MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ THI

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

Năm học: 2019 - 2020
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4,0 điểm). Cho các đa thức sau:

$$P(x) = -2x + \frac{1}{2}x^2 + 3x^4 - 3x^2 - 3$$

$$Q(x) = 3x^4 + x^3 - 4x^2 + 1,5x^3 - 3x^4 + 2x + 1$$

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo thứ tự số mũ của biến giảm dần. Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của các đa thức đã cho.

b) Xác định $P(x)+Q(x)$, $P(x)-Q(x)$.

c) Xác định đa thức $R(x)$ thỏa mãn $R(x)+P(x)-Q(x)+x^2 = 2x^3 - \frac{3}{2}x + 1$.

Bài 2 (2,5 điểm).

Cho đa thức $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 2$

a) Cho $a = -\frac{1}{2}$ và $b = 4$. Chứng minh rằng $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm của đa thức.

b) Biết đa thức đã cho nhận $x = 1$ và $x = -2$ là nghiệm. Tìm giá trị của a và b ?

c) Với đa thức tìm được ở câu b, hãy tìm giá trị của x thỏa mãn $f(x) = x + 2$

Bài 3 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Trên tia đối của các tia BD và CE lần lượt lấy các điểm I và K sao cho $BI = AC$, $CK = AB$.

a) Chứng minh rằng: $\Delta ABI = \Delta KCA$.

b) Chứng minh rằng: ΔAIK là tam giác vuông cân.

c) Qua các điểm I và K, ta kẻ các đường thẳng song song với BC, cắt đường thẳng AH lần lượt tại các điểm P và Q. Chứng minh rằng: $IP = AQ$.

Bài 4 (0,5 điểm). Viết số 2020 thành tổng của các số tự nhiên liên tiếp. Hỏi có thể viết được bao nhiêu cách?

------------------------------ HẾT ------------------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học: 2020 - 2021
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4,0 điểm). Cho hai đa thức $f(x) = -2x^4 - 3x^3 + 4x^4 - x^2 + 5x + 3x^2 + 5x^3 + 6$ và $g(x) = x^4 - x^3 + x^2 - 5x - x^3 - 2x^2 + 3$.

a) Thu gọn và sắp xếp đa thức $f(x)$ và $g(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến; cho biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của mỗi đa thức.

b) Tìm các đa thức $h(x)$ và $k(x)$, biết $h(x) = f(x) + g(x); k(x) = f(x) - 2g(x) - 4x^2$.

c) Tính giá trị của đa thức $f(x)$ khi x là số nguyên, thỏa mãn $k(x) = 0$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức $h(x)$.

Bài 2 (2,0 điểm).

a) (Hệ Song bằng không phải làm):

Tìm tất cả các giá trị nguyên của biến x để biểu thức sau nhận giá trị nguyên

$$M = \frac{9x+5}{3x-1}.$$

b) Cho các đa thức

$$A(x) = 12x^3 + 2ax + a^2$$

$$B(x) = 2x^2 - |2a+3|x + a^2.$$

Tìm a biết $A(1) = B(-2)$.

Bài 3 (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại $A, AC > AB$. Trung trực của AB cắt BC tại I.

a) Chứng minh rằng AIB và AIC là các tam giác cân.

b) Từ I kẻ đường thẳng d vuông góc với BC, cắt tia BA và AC tại M và N; tia BN cắt CM tại E. Chứng minh rằng $EB \perp MC$.

c) Chứng minh rằng các đường thẳng EA và BC song song với nhau.

d) (Hệ Song bằng không phải làm):

Tìm điều kiện của tam giác ABC để N là trọng tâm của tam giác AIE.

Bài 4 (0,5 điểm). Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn

$$\frac{9}{xy} - \frac{1}{y} = 2 + \frac{3}{x}.$$

------------------------------ HẾT ------------------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học: 2021 - 2022
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (5,0 điểm). Cho hai đa thức sau:

$$f(x)=4x-2x^2+x^3+3x^4+x^2+x-1$$
$$g(x)=2x^4-2x+2+5x^2+5x-3x^4+1$$

a) Hãy thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo thứ tự giảm dần của lũy thừa. Cho biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của mỗi đa thức.

b) Tìm các đa thức $h(x)$ và $k(x)$, biết $h(x)=f(x)+g(x)$ và $k(x)=f(x)-g(x)$.

c) Tìm đa thức $\ell(x)$ biết $\ell(x)+f(x)=g(x)-3x^2+x-2$.

Bài 2 (2,0 điểm).

1. Hãy thu gọn đơn thức sau và cho biết bậc của đơn thức:

$$M=(-2)\cdot x^4\cdot y^2\cdot z\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(x\cdot z^3\right)^2.$$

2. Chứng tỏ rằng $x=1$ là nghiệm của đa thức $f(x)=3x^2-2x-1$.

Tìm một nghiệm khác nữa của $f(x)$.

Bài 3 (2,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I (D thuộc cạnh AC, E thuộc cạnh AB). Lấy các điểm M và N sao cho BC là trung trực của đoạn thẳng IM và AC là trung trực của đoạn thẳng IN.

a) (I điểm) Tính số đo của góc BIC.

b) (I điểm) Chứng minh rằng các tam giác IDC và NDC bằng nhau.

c) (0,5 điểm) Chứng minh rằng ba điểm D, M, N thẳng hàng.

Bài 4 (0,5 điểm). Cho đa thức $f(x)=ax+b$. Biết $|f(1)|\le 1, |f(-1)|\le 1$.

Chứng minh rằng $|f(2)|\le 2$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

Năm học: 2022 - 2023
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (2,5 điểm). Cho hai đa thức $A(x)=2x^2(x-3)-5(x^2-2x-5)$ và $B(x)=x^3-3x(x^2-2x-5)$.

a) Thu gọn, sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến. Tìm bậc của A, hệ số tự do của A, hệ số cao nhất của A.

b) Tìm đa thức $C(x)$ sao cho $A(x)-C(x)=B(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $P(x)$ biết rằng $P(x)=B(x)+2x^3$.

Bài 2 (2,5 điểm). a) Tìm đa thức $A(x)$ biết rằng $(3x^3-11x+8):A(x)=x-1$.

b) Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn $(2x-3)(3x-1)-(3x+1)(2x-3)=5$.

c) Một tổ có 7 nam và 5 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tìm xác suất sao cho 2 người đó đều là nữ?

