MỤC LỤC

# A. PHẦN ĐỀ THI

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
**NĂM HỌC 2015 - 2016**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

**Câu I.** Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}\right):\left(\dfrac{2}{x}-\dfrac{2-x}{x\sqrt{x}+x}\right)$, với $0<x\neq 1$.

1. Rút gọn $P$.
2. Tìm x để $\mathrm{P}<2$.

**Câu II.** Giải phương trình $\dfrac{4}{x-4}+\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$.

**Câu III.** Tìm a và $b$ để hệ phương trình $\begin{cases} ax+by=\sqrt{3} \\ x+ay=\sqrt{3}\end{cases}$ nhận $x=1;\ y=1+\sqrt{3}$ là nghiệm.

**Câu IV.** Một robot di chuyển với vận tốc không đổi 2 m/ phút trên mặt sàn trong thời gian 15 phút. Robot chuyển động thẳng, ngoại trừ ba lần rẽ vuông góc sang trái tại các thời điểm là 9 phút, 12 phút và 14 phút, tính từ thời điểm xuất phát. Giả sử robot xuất phát từ vị trí A và kết thúc di chuyển ở vị trí B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

**Câu V.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị $(\mathrm{P})$ của hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^2$.

1. Gọi $A, B$ là hai điểm thuộc đồ thị $(\mathrm{P})$ có hoành độ lần lượt là $-1$ và $2$. Viết phương trình đường thẳng AB.
2. Tìm m để đường thẳng (d) có phương trình $y=-x-m+2$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+20=x_1^2x_2^2$.

**Câu VI.** Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn $(\mathrm{O})$ kẻ các tiếp tuyến $PA, PB$ tới $(O)$ ($A, B$ là tiếp điểm). Qua điểm C bất kì trên đoạn AB, kẻ đường thẳng (d) vuông góc với OC. Đường thẳng (d) cắt các tiếp tuyến $PA, PB$ tại L và K.

1. Chứng minh rằng $\widehat{AOL}=\widehat{BOK}$ và tứ giác $PKOL$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $C$ là trung điểm của $KL$ và $KL\geq AB$.

**Câu VII.** Cho $x+y\geq 6$. Chứng minh rằng $x(x-1)+y(y-1)\geq 12$. Khi nào dấu bằng xảy ra?

---------- HẾT ----------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
**NĂM HỌC 2016 - 2017**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

**Câu I.**

1. Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{2x+1}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right)\left(\dfrac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$, với $0\le x\ne 1$.

2. Tính giá trị của biểu thức $\mathrm{M}=\dfrac{1}{\mathrm{a}+1}+\dfrac{1}{\mathrm{b}+1}$, với $a=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$; $b=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$.

**Câu II.** Giải phương trình $\dfrac{x^2+x-5}{x}+\dfrac{3x}{x^2+x-5}+4=0$.

**Câu III.** Trong một trận bóng đá, ban quản lý sân vận động bán được 40000 vé, bao gồm vé loại I và vé loại II. Giá vé loại I là 100000 đồng, giá vé loại II là 50000 đồng. Số tiền thu được từ bán vé là 2,5 tỉ đồng. Hỏi có bao nhiêu vé loại I, bao nhiêu vé loại II?

**Câu IV.** Cho tam giác ABC cân tại A, có cạnh bên $AB=10cm$ và chiều cao $BE=6cm$.

Tính độ dài đường cao AH của tam giác ABC.

**Câu V.** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho đường thẳng $(d): y=x+m+1$ và parabol $(P): y=x^2$, với m là tham số.

1. Tìm tọa độ các giao điểm của $(\mathrm{d})$ và $(\mathrm{P})$ khi $m=1$.

2. Tìm m để (d) và $(\mathrm{P})$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A,B$ khác O sao cho $OA\perp OB$.

**Câu VI.** Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn tâm O, ở đó $B,O,D$ không thẳng hàng. Gọi $H$ và $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $D$ trên $AB$ và $BC$.

