

17 BÀI TOÁN ÔN THI HỌC BỔNG NGÔI SAO

Biên soạn: Thầy Trần Nhật Minh

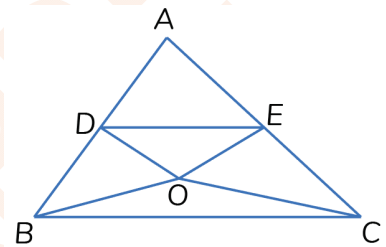
Bài 1. Cho $2025 \square 2024 \square 2023 \square \dots \square 2 \square 1$.

Những ô vuông có thể điền dấu "+" hoặc dấu "-".

- Kết quả có thể là số chẵn được không? Vì sao?
- Điền vào những ô trống để được kết quả nhỏ nhất.

Bài 2. Cho các số theo thứ tự sau: 2023, a, b, c, d, e, f. Kể từ số b thì số này sẽ bằng trung bình cộng của hai số liền trước nó và khoảng cách giữa hai số e và f là 2 đơn vị. Hỏi giá trị nhỏ nhất của a là bao nhiêu?

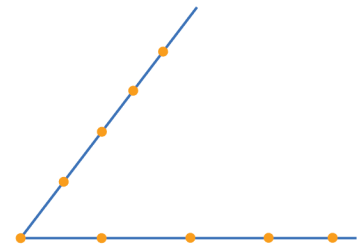
Bài 3. Cho tam giác ABC có D là trung điểm AB và E là trung điểm AC. Gọi O là một điểm nằm bên trong tam giác ABC. Nối D với O, B với O, C với O và E với O. Nối D với E. Biết diện tích tam giác ABC là 42cm^2 và diện tích tứ giác ADOE là 15cm^2 .



- Tính diện tích tam giác DOE.
- Tính diện tích tam giác BOC.

Bài 4. Cho hình vẽ sau

Hỏi nếu nối tất cả các điểm với nhau thì sẽ được tất cả bao nhiêu tam giác?



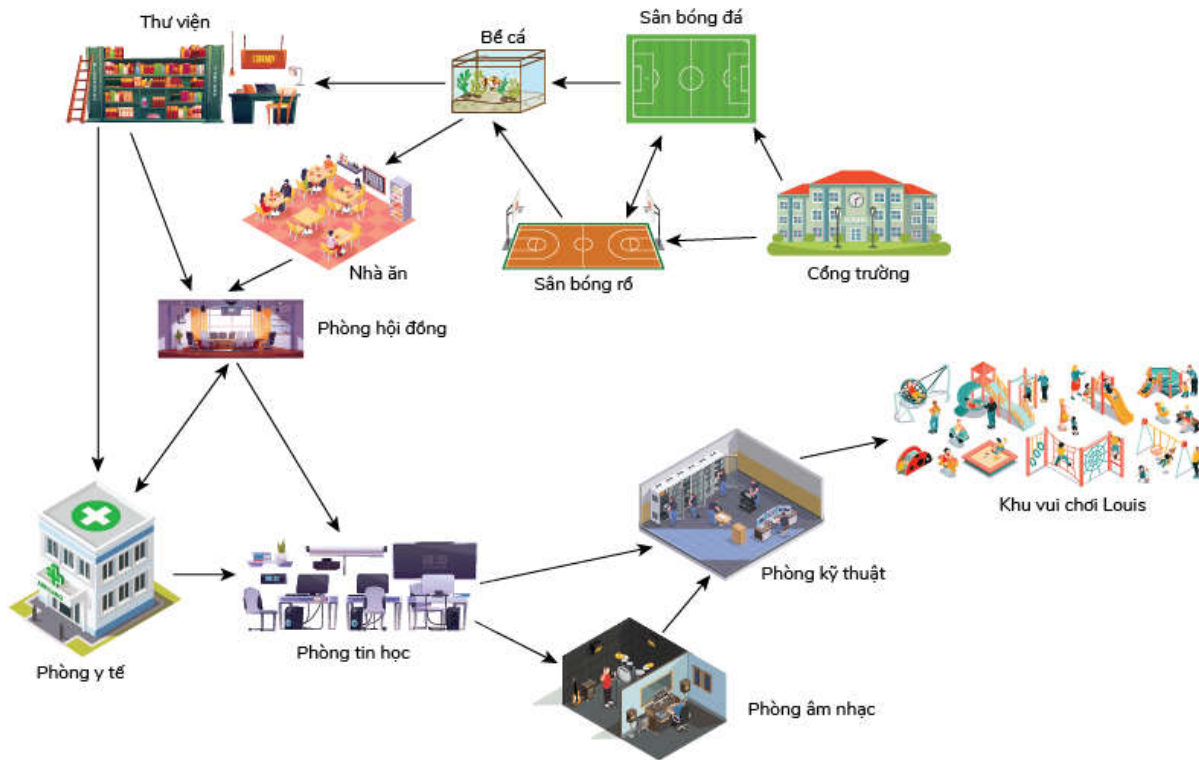
Bài 5. Bốn bạn Việt, Nam, Chiến, Thắng chơi ném bóng xem thành tích của ai cao nhất. Biết

- Số điểm của Nam lớn hơn số điểm của Việt và Chiến cộng lại.
- Tổng số điểm của Nam và Việt bằng tổng số điểm của Thắng và Chiến.
- Tổng số điểm của Thắng và Việt lớn hơn rất nhiều tổng số điểm của Nam và Chiến.

Xác định thứ hạng của mỗi người.

Bài 6. Một đoạn mật mã gồm 4 chữ số, biết tổng và hiệu của hai số được lập từ hai chữ số đầu và hai chữ số cuối đều chia hết cho 14. Hỏi phải thử ít nhất bao nhiêu lần để chắc chắn mở được đoạn mật mã này? (chẳng hạn 1428 thì $14 + 28$ và $28 - 14$ đều chia hết cho 14).