Bài 3 (1,5 điểm). Hưởng ứng phong trào quyên góp sách cho ngày hội đọc sách, học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C của trường THPT Chuyên Hà Nội – Amsterdam tham gia ủng hộ sách. Biết rằng số sách ủng hộ của ba lớp lần lượt tỉ lệ nghịch với các số 3, 5, 6 và tổng số sách ủng hộ của ba lớp là 1260 cuốn sách, báo tạp chí. Hỏi mỗi lớp ủng hộ được bao nhiêu cuốn?

Bài 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn. Kẻ hai đường cao BM và CN $(M\in CA,\ N\in AB)$. Trên tia đối của các tia BM và CN lần lượt lấy các điểm P và Q sao cho $BP=AC$ và $CQ=AB$.

a) Chứng minh rằng $\widehat{ABM}=\widehat{ACN}$.

b) Chứng minh rằng các tam giác ABP và QCA bằng nhau.

c) Tính số đo các góc của tam giác APQ.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số thực $x,\ y,\ z$ khác 0, đôi một phân biệt và thỏa mãn $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=0$.

Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{yz}{x^2+2yz}+\dfrac{zx}{y^2+2zx}+\dfrac{xy}{z^2+2xy}$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

Năm học: 2019 - 2020
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4,0 điểm). Cho các đa thức sau:

$$P(x) = -2x + \frac{1}{2}x^2 + 3x^4 - 3x^2 - 3$$

$$Q(x) = 3x^4 + x^3 - 4x^2 + 1,5x^3 - 3x^4 + 2x + 1$$

a) Thu gọn và sắp xếp các đa thức trên theo thứ tự số mũ của biến giảm dần. Xác định bậc, hệ số cao nhất và hệ số tự do của các đa thức đã cho.

b) Xác định $P(x)+Q(x)$, $P(x)-Q(x)$.

c) Xác định đa thức $R(x)$ thỏa mãn $R(x)+P(x)-Q(x)+x^2 = 2x^3 - \frac{3}{2}x + 1$.

Lời giải

a) $P(x) = -2x + \frac{1}{2}x^2 + 3x^4 - 3x^2 - 3$

$= 3x^4 + \left(\frac{1}{2}x^2 - 3x^2\right) - 2x - 3$

$= 3x^4 - \frac{5}{2}x^2 - 2x - 3$

Bậc: 4
Hệ số cao nhất: 3
Hệ số tự do: -3

$Q(x) = 3x^4 + x^3 - 4x^2 + 1,5x^3 - 3x^4 + 2x + 1$

$= \left(3x^4 - 3x^4\right) + \left(x^3 + 1,5x^3\right) - 4x^2 + 2x + 1$

$= \frac{5}{2}x^3 - 4x^2 + 2x + 1$

Bậc: 3
Hệ số cao nhất: $\frac{5}{2}$
Hệ số tự do: 1

b) $P(x)+Q(x) = \left(3x^4 - \frac{5}{2}x^2 - 2x - 3\right) + \left(\frac{5}{2}x^3 - 4x^2 + 2x + 1\right)$

$= 3x^4 + \frac{5}{2}x^3 + \left(-\frac{5}{2}x^2 - 4x^2\right) + (-2x + 2x) + (-3 + 1)$

$= 3x^4 + \frac{5}{2}x^3 - \frac{13}{2}x^2 - 2$

$P(x)-Q(x) = \left(3x^4 - \frac{5}{2}x^2 - 2x - 3\right) - \left(\frac{5}{2}x^3 - 4x^2 + 2x + 1\right)$

$= 3x^4 - \frac{5}{2}x^3 + \left(-\frac{5}{2}x^2 + 4x^2\right) + (-2x - 2x) + (-3 - 1)$

$= 3x^4 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x - 4$

c) $R(x)+P(x)-Q(x)+x^2 = 2x^3 - \frac{3}{2}x + 1$

$R(x)+P(x)-Q(x)+x^2=2x^3-\frac{3}{2}x+1$

$R(x)=2x^3-\frac{3}{2}x+1-x^2-(P(x)-Q(x))$

$R(x)=2x^3-\frac{3}{2}x+1-x^2-\left(3x^4-\frac{5}{2}x^3+\frac{3}{2}x^2-4x-4\right)$

$R(x)=-3x^4+\left(2x^3+\frac{5}{2}x^3\right)+\left(-x^2-\frac{3}{2}x^2\right)+\left(-\frac{3}{2}x+4x\right)+(1+4)$

$R(x)=-3x^4+\frac{9}{2}x^3-\frac{5}{2}x^2+\frac{5}{2}x+5$

Bài 2 (2,5 điểm).

Cho đa thức $f(x)=x^3+ax^2-bx+2$

a) Cho $a=-\frac{1}{2}$ và $b=4$. Chứng minh rằng $x=\frac{1}{2}$ là nghiệm của đa thức.

b) Biết đa thức đã cho nhận $x=1$ và $x=-2$ là nghiệm. Tìm giá trị của a và b ?

c) Với đa thức tìm được ở câu b, hãy tìm giá trị của x thỏa mãn $f(x)=x+2$

Lời giải

a) Thay $a=-\frac{1}{2}$ và $b=4$ vào đa thức $f(x)$ ta có $f(x)=x^3-\frac{1}{2}x^2-4x+2$

Ta có $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3-\frac{1}{2}.\left(\frac{1}{2}\right)^2-4.\frac{1}{2}+2=\frac{1}{8}-\frac{1}{8}-2+2=0$

Vậy $x=\frac{1}{2}$ là nghiệm của đa thức $f(x)$

b) Vì $x=1$ là nghiệm của $f(x)$ nên ta có

$f(1)=0\Rightarrow 1^3+a.1^2-b.1+2=0\Rightarrow a-b+3=0\Rightarrow b=a+3$ (1)

Vì $x=-2$ là nghiệm của $f(x)$ nên ta có

$f(-2)=0\Rightarrow(-2)^3+a(-2)^2-b(-2)+2=0\Rightarrow 4a+2b-6=0$ (2)

Thay (1) vào (2) ta có $4a+2(a+3)-6=0\Rightarrow 6a=0\Rightarrow a=0$

$\Rightarrow b=0+3=3$

Vậy $a=0;\ b=3$

c) Với $a=0;\ b=3$ ta có $f(x)=x^3-3x+2$

Để $f(x)=x+2\Rightarrow x^3-3x+2=x+2\Rightarrow x^3-4x=0\Rightarrow x(x^2-4)=0$

TH1: $x=0$

TH2: $x^2-4=0\Rightarrow x^2=4\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-2\end{array}\right.$

Vậy $x\in\{0;2;-2\}$

Bài 3 (3,0 điểm).

