABCD}} = \frac{13}{32}.$$

Bài 19. Tính: $10 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{5}{2 \times 3} + \frac{11}{3 \times 4} + \dots + \frac{89}{9 \times 10} \right).$

Hướng dẫn:

Ta có:

$$\begin{aligned}
& 10 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{5}{2 \times 3} + \frac{11}{3 \times 4} + \dots + \frac{89}{9 \times 10} \right) \\
&= 10 \times \left(\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \dots + \frac{89}{90} \right) \\
&= 10 \times \left(1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{6} + 1 - \frac{1}{12} + \dots + 1 - \frac{1}{90} \right) \\
&= 10 \times \left[1 \times 9 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{90} \right) \right] \\
&= 10 \times \left[9 - \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{9 \times 10} \right) \right] \\
&= 10 \times \left[9 - \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{9} - \frac{1}{10} \right) \right] \\
&= 10 \times \left[9 - \left(1 - \frac{1}{10} \right) \right] \\
&= 10 \times \left(9 - \frac{9}{10} \right) \\
&= 10 \times \frac{81}{10} \\
&= 81.
\end{aligned}$$

Đáp số: 81.

Bài 20. Bước vào vòng chung kết giải bóng đá thế giới, có 3 ý kiến dự đoán như sau:

1. Đội Anh xếp thứ nhì, đội Pháp xếp thứ ba
2. Đội Ý xếp nhì, đội Đức xếp thứ ba
3. Đội Anh xếp thứ nhất, đội Đức xếp thứ nhì

Biết mỗi ý kiến đúng 1 nửa, sai 1 nửa. Hỏi đội nào là đội vô địch?

Hướng dẫn:

- Nếu đội Pháp vô địch thì dự đoán “Đội Pháp xếp thứ ba” ở ý kiến 1 sai nên “đội Anh xếp thứ nhì” đúng.

→ Dự đoán “đội Ý xếp thứ nhì” ở ý kiến 2 sai nên “Đội Đức xếp thứ ba” đúng.

→ Dự đoán “Đội Đức xếp thứ nhì” ở ý kiến 3 là sai nên “Đội Anh xếp thứ nhất” là đúng, mâu thuẫn, vì đội Pháp đã xếp thứ nhất.

→ Loại trường hợp Pháp vô địch.

- Nếu đội Ý vô địch thì dự đoán “Đội Ý xếp nhì” ở ý kiến 2 và “Đội Anh xếp thứ nhất” ở ý kiến 3 đều sai.

→ Dự đoán “đội Đức xếp thứ ba” ở ý kiến 2 và “đội Đức xếp thứ nhì” ở ý kiến 3 đều đúng, mâu thuẫn.

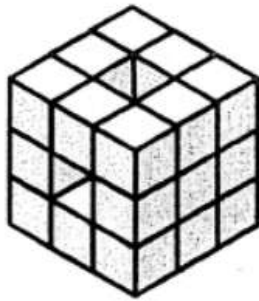
→ Loại trường hợp Ý vô địch.

- Nếu đội Đức vô địch thì dự đoán “Đội Anh xếp thứ nhất” ở ý kiến 3 sai nên dự đoán “đội Đức xếp thứ nhì” ở ý kiến 3 là đúng, mâu thuẫn.

→ Loại trường hợp Đức vô địch.

Vậy đội vô địch là đội Anh.

Bài 21. Xây dựng một khối lập phương lớn bằng cách sử dụng 27 hình khối nhỏ hơn có kích thước giống hệt nhau. Sau lấy ra khối lập phương nhỏ ở chính giữa các mặt trên, dưới, trái và phải, rồi sơn toàn bộ các mặt của hình mới. Hỏi có bao nhiêu khối lập phương nhỏ được sơn 3 mặt?



Hướng dẫn:

Nhận xét: Các khối lập phương được sơn 3 mặt gồm 8 khối được sơn ở đỉnh. Ngoài ra, trừ các khối ở đỉnh, trên mỗi mặt ở các mặt trên, dưới, phải, trái có thêm 2 khối được sơn đúng 3 mặt.

Vậy có tất cả số khối lập phương nhỏ được sơn 3 mặt là:

$$8 + 2 \times 4 = 16 \text{ (khối).}$$

Đáp số: 16 khối.

Bài 22. Trường và Giang cùng chạy bộ một đoạn đường AB dài 6 km. Trường xuất phát lúc 6 giờ 15 phút và chạy trước Giang 5 phút. Biết vận tốc của Giang gấp 1,5 lần vận tốc của Trường và Giang đến B trước Trường 10 phút. Hỏi 2 bạn gặp nhau lúc mấy giờ?