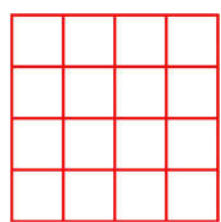
Bài 7. Một nhóm học sinh quyết định làm Tour guide dẫn các em học sinh đi tham quan trường Ngôi Sao Hà Nội bắt đầu từ cổng trường và kết thúc ở Khu trải nghiệm Louis (như bản đồ dưới đây). Mỗi bạn sẽ dẫn các em theo một hướng đi riêng (theo chiều mũi tên) và không được đi lại quãng đường đã đi qua. Vượt nhóm Tour guide đó cần ít nhất ... học sinh.



Bài 8. Một hình vuông có tính chất đặc biệt: “Tổng của 3 số trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo chính đều bằng nhau”. Tính giá trị của x .

		8
x	6	7

Bài 9. Có 4 viên sỏi được đặt vào trong 16 ô vuông. Hỏi có bao nhiêu cách khác nhau để thực hiện điều đó, nếu mỗi cột và mỗi hàng phải chứa đúng 1 viên sỏi?



Bài 10. Một nhóm học sinh tham gia hoạt động ngoại khóa được chia thành các tổ. Nếu mỗi tổ có 7 nam và 7 nữ thì thừa 8 bạn nam, nếu mỗi tổ có 6 nam và 5 nữ thì thừa 12 nữ. Hỏi có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

Bài 11. Cho tam giác ABC. Lấy hai điểm M, N trên cạnh BC sao cho $BM = MN = NC$. Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên cạnh AC sao cho $MD \parallel AC$, $ME \parallel AB$. Kéo dài DM và EN cắt nhau ở K. Biết rằng diện tích tứ giác ABKC là 125cm^2 , tính diện tích tam giác ABC.

Bài 12. Cho hình thang vuông ABCD vuông góc tại A và D có $CD = 3 \times AB$. Kéo dài DA và CB cắt nhau tại M.

a) So sánh diện tích 2 tam giác ABM và ACM.

b) Biết diện tích hình thang ABCD bằng 128 cm^2 . Tính diện tích tam giác MBA.

Bài 13. Có 3 chiếc đồng hồ cũ chỉ còn kim phút. Cả 3 đồng hồ đều chạy nhanh. Các đồng hồ A, B và C sau mỗi tiếng chạy nhanh tương ứng 2,4,6 phút tương ứng. Vào lúc 12 giờ đêm, cả 3 kim phút đều chỉ vào số 12. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ, các kim phút này lại cùng gặp nhau, tức là chỉ đúng số phút như nhau?

Bài 14. Đường từ nhà Nam đến trường dài 1 km và cũng là tuyến đường ô tô buýt. Bến xe ngay trước cửa nhà Nam. Buổi sáng Nam đi bộ với vận tốc 5 km/giờ đến trường và khi Nam bắt đầu đi thì cũng có 1 xe buýt rời bến đi cùng chiều, vận tốc xe buýt là 30 km/giờ. Cứ 4 phút thì lại có 1 chuyến xe buýt. Hỏi sáng hôm ấy có bao nhiêu xe buýt cùng chiều vượt hoặc đuổi kịp Nam?

Bài 15. Từ các chữ số 1, 2, 5, 8 viết tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số rồi sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Hỏi số 5281 ở vị trí thứ bao nhiêu?

Bài 16. Có 2024 học sinh của một trường học xếp thành một hàng dài và họ sẽ đọc to các số theo một quy luật như sau: Nếu học sinh đọc số có 1 chữ số thì học sinh tiếp theo sẽ đọc số gấp 2 lần số của học sinh đó. Nếu học sinh đọc số có 2 chữ số thì học sinh tiếp theo sẽ đọc số bằng tổng của 8 và hàng đơn vị của số có hai chữ số đó. Nếu học sinh đầu tiên đọc số 1, khi đó học sinh cuối cùng đọc số nào?

Bài 17. Tại chương trình 4 giờ chiều, tất cả các chỗ ngồi trong nhà hát đã được kín và 65% khán giả là trẻ em. Tại chương trình 6 giờ tối, một lần nữa, tất cả các chỗ ngồi đã được sử dụng, nhưng lần này chỉ có 50% khán giả là trẻ em. Trong số tất cả những người tham dự một trong hai chương trình này, có 57% là trẻ em và có 12 người lớn, 28 trẻ em tham dự cả hai chương trình. Hỏi nhà hát có bao nhiêu chỗ ngồi?

HƯỚNG DẪN – ĐÁP ÁN

Bài 1. Cho $2025 \square 2024 \square 2023 \square \dots \square 2 \square 1$.

Những ô vuông có thể điền dấu "+" hoặc dấu "-".

- a) Kết quả có thể là số chẵn được không? Vì sao?
 b) Điền vào những ô trống để được kết quả nhỏ nhất.

Lời giải

a) Giả sử, nếu tất cả các ô vuông đều điền dấu "+" thì ta thu được kết quả là

$$1 + 2 + 3 + \dots + 2024 + 2025 = (2025 + 1) \times 2025 : 2 = 2051325.$$

Nếu thay bất kể dấu "+" nào ở trước ô có giá trị bằng a thành dấu "-" thì kết quả của phép tính sẽ giảm đi $2 \times a$ đơn vị.

Mà kết quả 2051325 là số lẻ nên khi ta giảm đi $2 \times a$ đơn vị thì vẫn thu được kết quả là số lẻ.

Vậy kết quả không thể là số chẵn.

b) Vì kết quả không thể là số chẵn nên giá trị nhỏ nhất có thể có là 1.