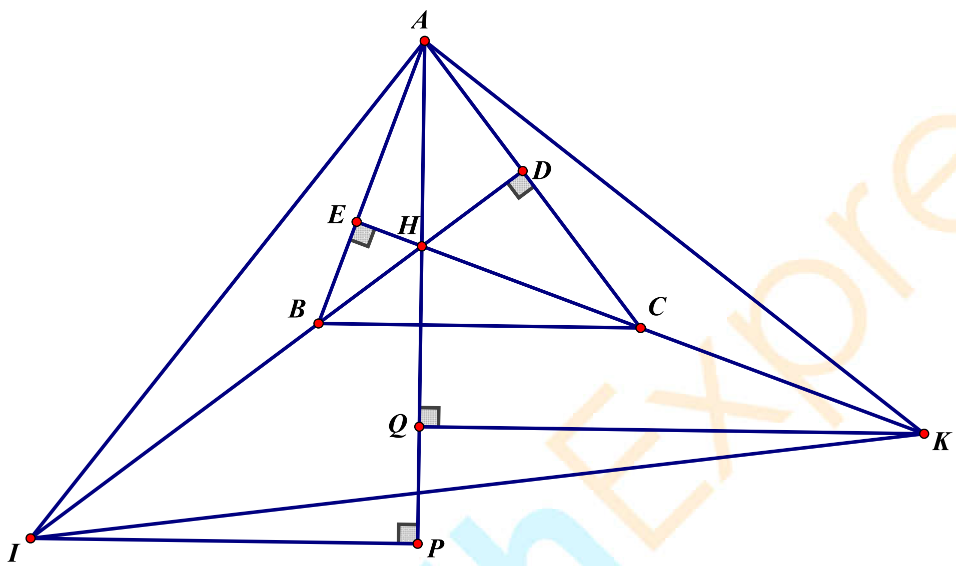
Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Trên tia đối của các tia BD và CE lần lượt lấy các điểm I và K sao cho BI = AC, CK = AB.

a) Chứng minh rằng: $\Delta ABI = \Delta KCA$.

b) Chứng minh rằng: ΔAIK là tam giác vuông cân.

c) Qua các điểm I và K, ta kẻ các đường thẳng song song với BC, cắt đường thẳng AH lần lượt tại các điểm P và Q. Chứng minh rằng: IP = AQ.

Lời giải



a) Ta có $\begin{cases} \widehat{ABD}+\widehat{BAD}=90^\circ \\ \widehat{ACE}+\widehat{EAC}=90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{ABD}=\widehat{ACE}$ (cùng phụ với $\widehat{BAC}$)

$\Rightarrow 180^\circ-\widehat{ABD}=180^\circ-\widehat{ACE} \Rightarrow \widehat{ABI}=\widehat{ACK}$

Xét ΔABI và ΔKCA có

$BI = AC\ (gt)$; $\widehat{ABI}=\widehat{KCA}\ (cmt)$; $AB = CK\ (gt)$

$\Rightarrow \Delta ABI = \Delta KCA\ (c.g.c)$

b) Ta có $\Delta ABI = \Delta KCA$ (cmt) $\Rightarrow AI = AK$ (hai cạnh tương ứng) (1)

và $\widehat{BAI}=\widehat{CKA}$ (hai góc tương ứng)

Lại có $\widehat{CKA}+\widehat{EAK}=90^\circ \Rightarrow \widehat{BAI}+\widehat{EAK}=90^\circ \Rightarrow \widehat{IAK}=90^\circ$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta AIK$ vuông cân tại A

c) Xét ΔABC có

$\left.\begin{array}{l} BD\perp AC \\ CE\perp AB \\ BD\cap CE=\{H\} \end{array}\right\} \Rightarrow H$ là trực tâm ΔABC

$\Rightarrow AH\perp BC$. Mà ta lại có $IP // BC$; $KQ // BC$

$\Rightarrow AH\perp IP$; $AH\perp KQ$

Ta có $\begin{cases} \widehat{IAP}+\widehat{KAQ}=90^\circ \\ \widehat{IAP}+\widehat{AIP}=90^\circ \end{cases} \Rightarrow \widehat{AIP}=\widehat{KAQ}$

Xét ΔAIP vuông tại P và ΔKAQ vuông tại Q có

$AI=KA$ (cmt) và $\widehat{AIP}=\widehat{KAQ}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta AIP=\Delta KAQ$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow IP=AQ$ (hai cạnh tương ứng)

Bài 4 (0,5 điểm). Viết số 2020 thành tổng của các số tự nhiên liên tiếp. Hỏi có thể viết được bao nhiêu cách?

Lời giải

Giả sử $2020=k+k+1+k+2+...+k+n$ (với k và n là các số tự nhiên)

Theo công thức tính tổng dãy số cách đều ta có

$$2020=\frac{(2k+n)(n+1)}{2}\Rightarrow (2k+n)(n+1)=4040$$

$\Rightarrow 2k+n$ và $n+1\in Ư(4040)=\{1;2;4;5;8;10;20;40;101;202;404;505;808;1010;2020;4040\}$

Nhận xét: $2k+n>n+1$. Ta có bảng sau

$n+1$	1	2	4	5	8	10	20	40
$2k+n$	4040	2020	1010	808	505	404	202	101
n	0	1	3	4	7	9	19	39
k	2020	$\frac{2019}{2}$	$\frac{1007}{2}$	402	249	$\frac{395}{2}$	$\frac{183}{2}$	31
	Loại	Loại	Loại	T/m	T/m	Loại	Loại	T/m

Vậy có 3 cách để viết 2020 thành tổng của các số tự nhiên liên tiếp.

------------------------------ HẾT ------------------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC
ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học: 2020 - 2021
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (4,0 điểm). Cho hai đa thức $f\left(x\right)=-2x^4-3x^3+4x^4-x^2+5x+3x^2+5x^3+6$ và $g\left(x\right)=x^4-x^3+x^2-5x-x^3-2x^2+3$.

a) Thu gọn và sắp xếp đa thức $f\left(x\right)$ và $g\left(x\right)$ theo lũy thừa giảm dần của biến; cho biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của mỗi đa thức.

b) Tìm các đa thức $h\left(x\right)$ và $k\left(x\right)$, biết $h\left(x\right)=f\left(x\right)+g\left(x\right)$; $k\left(x\right)=f\left(x\right)-2g\left(x\right)-4x^2$.

c) Tính giá trị của đa thức $f\left(x\right)$ khi x là số nguyên, thỏa mãn $k\left(x\right)=0$.

d) Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức $h\left(x\right)$.