Hướng dẫn:

Thời gian Giang chạy hết đoạn đường AB ít hơn Trường chạy là:

$$5 \text{ phút} + 10 \text{ phút} = 15 \text{ phút.}$$

Vì trên cùng một quãng đường AB, thời gian và vận tốc tỉ lệ nghịch với nhau mà vận tốc của Giang gấp 1,5 lần vận tốc của Trường hay vận tốc của Giang bằng $\frac{3}{2}$ vận tốc của Trường nên thời gian Giang chạy bằng $\frac{2}{3}$ thời gian Trường chạy.

Thời gian Trường chạy hết quãng đường AB là: $15 : (3 - 2) \times 3 = 45$ (phút) = 0,75 giờ.

Vận tốc của Trường là: $6 : 0,75 = 8$ (km/giờ).

Vận tốc của Giang là: $8 \times 1,5 = 12$ (km/giờ).

Đổi: 5 phút = $\frac{1}{12}$ giờ.

Quãng đường Trường chạy trước Giang là: $8 \times \frac{1}{12} = \frac{2}{3}$ (km).

Kể từ lúc Giang xuất phát, hai bạn gặp nhau sau thời gian là:

$$\frac{2}{3} : (12 - 8) = \frac{1}{6} \text{ (giờ)} = 10 \text{ phút.}$$

Hai bạn gặp nhau lúc: 6 giờ 15 phút + 5 phút + 10 phút = 6 giờ 30 phút.

Đáp số: 6 giờ 30 phút.

Bài 23. Hai xe đi ngược chiều, khởi hành cùng một lúc. Một xe đi từ A, một xe đi từ B và gặp nhau tại vị trí cách A là 18km, cách B là 24km. Muốn hai xe gặp nhau tại chính giữa quãng đường AB thì xe đi từ A phải khởi hành trước xe đi từ B là 6 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Hướng dẫn:

Trong cùng một thời gian, quãng đường đi được tỉ lệ thuận với vận tốc nên tỉ số của vận tốc xe đi từ A và vận tốc xe đi từ B là:

$$18 : 24 = \frac{3}{4}.$$

Khi hai xe gặp nhau ở chính giữa quãng đường thì cả hai xe đi được quãng đường như nhau.

Cùng một nửa quãng đường AB, vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau nên tỉ số thời gian của xe đi từ A và xe đi từ B là $\frac{4}{3}$.

Thời gian xe đi từ A đi một nửa quãng đường AB là:

$$6 : (4 - 3) \times 4 = 24 \text{ (phút)} = 0,4 \text{ giờ.}$$

Độ dài nửa quãng đường AB là: $(18 + 24) : 2 = 21$ (km).

Vận tốc của xe đi từ A là: $21 : 0,4 = 52,5$ (km/giờ).

Vận tốc của xe đi từ B là: $52,5 : 3 \times 4 = 70$ (km/giờ).

Đáp số: Xe đi từ A: 52,5km/giờ; Xe đi từ B: 70 km/giờ.

Bài 24. Có 10 người, mọi người ghi tổng số tuổi của 9 người còn lại. Thống kê được là 90, 91, 92, 93, 93, 97, 98, 99, 100, 101. Hỏi số tuổi của người cao tuổi nhất là bao nhiêu?

Hướng dẫn:

Theo đề bài ta có, 9 lần tổng số tuổi của 10 người là:

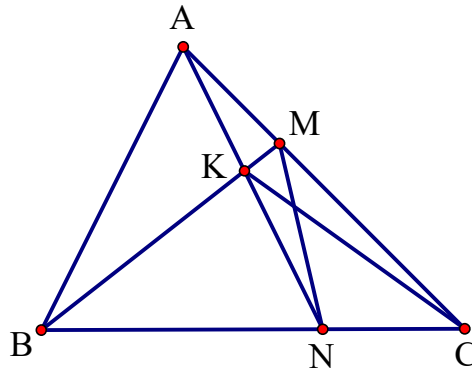
$$90 + 91 + 92 + 93 + 93 + 97 + 98 + 99 + 100 + 101 = 954 \text{ (tuổi)}.$$

Tổng số tuổi của 10 người là: $954 : 9 = 106$ (tuổi).

Tuổi của người cao tuổi nhất là: $106 - 90 = 16$ (tuổi).

Đáp số: 16 tuổi.

Bài 25. Cho tam giác ABC có diện tích 120cm^2 . Hai điểm M, N lần lượt thuộc cạnh CA và CB sao cho $CM = \frac{2}{3} \times CA$; $CN = \frac{1}{3} \times CB$. Hai đường BM cắt AN tại K. Tính S_{AMNB} và tỷ số $\frac{KB}{KM}$.