Để ra được kết quả bằng 1, ta bỏ số 1 cuối cùng ra ngoài. Khi đó còn 2024 số, ta chia 4 số thành 1 nhóm, mỗi nhóm này sẽ có tổng, hiệu bằng 0.

Ta sẽ điền dấu như sau:

$$2025 - 2024 - 2023 + 2022 + 2021 - 2020 - 2019 + 2018 + \dots + 5 - 4 - 3 + 2 + 1 = 1.$$

Bài 2. Cho các số theo thứ tự sau: 2023, a , b , c , d , e , f . Kể từ số b thì số này sẽ bằng trung bình cộng của hai số liền trước nó và khoảng cách giữa hai số e và f là 2 đơn vị. Hỏi giá trị nhỏ nhất của a là bao nhiêu?

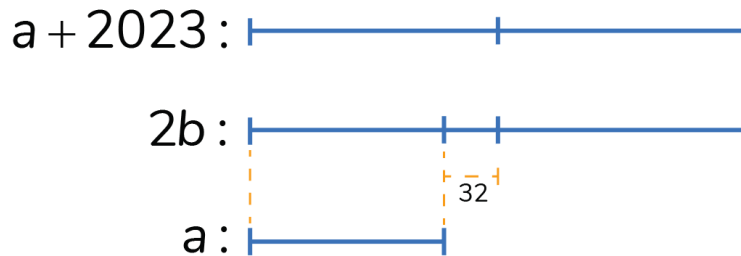
Lời giải

Vì khoảng cách giữa hai số e và f là 2 đơn vị và số f bằng trung bình cộng của hai số d và e nên khoảng cách giữa hai số d và e là 4 đơn vị.

Lập luận tương tự, ta suy ra khoảng cách giữa hai số c và d là 8 đơn vị; khoảng cách giữa hai số b và c là 16 đơn vị; khoảng cách giữa hai số a và b là 32 đơn vị.

Khi đó để a nhỏ nhất thì a kém b 32 đơn vị.

Ta có sơ đồ như sau:



Từ sơ đồ, ta thấy 2 lần số a kém số $a + 2023$ là 64 đơn vị.

Vậy số a là $2023 - 32 \times 2 = 1959$.

Bài 3. Cho tam giác ABC có D là trung điểm AB và E là trung điểm AC . Gọi O là một điểm nằm bên trong tam giác ABC . Nối D với O , B với O , C với O và E với O .

Nối D với E . Biết diện tích tam giác ABC là 42cm^2 và diện tích tứ giác $ADOE$ là 15cm^2 .

a) Tính diện tích tam giác DOE .

b) Tính diện tích tam giác BOC .

Lời giải

Nối C với D và A với O .

a) Xét tam giác ABC và tam giác ADC có chung chiều

cao hạ từ C xuống AB nên $\frac{S_{ADC}}{S_{ABC}} = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ (do D là

trung điểm của AB).

Suy ra $S_{ADC} = \frac{1}{2} \times S_{ABC} = \frac{1}{2} \times 42 = 21 (\text{cm}^2)$.

Xét tam giác ADE và tam giác ADC có chung chiều cao hạ từ D xuống AC nên $\frac{S_{ADE}}{S_{ADC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$

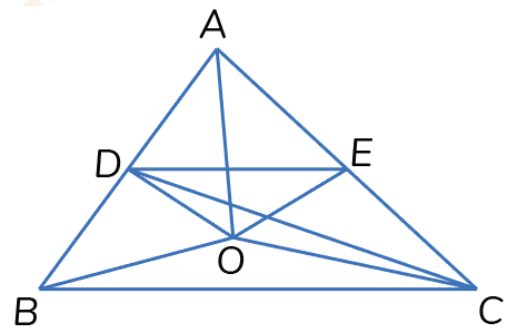
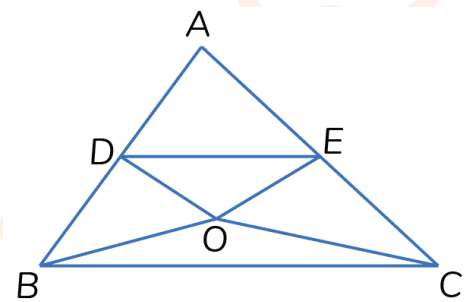
(do E là trung điểm AC).

Suy ra $S_{ADE} = \frac{1}{2} \times S_{ADC} = \frac{1}{2} \times 21 = 10,5 (\text{cm}^2)$.

Vậy $S_{DOE} = S_{ADOE} - S_{ADE} = 15 - 10,5 = 4,5 (\text{cm}^2)$.

b) Xét tam giác OAB và tam giác OAD có chung chiều cao hạ từ O xuống AB nên

$\frac{S_{OAB}}{S_{OAD}} = \frac{AB}{AD} = 2$ (do D là trung điểm của AB). Suy ra $S_{OAB} = 2 \times S_{OAD}$.



Xét tam giác OAC và tam giác OAE có chung chiều cao hạ từ O xuống AC nên $\frac{S_{OAC}}{S_{OAE}} = \frac{AC}{AE} = 2$

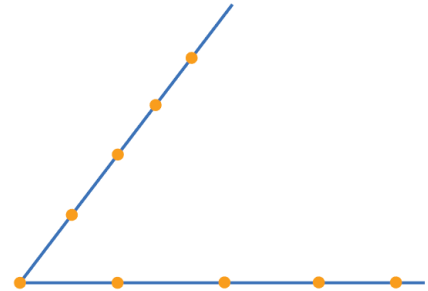
(do E là trung điểm AC). Suy ra $S_{OAC} = 2 \times S_{OAE}$.

Từ đó, ta có $S_{OAB} + S_{OAC} = 2 \times S_{OAD} + 2 \times S_{OAE} = 2 \times (S_{OAD} + S_{OAE}) = 2 \times S_{ADOE} = 2 \times 15 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$.