Lời giải

a) $f\left(x\right)=-2x^4-3x^3+4x^4-x^2+5x+3x^2+5x^3+6$

$=\left(-2x^4+4x^4\right)+\left(-3x^3+5x^3\right)+\left(-x^2+3x^2\right)+5x+6$

$=2x^4+2x^3+2x^2+5x+6$

Bậc: 4

Hệ số cao nhất: 2

Hệ số tự do: 6

$g\left(x\right)=x^4-x^3+x^2-5x-x^3-2x^2+3$

$=x^4+\left(-x^3-x^3\right)+\left(x^2-2x^2\right)-5x+3$

$=x^4-2x^3-x^2-5x+3$

Bậc: 4

Hệ số cao nhất: 1

Hệ số tự do: 3

b) $h\left(x\right)=f\left(x\right)+g\left(x\right)$

$=\left(2x^4+2x^3+2x^2+5x+6\right)+\left(x^4-2x^3-x^2-5x+3\right)$

$=\left(2x^4+x^4\right)+\left(2x^3-2x^3\right)+\left(2x^2-x^2\right)+\left(5x-5x\right)+\left(6+3\right)$

$=3x^4+x^2+9$

$k\left(x\right)=f\left(x\right)-2g\left(x\right)-4x^2$

$=\left(2x^4+2x^3+2x^2+5x+6\right)-2\left(x^4-2x^3-x^2-5x+3\right)-4x^2$

$=2x^4+2x^3+2x^2+5x+6-2x^4+4x^3+2x^2+10x-6-4x^2$

$=\left(2x^4-2x^4\right)+\left(2x^3+4x^3\right)+\left(2x^2+2x^2-4x^2\right)+\left(5x+10x\right)+\left(6-6\right)$

$=6x^3+15x$

c) Ta có $k\left(x\right)=0\Rightarrow 6x^3+15x=0\Rightarrow 3x\left(2x^2+5\right)=0\Rightarrow x=0$ (thoả mãn) (Vì $2x^2+5>0$)

Thay $x=0$ vào đa thức $f\left(x\right)$ ta có: $f\left(0\right)=2.0^4+2.0^3+2.0^2+5.0+6=6$

Vậy $f\left(x\right)=6$ khi $x=0$

d) $h(x)=3x^4+x^2+9$

Ta có $x^4\ge 0\,\forall x \Rightarrow 3x^4\ge 0$

$x^2\ge 0\,\forall x$

$\Rightarrow 3x^4+x^2\ge 0\,\forall x$

$\Rightarrow h(x)=3x^4+x^2+9\ge 9\,\forall x$

Dấu "=" xảy ra khi $x=0$

Vậy GTNN của $h(x)=9$ khi $x=0$

Bài 2 (2,0 điểm).

a) (Hệ Song bằng không phải làm):

Tìm tất cả các giá trị nguyên của biến x để biểu thức sau nhận giá trị nguyên

$$M=\frac{9x+5}{3x-1}.$$

b) Cho các đa thức

$$A(x)=12x^3+2ax+a^2$$

$$B(x)=2x^2-|2a+3|x+a^2.$$

Tìm a biết $A(1)=B(-2)$.

Lời giải

a) $M=\dfrac{9x+5}{3x-1}=\dfrac{3(3x-1)+8}{3x-1}=3+\dfrac{8}{3x-1}$

Để M nguyên thì $\dfrac{8}{3x-1}$ nguyên $\Rightarrow 3x-1\in Ư(8)=\{\pm1;\pm2;\pm4;\pm8\}$

Ta có bảng sau

$3x-1$	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
x	$-\frac{7}{3}$	-1	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{5}{3}$	3
	Loại	Chọn	Loại	Chọn	Loại	Chọn	Loại	Chọn

Vậy với $x\in\{-1;0;1;3\}$ thì M nhận giá trị nguyên.

b) $A(1)=12.1^3+2a.1+a^2=a^2+2a+12$

$B(-2)=2.(-2)^2-|2a+3|(-2)+a^2=a^2+2|2a+3|+8$

Ta có $A(1)=B(-2)\Rightarrow a^2+2a+12=a^2+2|2a+3|+8$

$\Rightarrow 2|2a+3|=2a+4\Rightarrow |2a+3|=a+2$

TH1: $a\ge -\dfrac{3}{2}$

$2a+3=a+2\Rightarrow a=-1$ (thoả mãn)

TH2: $a<-\frac{3}{2}$

$-2a-3=a+2\Rightarrow 3a=-5\Rightarrow a=-\frac{5}{3}$ (thoả mãn)

Vậy $a\in\left\{-1;-\frac{5}{3}\right\}$

Bài 3 (3,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại $A, AC>AB$. Trung trực của AB cắt BC tại I.

a) Chứng minh rằng AIB và AIC là các tam giác cân.

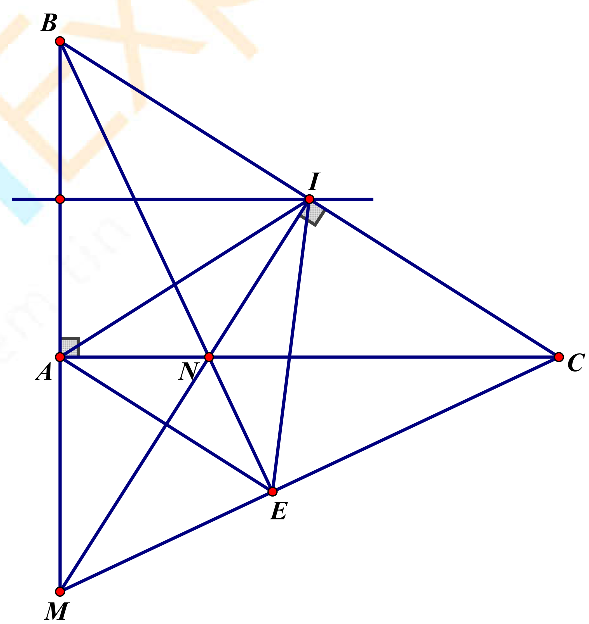
b) Từ I kẻ đường thẳng d vuông góc với BC, cắt tia BA và AC tại M và N; tia BN cắt CM tại E. Chứng minh rằng $EB\perp MC$.

c) Chứng minh rằng các đường thẳng EA và BC song song với nhau.

d) (Hệ Song bằng không phải làm):

Tìm điều kiện của tam giác ABC để N là trọng tâm của tam giác AIE.