Hướng dẫn:

Ta có:

$$S_{BMC} = \frac{2}{3} S_{BAC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ B tới AC và đáy } CM = \frac{2}{3} \times CA)$$

$$S_{MNC} = \frac{1}{3} S_{BMC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ M tới BC và đáy } CN = \frac{1}{3} \times CB)$$

$$\rightarrow S_{MNC} = \frac{1}{3} S_{BMC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times S_{BAC} = \frac{1}{6} S_{BAC}$$

$$\rightarrow S_{MNC} = 120 : 6 = 20 \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\rightarrow S_{AMNB} = S_{ABC} - S_{MNC} = 120 - 20 = 100 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Ta có:

$$S_{KAM} = \frac{1}{3} S_{KAC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ K tới AC và đáy AM} = \frac{1}{3} \times \text{AC)} \quad (1)$$

$$S_{ANC} = \frac{1}{2} S_{ABN} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ A tới BC và đáy CN} = \frac{1}{2} \times \text{BN)}$$

Mà hai tam giác này có chung đáy AN nên chiều cao hạ từ C tới AN bằng $\frac{1}{2}$ chiều cao hạ từ B tới AN.

Do đó:

$$S_{KAC} = \frac{1}{2} S_{KAB} \text{ (vì chung đáy AK và chiều cao hạ từ C tới AK bằng } \frac{1}{2} \text{ chiều cao hạ từ B tới AK)} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra:

$$S_{KAM} = \frac{1}{3} S_{KAC} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times S_{KAB} = \frac{1}{6} S_{KAB}.$$

Mà hai hình tam giác này có chung chiều cao hạ từ A tới BM nên đáy $KM = \frac{1}{6} KB$.

$$\text{Vậy } \frac{KB}{KM} = \frac{6}{1}.$$

Bài 26. Tìm một số tự nhiên, biết rằng số đó chia cho 3 dư 1, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 5 và chia cho 9 dư 7 và tổng các thương là 244.

Hướng dẫn:

Vì số tự nhiên cần tìm chia cho 3 dư 1, chia cho 5 dư 3, chia cho 7 dư 5 và chia cho 9 dư 7 nên số tự nhiên cần tìm khi cộng thêm 2 là một số chia hết cho cả 3, 5, 7, 9 và mỗi thương tăng 1 đơn vị.

Tổng các thương lúc này là:

$$244 + 4 = 248.$$

Số tự nhiên cần tìm khi cộng thêm 2 là:

$$248 : \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \right) = 315.$$

Số tự nhiên cần tìm là:

$$315 - 2 = 313.$$

Đáp số: 313.

Bài 27. Trong một giải bóng đá có 4 đội thi đấu vòng tròn một lượt. Trong 1 trận đội thắng được 3 0 điểm, thua 0 điểm và hòa thì mỗi đội 1 điểm. Khi kết thúc giải đấu người ta thấy có 3 đội được số điểm lần lượt là 6 điểm, 5 điểm, 1 điểm. Hỏi đội còn lại giành được bao nhiêu điểm?

Hướng dẫn:

Mỗi đội đều có 3 trận thi đấu với 3 đội còn lại.

Đội có số điểm thi đấu là 6 điểm sẽ có 2 trận thắng, 1 trận thua.

Đội có số điểm thi đấu là 5 điểm sẽ có 1 trận thắng, 2 trận hoà.

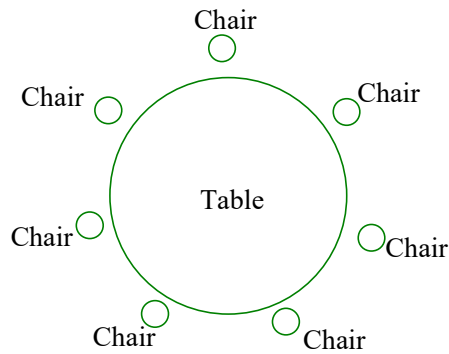
Đội có số điểm thi đấu là 1 điểm sẽ có 1 trận hoà, 2 trận thua.

Ta thấy trong các trận đấu của 3 đội trên có tổng số trận thắng và tổng số trận thua bằng nhau nên đội còn lại phải có số trận thắng bằng số trận thua. Mà đội còn lại thi đấu 3 trận nên có đúng 1 trận thắng, 1 trận thua và 1 trận hoà.

Vậy đội còn lại có số điểm là: $3 + 1 = 4$ (điểm).

Đáp số: 4 điểm.