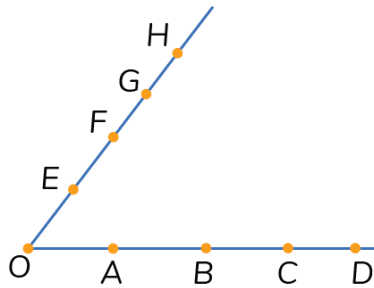
Vậy $S_{OBC} = S_{ABC} - (S_{OAB} + S_{OAC}) = 42 - 30 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$.

Bài 4. Cho hình vẽ sau

Hỏi nếu nối tất cả các điểm với nhau thì sẽ được tất cả bao nhiêu tam giác?



Lời giải



Gọi các điểm như hình.

Để tạo thành 1 tam giác, ta lựa chọn 1 đoạn thẳng bất kì và 1 điểm không nằm trên đường thẳng đó.

Ví dụ: Đoạn thẳng OA , ta lựa chọn các đỉnh E, F, G, H để tạo thành 1 tam giác.

Xét 5 điểm O, A, B, C, D , số đoạn thẳng tạo thành là: $5 \times 4 : 2 = 10$ (đoạn thẳng).

Mỗi đoạn thẳng này có thể tạo với 1 trong 4 điểm E, F, G, H để tạo thành 1 tam giác.

Do đó số tam giác tạo thành là $10 \times 4 = 40$ (tam giác).

Xét 5 điểm O, E, F, G, H , số đoạn thẳng tạo thành là: $5 \times 4 : 2 = 10$ (đoạn thẳng).

Tuy nhiên, nếu chọn các đoạn thẳng OE, OF, OG, OH làm 1 cạnh của tam giác thì khi chọn 1 trong 4 điểm A, B, C, D làm đỉnh còn lại của tam giác sẽ cho các tam giác trùng với tam giác ở trên. Ví dụ: Tam giác FOB trùng với BOF .

Do đó, số tam giác tạo thành từ trường hợp này chỉ là $(10 - 4) \times 4 = 24$ (tam giác).

Vậy số tam giác tạo thành khi nối tất cả các điểm là $40 + 24 = 64$ (tam giác).

Bài 5. Bốn bạn Việt, Nam, Chiến, Thắng chơi ném bóng xem thành tích của ai cao nhất. Biết

- Số điểm của Nam lớn hơn số điểm của Việt và Chiến cộng lại.
- Tổng số điểm của Nam và Việt bằng tổng số điểm của Thắng và Chiến.
- Tổng số điểm của Thắng và Việt lớn hơn rất nhiều tổng số điểm của Nam và Chiến.

Xác định thứ hạng của mỗi người.

Lời giải

Vì số điểm của Nam lớn hơn số điểm của Việt và Chiến cộng lại nên số điểm của Nam cao hơn của Việt, Chiến. Do đó Nam xếp thứ nhất hoặc xếp thứ hai.

Vì tổng số điểm của Nam và Việt bằng tổng số điểm của Thắng và Chiến nên ta có 2 trường hợp:

- Trường hợp 1: Nam xếp thứ nhất thì Việt xếp thứ tư. Khi đó Thắng xếp thứ hai và Chiến xếp thứ ba.

- Trường hợp 2: Nam xếp thứ hai thì Việt xếp thứ ba. Khi đó Thắng xếp thứ nhất và Chiến xếp thứ tư.

Trong 2 trường hợp trên, chỉ có trường hợp 2 thì tổng số điểm của Thắng và Việt lớn hơn rất nhiều tổng số điểm của Nam và Chiến.

Vậy Thắng xếp thứ nhất, Nam xếp thứ hai, Việt xếp thứ ba và Chiến xếp thứ tư.

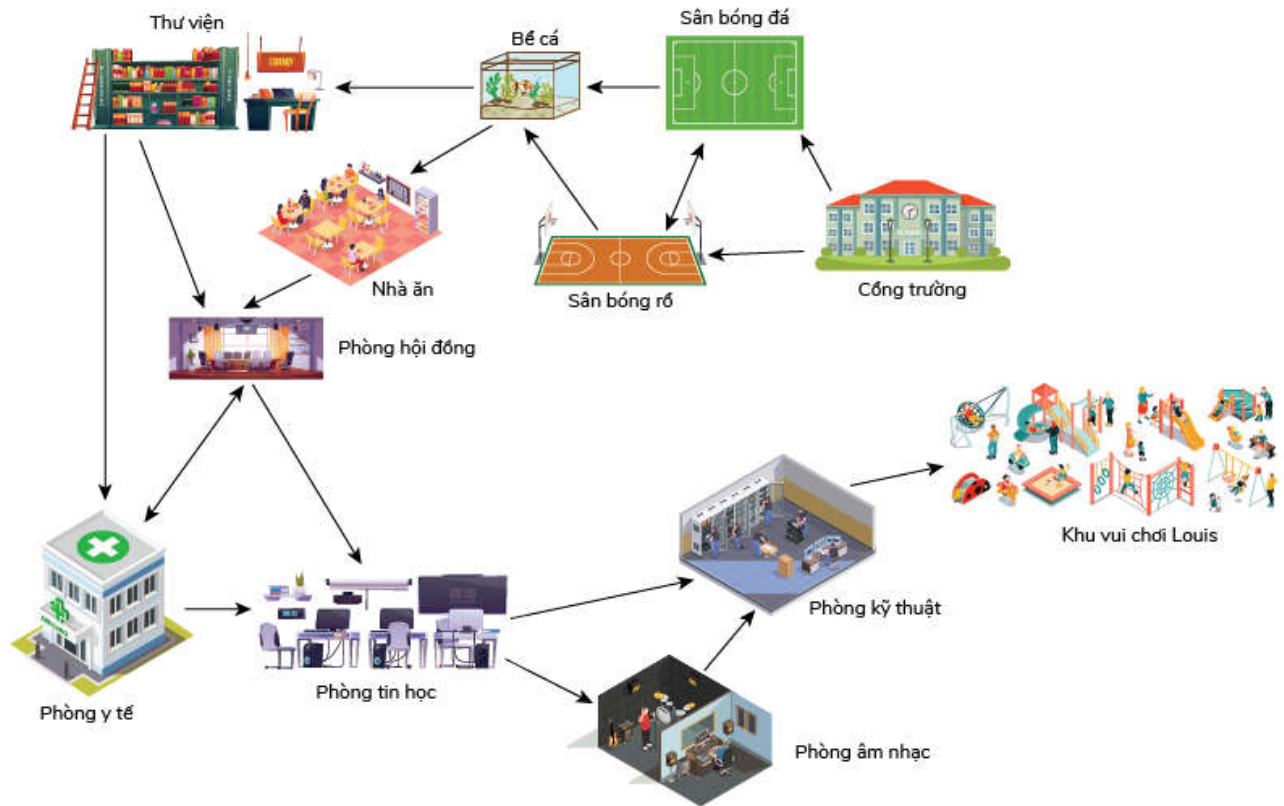
Bài 6. Một đoạn mật mã gồm 4 chữ số, biết tổng và hiệu của hai số được lập từ hai chữ số đầu và hai chữ số cuối đều chia hết cho 14. Hỏi phải thử ít nhất bao nhiêu lần để chắc chắn mở được đoạn mật mã này? (chẳng hạn 1428 thì $14 + 28$ và $28 - 14$ đều chia hết cho 14).