Lời giải



a) Vì I nằm trên đường trung trực của AB

$\Rightarrow IA=IB\Rightarrow \Delta AIB$ cân tại I

$\Rightarrow \widehat{IBA}=\widehat{IAB}$. Mà $\widehat{IBA}+\widehat{ICA}=90^\circ$ và

$\widehat{IAB}+\widehat{IAC}=90^\circ$

$\Rightarrow \widehat{IAC}=\widehat{ICA}\Rightarrow \Delta IAC$ cân tại I

b) Xét ΔMBC có

$$\left.\begin{array}{l} CA\perp MB \\ MI\perp BC \\ CA\cap NI=\{N\}\end{array}\right\}\Rightarrow N \text{ là trực tâm } \Delta MBC$$

$\Rightarrow BN\perp MC$ hay $EB\perp MC$

c) Ta có $MI\perp BC$ tại I

mà I là trung điểm BC $(IA=IB=IC)$

$\Rightarrow \Delta MBC$ là tam giác cân tại M

$\Rightarrow MI$ là phân giác $\widehat{BMC}\Rightarrow \widehat{BMI}=\widehat{CMI}$

Xét ΔAMN và ΔEMN có

$\widehat{MAN}=\widehat{MEN}=90^\circ$; MN chung ; $\widehat{AMN}=\widehat{EMN}$ (cmt)

$\Rightarrow \Delta AMN=\Delta EMN$ (cạnh huyền – góc nhọn)

$\Rightarrow MA=ME$ (hai cạnh tương ứng)

$\Rightarrow \Delta MAE$ cân tại M

$\Rightarrow MN$ là đường trung trực của AE

$\Rightarrow MN\perp AE$. Mà $MI\perp BC$

$\Rightarrow AE\,//\,BC$ (Từ vuông góc đến song song)

d) Vì $\widehat{IAC}=\widehat{ICA}$ (ΔICA cân tại I) và $\widehat{ICA}=\widehat{EAC}$ (do $AE\,//\,BC$)

$\Rightarrow \widehat{IAC} = \widehat{EAC} \Rightarrow AN$ là phân giác $\widehat{IAE}$

Chứng minh tương tự EN là phân giác $\widehat{AEI}$

Vậy N là giao điểm của ba đường phân giác

Để N là trọng tâm thì ΔIAE đều

$\Rightarrow \widehat{IAN} = \widehat{EAN} = 30°$

$\Rightarrow \widehat{IAB} = \widehat{IBA} = 90° - 30° = 60°$

Vậy để N là trọng tâm ΔIAE thì ΔABC có $\widehat{ABC} = 60°$

Bài 4 (0,5 điểm). Tìm tất cả các số nguyên dương x, y thỏa mãn

$$\frac{9}{xy} - \frac{1}{y} = 2 + \frac{3}{x}.$$

Lời giải

$\frac{9}{xy} - \frac{1}{y} = 2 + \frac{3}{x} \Rightarrow 2xy + 3y + x = 9 \Rightarrow y(2x+3) + x = 9 \Rightarrow 2y(2x+3) + 2x + 3 = 21 \Rightarrow (2x+3)(2y+1) = 21$

Vì x, y là các số nguyên dương nên $2x+3;\ 2y+1 \in Ư(21) = \{1;3;7;21\}$

Ta có bảng sau

$2x+3$	1	3	7	21
$2y+1$	21	7	3	1
x	-1	0	2	9
y	10	3	1	0
	Loại	Loại	Thoả mãn	Loại

Vậy $(x;y) = (2;1)$

------------------------------- HẾT -------------------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II
Năm học: 2021 - 2022
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (5,0 điểm). Cho hai đa thức sau:

$$f\left(x\right)=4x-2x^2+x^3+3x^4+x^2+x-1$$
$$g\left(x\right)=2x^4-2x+2+5x^2+5x-3x^4+1$$

a) Hãy thu gọn và sắp xếp hai đa thức trên theo thứ tự giảm dần của lũy thừa. Cho biết bậc, hệ số cao nhất, hệ số tự do của mỗi đa thức.

b) Tìm các đa thức $h\left(x\right)$ và $k\left(x\right)$, biết $h\left(x\right)=f\left(x\right)+g\left(x\right)$ và $k\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$.

c) Tìm đa thức $\ell\left(x\right)$ biết $\ell\left(x\right)+f\left(x\right)=g\left(x\right)-3x^2+x-2$.

Lời giải

$a)$ $f\left(x\right)=4x-2x^2+x^3+3x^4+x^2+x-1$

$=3x^4+x^3+\left(-2x^2+x^2\right)+\left(4x+x\right)-1$

$=3x^4+x^3-x^2+5x-1$

Bậc: 4

Hệ số cao nhất: 3

Hệ số tự do: -1

$g\left(x\right)=2x^4-2x+2+5x^2+5x-3x^4+1$

$=\left(2x^4-3x^4\right)+5x^2+\left(-2x+5x\right)+\left(2+1\right)$

$=-x^4+5x^2+3x+3$

Bậc: 4

Hệ số cao nhất: -1

Hệ số tự do: 3

$b)$ $h\left(x\right)=f\left(x\right)+g\left(x\right)$

$=\left(3x^4+x^3-x^2+5x-1\right)+\left(-x^4+5x^2+3x+3\right)$

$=\left(3x^4-x^4\right)+x^3+\left(-x^2+5x^2\right)+\left(5x+3x\right)+\left(-1+3\right)$

$=2x^4+x^3+4x^2+8x+2$

$k\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$

$=\left(3x^4+x^3-x^2+5x-1\right)-\left(-x^4+5x^2+3x+3\right)$

$=\left(3x^4+x^4\right)+x^3+\left(-x^2-5x^2\right)+\left(5x-3x\right)+\left(-1-3\right)$

$=4x^4+x^3-6x^2+2x-4$

$c)$ $\ell\left(x\right)+f\left(x\right)=g\left(x\right)-3x^2+x-2$

$\ell\left(x\right)=g\left(x\right)-3x^2+x-2-f\left(x\right)$

$\ell\left(x\right)=\left(-x^4+5x^2+3x+3\right)-3x^2+x-2-\left(3x^4+x^3-x^2+5x-1\right)$

$\ell\left(x\right)=\left(-x^4-3x^4\right)-x^3+\left(5x^2-3x^2+x^2\right)+\left(3x+x-5x\right)+\left(3-2+1\right)$

$\ell\left(x\right)=-4x^4-x^3+3x^2-x+2$

Bài 2 (2,0 điểm).