Bài 28. Ba đứa trẻ, A, B và C, đang chơi một trò chơi sử dụng 7 chiếc ghế xung quanh một chiếc bàn tròn (như hình vẽ). Chúng sẽ phải di chuyển theo chiều kim đồng hồ trong trò chơi khi một đứa trẻ ra lệnh. Với mỗi mệnh lệnh được đưa ra, A sẽ phải đi qua 1 ghế, B sẽ phải đi qua 2 ghế và C sẽ phải đi qua 3 ghế. Nếu chúng bắt đầu trò chơi tại cùng một chiếc ghế, số lượng mệnh lệnh cần thiết ít nhất để tất cả 3 đứa trẻ sẽ trở lại chiếc ghế mà chúng bắt đầu là bao nhiêu?

**Hướng dẫn:**

Gọi số mệnh lệnh là A.

Để cả 3 đứa trẻ sẽ trở lại chiếc ghế mà chúng bắt đầu thì $1 \times A$, $2 \times A$, $3 \times A$ phải là các số chia hết cho 7.

Do đó A là số chia hết cho 7, mà A nhỏ nhất nên A là 7.

Đáp số: 7 mệnh lệnh.

Bài 29. Những quả bóng có cùng kích thước và khối lượng được đặt trong một thùng chứa. Có 8 màu sắc khác nhau và 90 quả bóng mỗi màu. Hỏi cần lấy ra ít nhất bao nhiêu quả bóng để chắc chắn có được 4 loại màu khác nhau và mỗi màu có ít nhất 9 quả?

Hướng dẫn:

Trường hợp xấu nhất, 90 quả bóng đầu tiên lấy ra có cùng 1 màu, 90 quả bóng tiếp theo lấy ra có cùng 1 màu khác, 90 quả bóng tiếp nữa có cùng 1 màu khác nữa. Khi đó ta lấy được 270 quả bóng nhưng chỉ có 3 loại màu khác nhau.

Tiếp tục nếu ở 5 màu còn lại, mỗi màu ta lấy ra được 8 quả bóng. Khi đó ta đã lấy được:

$$270 + 8 \times 5 = 310 \text{ (quả bóng).}$$

Trong 310 quả này có đủ các màu nhưng mới có 3 màu thoả mãn có ít nhất 9 quả bóng, các màu còn lại mới có 8 quả bóng.

Vậy để chắc chắn có được 4 loại màu khác nhau và mỗi màu có ít nhất 9 quả ta cần lấy ra ít nhất số quả bóng là:

$$310 + 1 = 311 \text{ (quả bóng).}$$

Đáp số: 311 quả bóng.

Bài 30. Một căn phòng có 3 loại bóng đèn gồm: 133 đèn xanh; 155 đèn đỏ và 177 đèn vàng. Mỗi lần bật 2 bóng đèn bất kì; nếu 2 bóng khác màu thì đồng thời đổi sang màu thứ ba (ví dụ bật bóng xanh và bóng đỏ thì cả 2 bóng cùng chuyển sang màu vàng). Còn nếu bật 2 bóng cùng màu thì chúng giữ nguyên không đổi màu. Hỏi có thể xảy ra trường hợp toàn bộ bóng đèn đều chuyển sang cùng một màu được không? Vì sao?

Hướng dẫn:

Nhận xét: Khi chuyển từ lượt trước qua lượt sau khi bật bóng đèn, số bóng đèn của mỗi màu sẽ giảm đi 1 hoặc tăng thêm 2 bóng.

Do đó, hiệu số bóng đèn của hai màu bất kì trước và sau mỗi lượt bật đèn có cùng số dư khi chia cho 3.

Lúc đầu, hiệu số bóng đèn đỏ và xanh là: $155 - 133 = 22$, là số chia cho 3 dư 1. Do đó, hiệu của số bóng đèn đỏ và xanh luôn là một số chia cho 3 dư 1 nên không thể xảy ra số bóng đèn xanh và đỏ đều bằng 0, hay không thể chuyển toàn bộ đèn sang cùng màu vàng.

Lúc đầu, hiệu số bóng đèn vàng và đỏ là: $177 - 155 = 22$, là số chia cho 3 dư 1. Do đó, hiệu của số bóng đèn vàng và đỏ luôn là một số chia cho 3 dư 1 nên không thể xảy ra số bóng đèn vàng và đỏ đều bằng 0, hay không thể chuyển toàn bộ đèn sang cùng màu xanh.

Lúc đầu, hiệu số bóng đèn vàng và xanh là: $177 - 133 = 44$, là số chia cho 3 dư 2. Do đó, hiệu của số bóng đèn vàng và xanh luôn là một số chia cho 3 dư 2 nên không thể xảy ra số bóng đèn vàng và xanh đều bằng 0, hay không thể chuyển toàn bộ đèn sang cùng màu đỏ.

Vậy không thể xảy ra trường hợp toàn bộ bóng đèn đều chuyển sang cùng một màu.