Lời giải

Đoạn mật mã có dạng \overline{abcd} trong đó $\overline{ab} - \overline{cd}$ và $\overline{ab} + \overline{cd}$ đều chia hết cho 14. Điều này có nghĩa là $\overline{ab}, \overline{cd}$ phải cũng chia hết cho 7 và cùng tính chẵn lẻ.

Tức là $\overline{ab}, \overline{cd}$ sẽ nhận 2 trong các giá trị: 00, 14, 28, 42, 56, 70, 84, 98 hoặc 07, 21, 35, 49, 63, 77, 91 (chú ý là $\overline{ab}, \overline{cd}$ có thể nhận giá trị bằng nhau). Tổng số mật mã có thể tạo ra từ 2 trường hợp trên là: $8 \times 8 + 7 \times 7 = 113$, vì vậy cần thử ít nhất 113 lần để chắc chắn mở được đoạn mật mã.

Bài 7. Một nhóm học sinh quyết định làm Tour guide dẫn các em học sinh đi tham quan trường Ngôi Sao Hà Nội bắt đầu từ cổng trường và kết thúc ở Khu trải nghiệm Louis (như bản đồ dưới đây). Mỗi bạn sẽ dẫn các em theo một hướng đi riêng (theo chiều mũi tên) và không được đi lại quãng đường đã đi qua. Vậy nhóm Tour guide đó cần ít nhất ... học sinh.



Lời giải

Nhận xét: Để đi từ cổng trường tới Khu vui chơi Louis, tất cả học sinh đều phải đi qua các vị trí sau: Bể cá, Phòng tin học, Phòng kỹ thuật.

Để đi từ cổng trường đến bể cá có 4 cách đi nên cần 4 học sinh.

Để đi từ bể cá đến phòng tin học có 6 cách nên cần 6 học sinh.

Để đi từ phòng tin học đến phòng kỹ thuật có 2 cách nên cần 2 học sinh.

Để đi từ phòng kỹ thuật đến khu vui chơi Louis có 1 cách nên cần 1 học sinh.

Vậy số học sinh ít nhất của nhóm Tour guide là $4 \times 6 \times 2 \times 1 = 48$ (học sinh).

Trả lời: 48 học sinh.

Bài 8. Một hình vuông có tính chất đặc biệt: “Tổng của 3 số trên mỗi hàng, mỗi cột và mỗi đường chéo chính đều bằng nhau”. Tính giá trị của x .

		8
x	6	7

Lời giải

Gọi giá trị của ô chính giữa hình vuông là y .

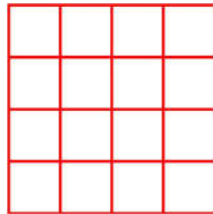
Khi đó $x + 6 + 7 = x + y + 8 \Rightarrow x + 13 = x + y + 8 \Rightarrow y = 5$.

Suy ra 2 ô còn lại hàng trên cùng phải điền giá trị tương ứng là $x+1$ và $x+2$ (vì tổng mỗi hàng, cột, đường chéo đều là $x+13$).

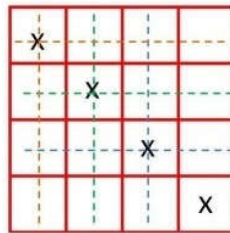
Khi đó, tổng các ô ở hàng trên cùng là $x+1+x+2+8=x+13 \Rightarrow x=2$.

Trả lời: $x=2$.

Bài 9. Có 4 viên sỏi được đặt vào trong 16 ô vuông. Hỏi có bao nhiêu cách khác nhau để thực hiện điều đó, nếu mỗi cột và mỗi hàng phải chứa đúng 1 viên sỏi?



Lời giải



Viên sỏi 1 có 16 cách đặt vị trí.

Viên sỏi 2 không nằm cùng hàng và cùng cột với viên sỏi 1 nên có 9 cách đặt vị trí.

Viên sỏi 3 không nằm cùng hàng và cùng cột với 2 viên sỏi trên nên có 4 cách đặt vị trí.

Viên cuối cùng chỉ còn 1 cách chọn vị trí.

Tổng số cách thực hiện là: $16 \times 9 \times 4 \times 1 = 576$ (cách).