1. Hãy thu gọn đơn thức sau và cho biết bậc của đơn thức:

$$M=(-2)\cdot x^4\cdot y^2\cdot z\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(x\cdot z^3\right)^2.$$

2. Chứng tỏ rằng $x=1$ là nghiệm của đa thức $f(x)=3x^2-2x-1$.

Tìm một nghiệm khác nữa của $f(x)$.

Lời giải

1. $M=(-2)\cdot x^4\cdot y^2\cdot z\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot\left(x\cdot z^3\right)^2$

$=(-2)\cdot x^4\cdot y^2\cdot z\cdot\left(-\frac{3}{5}\right)\cdot x^2.z^6$

$=\frac{6}{5}.\left(x^4.x^2\right).y^2.\left(z.z^6\right)$

$=\frac{6}{5}.x^6.y^2.z^7$

Bậc của đơn thức M là $6+2+7=15$.

2. Ta có $f(1)=3.1^2-2.1-1=3-2-1=0$

Vậy $x=1$ là nghiệm của đa thức $f(x)$

Ta đặt phép chia $3x^2-2x-1$ cho $x-1$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2-2x-1 & x-1 \\ \cline{2-2} \underline{3x^2-3x} & 3x+1 \\ x-1 & \\ \underline{x-1} & \\ 0 & \end{array}$$

$\Rightarrow f(x)=(x-1)(3x+1)$

Để $f(x)=0\Rightarrow(x-1)(3x+1)=0$

TH1: $x-1=0\Rightarrow x=1$

TH2: $3x+1=0\Rightarrow x=-\frac{1}{3}$

Vậy nghiệm còn lại của $f(x)$ là $-\frac{1}{3}$

Bài 3 (2,5 điểm).

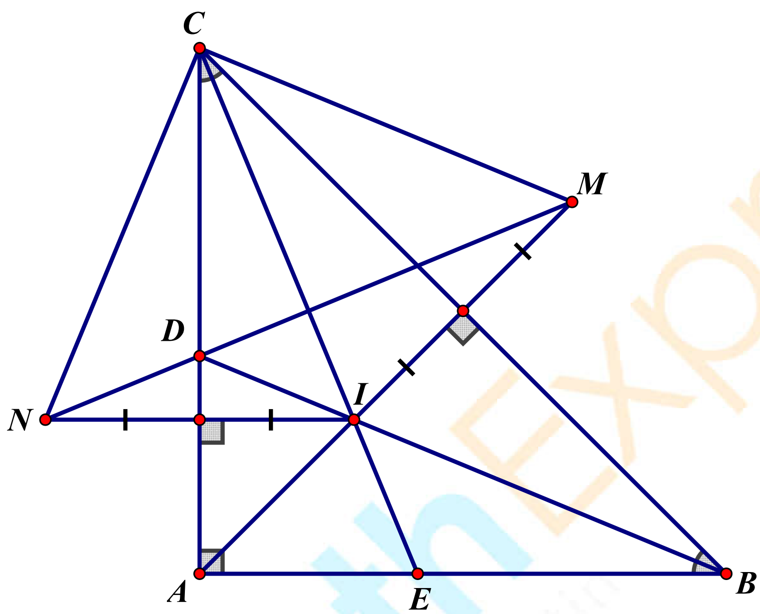
Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các đường phân giác BD và CE cắt nhau tại I (D thuộc cạnh AC, E thuộc cạnh AB). Lấy các điểm M và N sao cho BC là trung trực của đoạn thẳng IM và AC là trung trực của đoạn thẳng IN.

a) (1 điểm) Tính số đo của góc BIC.

b) (1 điểm) Chứng minh rằng các tam giác IDC và NDC bằng nhau.

c) (0,5 điểm) Chứng minh rằng ba điểm D, M, N thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có ΔABC vuông cân tại $A \Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 45°$

Vì BE là phân giác $\widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{IBC} = \widehat{IBA} = \dfrac{\widehat{ABC}}{2} = 22,5°$

Tương tự $\widehat{ICB} = \widehat{ICA} = 22,5°$

Xét ΔIBC có :

$\widehat{IBC} + \widehat{ICB} + \widehat{BIC} = 180°$ (định lý tổng ba góc trong tam giác)

$\Rightarrow \widehat{BIC} = 180° - 22,5° - 22,5° = 135°$

Vậy $\widehat{BIC} = 135°$

b) Vì AC là đường trung trực của IN

Lại có $C \in AC$; $D \in AC$

$\Rightarrow CN = CI$ và $DN = DI$

Xét ΔIDC và ΔNDC có

$CI = CN$; $DN = DI$; CD chung

$\Rightarrow \Delta IDC = \Delta NDC$ (cạnh – cạnh – cạnh)

c) Ta có $\Delta IDC = \Delta NDC \Rightarrow \widehat{DNC} = \widehat{DIC} = 180° - \widehat{BIC} = 45°$

Mặt khác $CN = CM\,(= CI)$

Và $\widehat{MCN} = \widehat{MCI} + \widehat{ICN} = 2\widehat{BCI} + 2\widehat{ICA} = 90^\circ$

$\Rightarrow \Delta CMN$ vuông cân tại C

$\Rightarrow \widehat{CMN} = \widehat{CNM} = 45^\circ$. Mà $\widehat{DNC} = 45^\circ\ (cmt)$

Vậy D, M, N thẳng hàng.

Bài 4 (0,5 điểm). Cho đa thức $f(x) = ax + b$. Biết $|f(1)| \le 1$, $|f(-1)| \le 1$.

Chứng minh rằng $|f(2)| \le 2$.

