

**ĐỀ + ĐÁP ÁN ĐỀ THI CHỌN HSG LƯƠNG THẾ VINH****NĂM HỌC: 2022 - 2023****Bài 1 (2,0 điểm).** Thực hiện phép tính:

- a)  $2+4+6+8+\dots+100$ .  
b)  $1+2-3+4+5-6+\dots+97+98-99$ .

**Bài 2 (2,0 điểm).**

- a) Tìm một số tự nhiên biết rằng ba lần số đó cộng với 120 rồi tất cả chia 5 thì được kết quả bằng 150.  
b) Một phép chia có số bị chia là 235, số dư là 14 và thương là số tự nhiên lớn hơn 1. Hãy tìm số chia và thương.

**Bài 3 (3,0 điểm).**

- a) Tìm ba số tự nhiên khác 0 mà tích của chúng bằng tổng của chúng.  
b) Tìm số tự nhiên  $x$  biết  $x+(x+2)+(x+4)+(x+8)+\dots+(x+512)=1242$ .

**Bài 4 (3,0 điểm).**

- a) Tam giác đều  $ABC$  có  $AB=4\text{cm}$ . Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, BC, CA$ . Nối  $MN, NP, PM$ . Tính tổng chu vi các tam giác đều trên hình vẽ.  
b) Cho hình vuông  $ABCD$ . Lấy  $B_1$  là trung điểm của  $AB$ , vẽ hình vuông  $AB_1C_1D_1$ . Lấy  $B_2$  là trung điểm của  $AB_1$ , vẽ hình vuông  $AB_2C_2D_2$ . Cứ làm như thế đến lần thứ 5 ta được hình vuông  $AB_5C_5D_5$ . Biết tổng chu vi các hình vuông trong hình vẽ đó là 252cm. Tính tổng diện tích của các hình vuông.

**HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT****Bài 1 (2,0 điểm).**

$$\begin{aligned} \text{a) } 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 &= (100 + 2) + (98 + 4) + (96 + 6) + \dots + (50 + 52) \\ &= 102 + 102 + 102 + \dots + 102 \text{ (tổng ban đầu có 50 số hạng nên có 25 số hạng 102)} \\ &= 102 \cdot 25 = 2550. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } 1 + 2 - 3 + 4 + 5 - 6 + \dots + 97 + 98 - 99 \\ &= (1 + 2 - 3) + (4 + 5 - 6) + \dots + (97 + 98 - 99) \\ &= 0 + 3 + 6 + \dots + 96 = 3 + 6 + \dots + 96 \\ &= (3 + 96) + (6 + 93) + \dots + (48 + 51) = 99 + 99 + \dots + 99 \text{ (có 16 số hạng 99)} \\ &= 99 \cdot 16 = 1584. \end{aligned}$$

**Bài 2 (2,0 điểm).**

a) Gọi số tự nhiên cần tìm là  $x$  ( $x \in \mathbb{N}$ ).

Theo bài ra, ta có ba lần số đó cộng với 120 rồi tất cả chia 5 thì được kết quả bằng 150 nên  $(3x + 120) : 5 = 150$

$$\Rightarrow 3x + 120 = 5 \cdot 150 = 750$$

$$\Rightarrow 3x = 750 - 120 = 630$$

$$\Rightarrow x = 630 : 3 = 210.$$

Vậy số tự nhiên cần tìm là 210.

b) Gọi số chia và thương trong phép chia lần lượt là  $b$  và  $q$  ( $b, q \in \mathbb{N}; b > 14; q > 1$ ).

Vì số bị chia là 235, số dư là 14 nên  $235 = bq + 14 \Rightarrow bq = 235 - 14 = 221$ .

Vì  $b$  và  $q$  là các số tự nhiên nên 221 chia hết cho  $b$ .

Ta có 221 chia hết cho các số là 1; 13; 17; 221.

Mà  $b$  lớn hơn 14 nên  $b = 17$  hoặc  $b = 221$ .

Lại có  $q > 1$  nên  $b$  không thể bằng 221.

Do đó  $b = 17 \Rightarrow q = 221 : 17 = 13$ .

Vậy số chia là 17 và thương là 13.

**Bài 3 (3,0 điểm).**

a) Gọi ba số tự nhiên cần tìm là  $a, b, c$ .

Không mất tính tổng quát, giả sử  $a \geq b \geq c$ .

Theo bài ra thì  $a + b + c = abc$ .

Vì  $a \geq b \geq c$  nên  $a + b + c \leq a + a + a = 3a \Rightarrow abc \leq 3a \Rightarrow bc \leq 3$  (do  $a \neq 0$ ).

Trường hợp 1:  $bc = 3$ .

Do  $b \geq c$  nên  $b = 3$  và  $c = 1$ .

Khi đó  $a + 3 + 1 = a \cdot 3 \cdot 1 \Rightarrow a + 4 = 3a \Rightarrow a = 2$  (loại do  $a < b$ ).