Trả lời: 576 cách.

Bài 10. Một nhóm học sinh tham gia hoạt động ngoại khóa được chia thành các tổ. Nếu mỗi tổ có 7 nam và 7 nữ thì thừa 8 bạn nam, nếu mỗi tổ có 6 nam và 5 nữ thì thừa 12 nữ. Hỏi có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

Lời giải

Vì nếu mỗi tổ có 7 nam và 7 nữ thì thừa ra 8 bạn nam nên số bạn nam nhiều hơn số bạn nữ là 8 bạn.

Trong trường hợp mỗi tổ có 6 nam và 5 nữ, nếu ta rút ra ở tất cả các tổ, mỗi tổ 1 bạn nam, như vậy tất cả các tổ còn lại là 5 nam và 5 nữ.

Mà số nam nhiều hơn số nữ là 8 bạn, khi đó số bạn nam thừa ra là:

$$12 + 8 = 20 \text{ (bạn).}$$

Do mỗi tổ chỉ rút ra 1 bạn nam, nên có số tổ là $20 : 1 = 20$ (tổ).

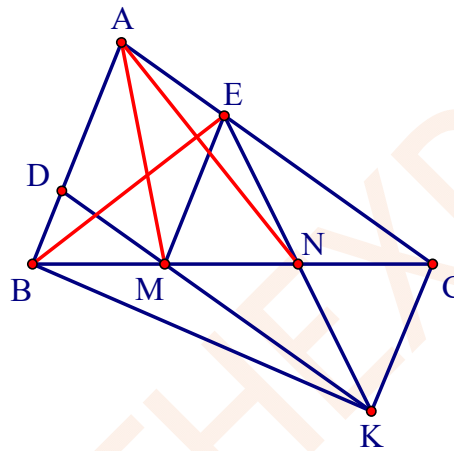
Có số bạn nam là: $6 \times 20 = 120$ (bạn).

Có số bạn nữ là: $5 \times 20 + 12 = 112$ (bạn).

Trả lời: Nam: 120 bạn; Nữ: 112 bạn.

Bài 11. Cho tam giác ABC. Lấy hai điểm M, N trên cạnh BC sao cho $BM = MN = NC$. Lấy điểm D trên cạnh AB, điểm E trên cạnh AC sao cho $MD \parallel AC$, $ME \parallel AB$. Kéo dài DM và EN cắt nhau ở K. Biết rằng diện tích tứ giác ABKC là 125cm^2 , tính diện tích tam giác ABC.

Lời giải



Vì $BM = MN = NC$ và $BM + MN + NC = BC$ nên $BM = MN = NC = \frac{1}{3}BC$.

Ta có:

$$S_{ABM} = \frac{1}{3}S_{ABC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ A tới BC và đáy } BM = \frac{1}{3}BC \text{)}$$

$$S_{ABM} = S_{ABE} \text{ (vì chung đáy AB và chiều cao hạ từ M và E tới AB bằng nhau)}$$

$$\rightarrow S_{ABE} = \frac{1}{3}S_{ABC}. \text{ Mà hai tam giác này có chung chiều cao hạ từ B tới AC nên đáy } AE = \frac{1}{3}AC.$$

$$\rightarrow EC = \frac{2}{3}AC$$

$$\rightarrow S_{ENC} = \frac{2}{3}S_{ANC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ N tới AC và đáy } EC = \frac{2}{3}AC \text{)}$$

$$\text{Mà } S_{ANC} = \frac{1}{3}S_{ABC} \text{ (vì chung chiều cao hạ từ A tới BC và đáy } NC = \frac{1}{3}BC \text{)}$$

$$\rightarrow S_{ENC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times S_{ABC} = \frac{2}{9}S_{ABC} \quad (1)$$

Ta có:

$$S_{ENC} = \frac{1}{2} S_{EMC} \quad (\text{vì chung chiều cao hạ từ E tới MC và đáy NC} = \frac{1}{2} MC)$$

$$S_{KEC} = S_{MEC} \quad (\text{vì chung đáy EC và chiều cao hạ từ K và M tới EC bằng nhau})$$

$$\rightarrow S_{ENC} = \frac{1}{2} S_{KEC}$$

$$\rightarrow S_{ENC} = S_{KNC}$$

$$\text{Mặt khác: } S_{KNC} = \frac{1}{3} S_{KBC} \quad (\text{vì chung chiều cao hạ từ K tới BC và đáy NC} = \frac{1}{3} BC)$$

$$\rightarrow S_{ENC} = \frac{1}{3} S_{KBC} \quad \text{hay} \quad S_{KBC} = 3 \times S_{ENC} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra: } S_{KBC} = 3 \times \frac{2}{9} \times S_{ABC} = \frac{2}{3} S_{ABC}$$

$$\rightarrow S_{ABKC} = S_{ABC} + S_{KBC} = S_{ABC} + \frac{2}{3} S_{ABC} = \frac{5}{3} S_{ABC}$$

Vậy diện tích hình tam giác ABC là:

$$125 : 5 \times 3 = 75 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

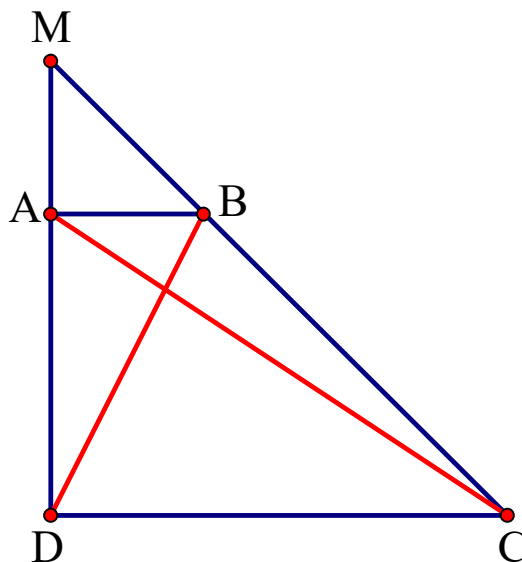
Trả lời: 75cm^2 .