Lời giải

Ta có $f(1) = a + b$; $f(-1) = -a + b$

$\Rightarrow 2a = f(1) - f(-1)$; $2b = f(1) + f(-1)$

Thay vào $f(x)$ ta được $f(x) = \dfrac{f(1) - f(-1)}{2}x + \dfrac{f(1) + f(-1)}{2}$

$$\Rightarrow f(x) = f(1).\frac{x+1}{2} + f(-1).\frac{1-x}{2}$$

Khi đó ta có

$$|f(x)| \le \left|f(1).\frac{x+1}{2}\right| + \left|f(-1).\frac{1-x}{2}\right|$$

$$= |f(1)|.\left|\frac{x+1}{2}\right| + |f(-1)|.\left|\frac{1-x}{2}\right|$$

$$\le \left|\frac{x+1}{2}\right| + \left|\frac{1-x}{2}\right|$$

Suy ra $|f(2)| \le \left|\dfrac{2+1}{2}\right| + \left|\dfrac{1-2}{2}\right| = \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2} = 2$

Dấu "=" xảy ra khi $-1 \le x \le 1$

Vậy $|f(2)| \le 2$

------------------------------ HẾT ------------------------------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN
HÀ NỘI – AMSTERDAM
TỔ TOÁN – TIN HỌC

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KỲ II

Năm học: 2022 - 2023
Môn: Toán lớp 7
Thời gian làm bài: 90 phút
(Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (2,5 điểm). Cho hai đa thức $A(x)=2x^2(x-3)-5(x^2-2x-5)$ và $B(x)=x^3-3x(x^2-2x-5)$.

a) Thu gọn, sắp xếp các đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến. Tìm bậc của A, hệ số tự do của A, hệ số cao nhất của A.

b) Tìm đa thức $C(x)$ sao cho $A(x)-C(x)=B(x)$.

c) Tìm nghiệm của đa thức $P(x)$ biết rằng $P(x)=B(x)+2x^3$.

Lời giải

a) Ta có:

$A(x)=2x^2(x-3)-5(x^2-2x-5)$

$A(x)=2x^3-6x^2-5x^2+10x+25$

$A(x)=2x^3-11x^2+10x+25$

Đa thức $A(x)$ có:

+ Bậc: 3
+ Hệ số tự do: 25
+ Hệ số cao nhất: 2

b) Ta có:

$B(x)=x^3-3x(x^2-2x-5)$

$B(x)=x^3-3x^3+6x^2+15x$

$B(x)=-2x^3+6x^2+15x$

Vì $A(x)-C(x)=B(x)\Rightarrow C(x)=A(x)-B(x)$

Do đó:

$C(x)=2x^3-11x^2+10x+25-(-2x^3+6x^2+15x)$

$C(x)=2x^3-11x^2+10x+25+2x^3-6x^2-15x$

$C(x)=(2x^3+2x^3)-(11x^2+6x^2)+(10x-15x)+25$

$C(x)=4x^3-17x^2-5x+25$

Vậy $C(x)=4x^3-17x^2-5x+25$.

c) Vì $P(x)=B(x)+2x^3$

$\Rightarrow P(x)=-2x^3+6x^2+15x+2x^3=6x^2+15x$

Xét $P(x)=0\Rightarrow 6x^2+15x=0$

$\Rightarrow 3x(2x+5)=0\Rightarrow x=0$ hoặc $2x+5=0$

$\Rightarrow x=0$ hoặc $x=\dfrac{-5}{2}$.

Vậy đa thức $P(x)$ có 2 nghiệm là $x=0$; $x=\dfrac{-5}{2}$

Bài 2 (2,5 điểm). a) Tìm đa thức $A(x)$ biết rằng $(3x^3-11x+8):A(x)=x-1$.

b) Tìm tất cả các số thực x thỏa mãn $(2x-3)(3x-1)-(3x+1)(2x-3)=5$.

c) Một tổ có 7 nam và 5 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tìm xác suất sao cho 2 người đó đều là nữ?

Lời giải

a) Vì $(3x^3-11x+8):A(x)=x-1$

$\Rightarrow A(x)=(3x^3-11x+8):(x-1)$

Ta thực hiện phép tính chia:

$$\begin{array}{rrrr|lll}
 & 3x^3 & & -11x & +8 & x & -1 \\ \cline{6-7}
- & 3x^3 & -3x^2 & & & 3x^2 & +3x & -8 \\ \cline{1-5}
 & & 3x^2 & -11x & +8 & & \\
- & & 3x^2 & -3x & & & \\ \cline{1-5}
 & & & -8x & +8 & & \\
- & & & -8x & +8 & & \\ \cline{1-5}
 & & & & 0 & &
\end{array}$$

Vậy $A(x)=3x^2+3x-8$.

b) $(2x-3)(3x-1)-(3x+1)(2x-3)=5$

$(2x-3)\left[(3x-1)-(3x+1)\right]=5$

$(2x-3)(3x-1-3x-1)=5$

$-2(2x-3)=5$

$2x-3=-\dfrac{5}{2}$

$2x=-\dfrac{5}{2}+3$

$2x=\dfrac{1}{2}$

$x=\dfrac{1}{4}$

Vậy $x=\dfrac{1}{4}$.

c) Ta có $7+5=12$ cách để chọn ra được người thứ nhất; trong đó có 5 cách để chọn ra người đó là nữ.
Sau khi chọn xong người thứ nhất, ta có 11 cách để chọn ra người thứ hai.
Nếu người thứ nhất đã là nữ, ta còn 4 cách để chọn ra người thứ hai cũng là nữ.
Từ phân tích trên, ta có:
Số cách chọn để chọn ra được hai người là $12.11:2=66$ (cách chọn).
Số cách chọn để chọn ra được hai người đều là nữ là $5.4:2=10$ (cách chọn).

Vậy xác suất để chọn ra hai người đều là nữ là $\dfrac{10}{66}=\dfrac{5}{33}$.

Bài 3 (1,5 điểm). Hưởng ứng phong trào quyên góp sách cho ngày hội đọc sách, học sinh ba lớp 7A, 7B, 7C của trường THPT Chuyên Hà Nội – Amsterdam tham gia ủng hộ sách. Biết rằng số sách ủng hộ của ba lớp lần lượt tỉ lệ nghịch với các số 3, 5, 6 và tổng số sách ủng hộ của ba lớp là 1260 cuốn sách, báo tạp chí. Hỏi mỗi lớp ủng hộ được bao nhiêu cuốn?