Trường hợp 2:  $bc = 2$ .

Do  $b \geq c$  nên  $b = 2$  và  $c = 1$ .

Khi đó  $a + 2 + 1 = a \cdot 2 \cdot 1 \Rightarrow a + 3 = 2a \Rightarrow a = 3$  (thỏa mãn).

Trường hợp 3:  $bc = 1$ .

Do  $b \geq c$  nên  $b = 1$  và  $c = 1$ .

Khi đó  $a + 1 + 1 = a \cdot 1 \cdot 1 \Rightarrow a + 2 = a$  (vô lí).

Trường hợp 4:  $bc = 0$  (loại do  $b \neq 0, c \neq 0$ ).

Vậy ba số tự nhiên cần tìm là 1; 2; 3.

$$b) \quad x + (x+2) + (x+4) + (x+8) + \dots + (x+512) = 1242.$$

$$x + x + 2 + x + 4 + x + 8 + \dots + x + 512 = 1242$$

$$(x + x + x + x + \dots + x) + (2 + 4 + 8 + \dots + 512) = 1242.$$

Đặt  $A = 2 + 4 + 8 + \dots + 512$ .

Ta có:  $2A = 4 + 8 + 16 + \dots + 1024$

$$\Rightarrow 2A - A = (4 + 8 + 16 + \dots + 1024) - (2 + 4 + 8 + \dots + 512)$$

$$\Rightarrow A = 4 + 8 + 16 + \dots + 1024 - 2 - 4 - 8 - \dots - 512 = 1024 - 2 = 1022.$$

Quy luật của các số hạng trong tổng A: Số hạng sau gấp 2 lần số hạng trước.

Mà  $512 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$  nên A có 9 số hạng.

$$\text{Do đó: } 10x + 1022 = 1242 \Rightarrow 10x = 1242 - 1022 = 220 \Rightarrow x = 22.$$

Vậy  $x = 22$ .

**Bài 4 (3,0 điểm).**

a) Các tam giác đều trên hình là  $ABC, AMP, BMN, CNP$  và  $MNP$ .

Chu vi tam giác  $ABC$  là  $4 + 4 + 4 = 12\text{cm}$ .

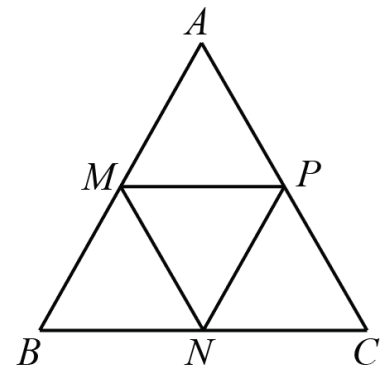
Các tam giác  $AMP, BMN, CNP$  và  $MNP$  có chu vi bằng

nhau và bằng  $\frac{1}{2}$  chu vi tam giác  $ABC$ .

Chu vi mỗi tam giác  $AMP, BMN, CNP, MNP$  là

$$12 : 2 = 6\text{cm}.$$

Tổng chu vi các tam giác đều trên hình vẽ là:  $12 + 6 \cdot 4 = 36\text{cm}$ .



b) Nhận xét: Hình vuông  $AB_1C_1D_1$  có cạnh bằng  $\frac{1}{2}$  cạnh hình vuông  $ABCD$  nên có chu

vi bằng  $\frac{1}{2}$  chu vi hình vuông  $ABCD$  và có diện tích bằng  $\frac{1}{4}$  diện tích hình vuông  $ABCD$ .

Do đó: Nếu gọi chu vi hình vuông  $AB_5C_5D_5$  là  $x$  và diện tích là  $y$  thì:

- Chu vi hình vuông  $AB_4C_4D_4$  là  $2x$  và diện tích là  $4y$ .
- Chu vi hình vuông  $AB_3C_3D_3$  là  $4x$  và diện tích là  $16y$ .
- Chu vi hình vuông  $AB_2C_2D_2$  là  $8x$  và diện tích là  $64y$ .
- Chu vi hình vuông  $AB_1C_1D_1$  là  $16x$  và diện tích là  $256y$ .

- Chu vi hình vuông  $ABCD$  là  $32x$  và diện tích là  $1024y$ .

Theo bài ra thì tổng chu vi các hình vuông là  $252\text{cm}$  nên

$$x + 2x + 4x + 8x + 16x + 32x = 252 \Rightarrow 63x = 252 \Rightarrow x = 4\text{cm}.$$

Cạnh hình vuông  $AB_5C_5D_5$  là:  $4 : 4 = 1\text{cm}$ .

Diện tích hình vuông  $AB_5C_5D_5$  là  $1.1 = 1\text{cm}^2$ .

Tổng diện tích các hình vuông là:

$$y + 4y + 16y + 64y + 256y + 1024y = 1365y = 1365.1 = 1365\text{cm}^2.$$

Vậy tổng diện tích các hình vuông là  $1365\text{cm}^2$ .