Bài 12. Cho hình thang vuông ABCD vuông góc tại A và D có $CD = 3 \times AB$. Kéo dài DA và CB cắt nhau tại M.

a) So sánh diện tích 2 tam giác ABM và ACM.

b) Biết diện tích hình thang ABCD bằng 128 cm^2 . Tính diện tích tam giác MBA.

Lời giải



a) Ta có:

$$S_{BAD} = \frac{1}{3}S_{CAD} \text{ (vì có chung chiều cao AD và đáy } AB = \frac{1}{3}CD \text{)}$$

Mà hai tam giác này có chung đáy AD nên chiều cao hạ từ B tới AD bằng $\frac{1}{3}$ chiều cao hạ từ C tới AD.

$$\rightarrow S_{ABM} = \frac{1}{3}S_{ACM} \text{ (vì có chung đáy AM và chiều cao hạ từ B tới AM bằng } \frac{1}{3} \text{ chiều cao hạ từ C tới AM)}$$

b) Ta có:

$$S_{BAC} = S_{BAD} \text{ (vì có chung đáy AB và chiều cao hạ từ C và D tới AB bằng nhau)}$$

$$\text{Mà } S_{BAD} = \frac{1}{3}S_{CAD} \text{ suy ra } S_{BAC} = \frac{1}{3}S_{CAD}.$$

$$\text{Lại có: } S_{BAC} + S_{CAD} = S_{ABCD} \text{ suy ra: } S_{BAC} = \frac{1}{4}S_{ABCD}.$$

$$\text{Vì } S_{ABM} = \frac{1}{3}S_{ACM} \text{ suy ra } S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{BAC}.$$

$$\text{Do đó: } S_{ABM} = \frac{1}{2}S_{BAC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times S_{ABCD} = \frac{1}{8}S_{ABCD}.$$

Vậy diện tích tam giác MBA là:

$$128 : 8 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Trả lời: a) } S_{ABM} = \frac{1}{3}S_{ACM}; \quad \text{b) } 16\text{cm}^2.$$

Bài 13. Có 3 chiếc đồng hồ cũ chỉ còn kim phút. Cả 3 đồng hồ đều chạy nhanh. Các đồng hồ A, B và C sau mỗi tiếng chạy nhanh tương ứng 2, 4, 6 phút tương ứng. Vào lúc 12 giờ đêm, cả 3 kim phút đều chỉ vào số 12. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu giờ, các kim phút này lại cùng gặp nhau, tức là chỉ đúng số phút như nhau?

Lời giải

- Xét thời điểm đồng hồ A, B có các kim phút lại gặp nhau lần gần nhất.

Vì mỗi tiếng đồng hồ B chạy nhanh hơn đồng hồ A là 2 phút nên tại thời điểm khi kim phút của hai đồng hồ trùng nhau lần gần nhất thì đồng hồ B đã chạy nhanh hơn đồng hồ A 1 giờ hay 60 phút.

Sau số giờ thì kim phút của đồng hồ A và đồng hồ B gặp nhau là:

$$60 : 2 = 30 \text{ (giờ).}$$

- Xét thời điểm đồng hồ A, C có các kim phút lại gặp nhau lần gần nhất.

Vì mỗi tiếng đồng hồ C chạy nhanh hơn đồng hồ A là 4 phút nên tại thời điểm khi kim phút của hai đồng hồ trùng nhau lần gần nhất thì đồng hồ C đã chạy nhanh hơn đồng hồ A 1 giờ hay 60 phút.

Sau số giờ thì kim phút của đồng hồ A và đồng hồ C gặp nhau là:

$$60 : 4 = 15 \text{ (giờ).}$$

Do đó ta có:

Kim phút của đồng hồ A và đồng hồ B gặp nhau sau: 30 giờ, 60 giờ, 90 giờ, ...

Kim phút của đồng hồ A và đồng hồ C gặp nhau sau: 15 giờ, 30 giờ, 45 giờ, ...

Vậy sau ít nhất 30 giờ thì kim phút của các đồng hồ A, B, C lại cùng gặp nhau.

Trả lời: 30 giờ.

Bài 14. Đường từ nhà Nam đến trường dài 1 km và cũng là tuyến đường ô tô buýt. Bến xe ngay trước cửa nhà Nam. Buổi sáng Nam đi bộ với vận tốc 5 km/giờ đến trường và khi Nam bắt đầu đi thì cũng có 1 xe buýt rời bến đi cùng chiều, vận tốc xe buýt là 30 km/giờ. Cứ 4 phút thì lại có 1 chuyến xe buýt. Hỏi sáng hôm ấy có bao nhiêu xe buýt cùng chiều vượt hoặc đuổi kịp Nam?

Lời giải

Thời gian Nam đi từ nhà tới trường là: $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (giờ) = 12 phút.

Thời gian xe buýt đi từ nhà Nam tới trường là: $1 : 30 = \frac{1}{30}$ (giờ) = 2 (phút).

Cứ sau 4 phút lại có 1 chuyến xe buýt nên tính từ thời điểm Nam rời nhà, các xe buýt sẽ bắt đầu xuất phát từ nhà Nam và đến trường Nam sau lần lượt số phút như sau:

Xe thứ nhất, đi cùng Nam và vượt Nam, đến trường sau 2 phút.

Xe thứ hai, đi từ nhà Nam sau 4 phút, đến trường sau 6 phút nên đã đuổi kịp và vượt Nam.