Lời giải

Gọi số sách mà mỗi lớp 7A, 7B, 7C ủng hộ lần lượt là a,b,c (Đơn vị: quyển; $a,b,c\in\mathbb{N}^*$)

Theo bài ra, tổng số sách ủng hộ của ba lớp là 1260 quyển nên: $a+b+c=1260$ (quyển).
Vì số sách ủng hộ của ba lớp 7A, 7B, 7C lần lượt tỉ lệ nghịch với các số 3, 5, 6 nên ta có:

$$3a=5b=6c\Rightarrow\frac{3a}{30}=\frac{5b}{30}=\frac{6c}{30}\Rightarrow\frac{a}{10}=\frac{b}{6}=\frac{c}{5}$$

Áp dụng tính chất dãy tỉ số bằng nhau: $\frac{a}{10}=\frac{b}{6}=\frac{c}{5}=\frac{a+b+c}{10+6+5}=\frac{1260}{21}=60$

$\Rightarrow a=60.10=600$ (quyển); $b=60.6=360$ (quyển); $c=60.5=300$ (quyển).
Vậy số sách mà mỗi lớp 7A, 7B, 7C ủng hộ được lần lượt là 600 quyển; 360 quyển; 300 quyển.

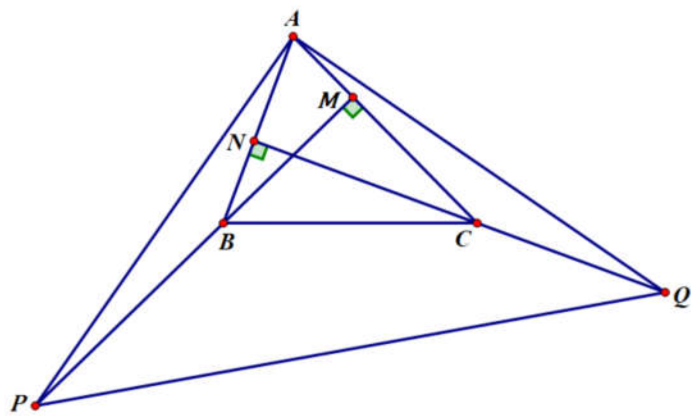
Bài 4 (3,0 điểm). Cho tam giác ABC nhọn. Kẻ hai đường cao BM và CN $(M\in CA,\ N\in AB)$. Trên tia đối của các tia BM và CN lần lượt lấy các điểm P và Q sao cho $BP=AC$ và $CQ=AB$.

a) Chứng minh rằng $\widehat{ABM}=\widehat{ACN}$.

b) Chứng minh rằng các tam giác ABP và QCA bằng nhau.

c) Tính số đo các góc của tam giác APQ.

Lời giải



a) Vì $BM\perp AC$; $CN\perp AB$ nên $\widehat{M}=90^\circ$; $\widehat{N}=90^\circ$.

Trong ΔABM vuông tại M (cmt) có: $\widehat{BAM}+\widehat{ABM}=90^\circ$ (hai góc phụ nhau)

$\Rightarrow \widehat{ABM}=90^\circ-\widehat{BAM}=90^\circ-\widehat{BAC}$. (1)

Trong ΔACN vuông tại N (cmt) có $\widehat{CAN}+\widehat{ACN}=90^\circ$ (hai góc phụ nhau)

$\Rightarrow \widehat{ACN}=90^\circ-\widehat{CAN}=90^\circ-\widehat{BAC}$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra được $\widehat{ABM}=\widehat{ACN}$.

b) Vì $\widehat{ABM}+\widehat{ABP}=180^\circ$ (hai góc kề bù); $\widehat{ACN}+\widehat{ACQ}=180^\circ$ (hai góc kề bù).

Mà $\widehat{ABM}=\widehat{ACN}$ (cmt) nên $\widehat{ABP}=\widehat{ACQ}$.

Xét ΔABP và ΔQCA có: $\begin{cases} AB=CQ\ (gt) \\ \widehat{ABP}=\widehat{ACQ}\ (cmt) \\ BP=CA\ (gt) \end{cases} \Rightarrow \Delta ABP=\Delta QCA\ (c.g.c)$.

Vậy hai tam giác ABP và QCA bằng nhau.

c) Vì $\Delta ABP=\Delta QCA\Rightarrow \widehat{PAB}=\widehat{AQC}$ (cặp góc tương ứng) và $AP=AQ$ (cặp cạnh tương ứng).

Trong ΔAPM vuông tại M có: $\widehat{PAM}+\widehat{APM}=90^\circ$ (hai góc phụ nhau)

$\Rightarrow \widehat{PAB}+\widehat{BAC}+\widehat{APM}=90^\circ$

Mà $\widehat{PAB}=\widehat{AQC}$ (cmt) $\Rightarrow \widehat{PAB}+\widehat{BAC}+\widehat{CAQ}=90°$

Hay $\widehat{PAQ}=90°$.

Mặt khác $AP=AQ$ (cmt).

Nên tam giác APQ vuông cân tại A.

Khi đó $\widehat{APQ}=\widehat{AQP}=45°$.

Vậy số đo các góc trong tam giác APQ là: $\widehat{PAQ}=90°$; $\widehat{APQ}=\widehat{AQP}=45°$.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số thực $x,\ y,\ z$ khác 0, đôi một phân biệt và thỏa mãn $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0$.

Tính giá trị biểu thức $P=\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{zx}{y^2+2zx}+\frac{xy}{z^2+2xy}$.

Lời giải

Ta có $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0 \Rightarrow xyz\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=0 \Rightarrow yz+xz+xy=0.$

Do đó:

$$P=\frac{yz}{x^2+2yz}+\frac{zx}{y^2+2zx}+\frac{xy}{z^2+2xy}$$

$$P=\frac{yz}{x^2+yz-xy-xz}+\frac{zx}{y^2+zx-xy-yz}+\frac{xy}{z^2+xy-yz-xz}$$

$$P=\frac{yz}{(x-y)(x-z)}-\frac{xz}{(y-z)(x-y)}+\frac{xy}{(x-z)(y-z)}$$

$$P=\frac{yz(y-z)-xz(x-z)+xy(x-y)}{(x-y)(y-z)(x-z)}$$

$$P=\frac{yz(y-z)-x^2z+xz^2+x^2y-xy^2}{(x-y)(y-z)(x-z)}$$

$$P=\frac{yz(y-z)+x^2(y-z)-x(y^2-z^2)}{(x-y)(y-z)(x-z)}$$

$$P=\frac{yz(y-z)+x^2(y-z)-x(y^2-yz+yz-z^2)}{(x-y)(y-z)(x-z)}$$

$$P=\frac{yz(y-z)+x^2(y-z)-x(y-z)(y+z)}{(x-y)(y-z)(x-z)}$$

$$P=\frac{(y-z)(yz+x^2-xy-xz)}{(x-y)(y-z)(x-z)}$$

$$P=\frac{(x-y)(y-z)(x-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)}=1$$

Vậy $P = 1$.

------------------------------- HẾT -------------------------------