Xe thứ ba, đi từ nhà Nam sau 8 phút, đến trường sau 10 phút nên đã đuổi kịp và vượt Nam.
Xe thứ tư, đi từ nhà Nam sau 12 phút nên không gặp Nam vì lúc này Nam đã đến trường.
Do đó, trong 12 phút Nam đến trường đã có 3 xe buýt cùng chiều vượt hoặc đuổi kịp Nam.

Trả lời: 3 xe.

Bài 15. Từ các chữ số 1, 2, 5, 8 viết tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số rồi sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Hỏi số 5281 ở vị trí thứ bao nhiêu?

Lời giải

Các số nhỏ hơn 5281 gồm:

- Các số có chữ số 1 ở hàng nghìn:

Khi đó, có tất cả: $4 \times 4 \times 4 = 64$ (số).

- Các số có chữ số 2 ở hàng nghìn:

Khi đó, có tất cả: $4 \times 4 \times 4 = 64$ (số).

- Các số có chữ số 5 ở hàng nghìn:

+ Chữ số 1 ở hàng trăm:

Khi đó, có tất cả: $4 \times 4 = 16$ (số).

+ Chữ số 2 ở hàng trăm:

Khi đó, có tất cả các số nhỏ hơn 5281 là: $3 \times 4 = 12$ (số).

Do đó, trước số 5281 có tất cả các số là:

$$64 + 64 + 16 + 12 = 156 \text{ (số).}$$

Vậy số 5281 ở vị trí thứ 157.

Trả lời: 157.

Bài 16. Có 2024 học sinh của một trường học xếp thành một hàng dài và họ sẽ đọc to các số theo một quy luật như sau: Nếu học sinh đọc số có 1 chữ số thì học sinh tiếp theo sẽ đọc số gấp 2 lần số của học sinh đó. Nếu học sinh đọc số có 2 chữ số thì học sinh tiếp theo sẽ đọc số bằng tổng của 8 và hàng đơn vị của số có hai chữ số đó. Nếu học sinh đầu tiên đọc số 1, khi đó học sinh cuối cùng đọc số nào?

Lời giải

Các học sinh sẽ đọc số lần lượt như sau:

1; 2; 4; **8; 16; 14; 12; 10; 8; 16; 14; 12; 10; 8; 16; 14; 12; 10; ...**

Quy luật: Kể từ số thứ tư, cứ sau 5 số "**8; 16; 14; 12; 10**" thì quy luật sẽ lặp lại theo thứ tự.

Ta có: $(2024 - 3) : 5 = 404$ (dư 1).

Vậy bạn cuối cùng, hay bạn thứ 2024 đọc số 8.

Trả lời: 8.

Bài 17. Tại chương trình 4 giờ chiều, tất cả các chỗ ngồi trong nhà hát đã được kín và 65% khán giả là trẻ em. Tại chương trình 6 giờ tối, một lần nữa, tất cả các chỗ ngồi đã được sử dụng, nhưng lần này chỉ có 50% khán giả là trẻ em. Trong số tất cả những người tham dự một trong hai chương trình này, có 57% là trẻ em và có 12 người lớn, 28 trẻ em tham dự cả hai chương trình. Hỏi nhà hát có bao nhiêu chỗ ngồi?

Lời giải

Số chỗ ngồi cho trẻ em chiếm số phần trăm tổng số chỗ ngồi của hai chương trình là:

$$(65\% + 50\%) : 2 = 57,5\% \text{ (tổng số chỗ ngồi của hai chương trình).}$$

Vì có 12 người lớn, 28 trẻ em tham dự cả hai chương trình nên tổng số chỗ ngồi của hai chương trình bằng tổng số người tham gia hai chương trình (những người tham gia hai chương trình chỉ tính 1 lần) cộng thêm 40.

Nhận xét: Ta quy bài toán trên về bài toán hai tỉ số có đại lượng thay đổi:

Lúc đầu số chỗ ngồi cho trẻ em chiếm 57,5% tổng số chỗ ngồi của hai chương trình.

Sau khi bớt đi 40 chỗ ngồi, trong đó có 28 chỗ ngồi cho trẻ em thì số chỗ ngồi cho trẻ em chiếm 57% tổng số chỗ ngồi 2 chương trình. Ta coi “tổng số chỗ ngồi của hai chương trình lúc sau (lúc bớt 40 chỗ ngồi)” là đại lượng không đổi.

Nếu bớt đi 40 chỗ ngồi mà muốn số chỗ ngồi trẻ em vẫn chiếm 57,5% tổng số chỗ ngồi hai chương trình thì số chỗ ngồi cho trẻ em phải giảm đi là:

$$40 \times 57,5 : 100 = 23 \text{ (chỗ ngồi).}$$

Ta có so sánh:

Nếu bớt đi 23 chỗ ngồi trẻ em thì số chỗ ngồi trẻ em chiếm 57,5% tổng số chỗ ngồi hai chương trình lúc sau.

Nếu bớt đi 28 chỗ ngồi trẻ em thì số chỗ ngồi trẻ em chiếm 57% tổng số chỗ ngồi hai chương trình lúc sau.

$28 - 23 = 5$ (chỗ ngồi) tương ứng với:

$$57,5\% - 57\% = 0,5\% \text{ (tổng số chỗ ngồi hai chương trình lúc sau).}$$

Tổng số chỗ ngồi hai chương trình lúc sau là:

$$5 : 0,5 \times 100 = 1000 \text{ (chỗ ngồi).}$$

Tổng số chỗ ngồi hai chương trình khi chưa bớt đi 40 hay 2 lần tổng số chỗ ngồi của nhà hát là:

$$1000 + 40 = 1040 \text{ (chỗ ngồi).}$$

Nhà hát có số chỗ ngồi là: $1040 : 2 = 520$ (chỗ ngồi).

Trả lời: 520 chỗ ngồi.

CLB MATHEXPRESS