1. Chứng minh $DH.DC=DK.DA$ và $HK<AC$.

2. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của $HK$ và $AC$. Chứng minh $DP\perp PQ$.

**Câu VII.** Tìm $c$ để phương trình $x^4-4x^2+4cx-c^2=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

------------------------------ HẾT ------------------------------

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**
**TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10**
**THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH**
**NĂM HỌC 2017 - 2018**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

**Câu I .** Cho biểu thức $P=\left(\frac{x+4}{x-4}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right):\left(\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ với $0\le x\ne 4$.

1. Chứng tỏ rằng $P=\frac{2\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$.

2. Tìm x để $P.\sqrt{x}=\frac{2}{3}$.

**Câu II .** Giải phương trình $\frac{5}{x^2-2x+2}-\frac{8}{x^2-3x+5}=3$.

**Câu III .** Trong chuyến du lịch hè năm nay, bằng phương tiện máy bay; một gia đình có 2 người lớn và 2 trẻ em mua vé hết 3.700.000 đồng; một gia đình khác có 4 người lớn và 3 trẻ em mua vé hết 6.750.000 đồng. Hỏi giá vé máy bay của một người lớn và giá vé máy báy của một trẻ em là bao nhiêu?

**Câu IV.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d_1: y=2x+1$; $d_2: y=-x-5$ và $d_3: y=mx+3m-1$. Tìm $m$ để 3 đường thẳng đã cho đồng quy.

**Câu V.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y=x+1$ và parabol $(\mathrm{P}): y=2x^2$.
Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Gọi A và B là hai giao điểm của (d) và $(\mathrm{P})$. Tính diện tích của tam giác OAB.

**Câu VI.** Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến MA và MB đến đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của MO và AB.
1. Chứng minh $AB^2=4MH.HO$
2. Điểm C là trung điểm của AH. Đường thẳng MC cắt đường tròn tại hai điểm $E,F$ ($E$ nằm giữa M và F). Điểm I là trung điểm của EF. Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp và $IB=3IA$.
3.Chứng minh rằng: $\frac{CE}{CI}=\frac{CM}{CF}$.

**Câu VII.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{9}{4-x}+\frac{4}{x}$ với $0<x<4$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
NĂM HỌC 2018 - 2019
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

**Câu I .** Cho biểu thức $P=\left(2-\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+\frac{6\sqrt{x}+8}{x-4}\right)$ với $0\le x\ne 4$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm các giá trị của x để $P<\frac{1}{2}$.

**Câu II .** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2mx+1$ (m là tham số) và parabol $(P): y=x^2$

1. Chứng minh rằng khi m thay đổi, đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A cố định thuộc trục tung Oy và đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2. Gọi M, N là hai giao điểm của (d) và $(P)$; $B, C$ lần lượt là hình chiếu của M, N trên trục hoành $Ox$. Chứng minh rằng $OB\cdot OC=OA^2$ và tam giác ABC vuông ở A.

**Câu III.** Giải phương trình $\frac{x^2-4x+3}{2x}+\frac{x^2+12x+3}{x^2+3}=4$.

**Câu IV.** Lúc 6 giờ sáng, ô tô chở đoàn từ thiện xuất phát từ trường Nguyễn Tất Thành lên Hà Giang cách trường 250 km với vận tốc không đổi với thời gian dự định. Đi được 3 giờ xe phải dừng lại 30 phút để đoàn nghỉ giải lao, bởi vậy trên quãng đường còn lại, lái xe đã tăng vận tốc thêm 10 km/h so với vận tốc ban đầu. Xe đến Hà Giang muộn 10 phút so với thời gian dự định. Hỏi đoàn đã đến Hà Giang lúc mấy giờ?

**Câu V.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R, có $\widehat{BAC}=45^\circ$, đường cao $BD$ và $AB<AC$.

1. Chứng minh rằng tứ giác $BCDO$ nội tiếp và $AB^2+2CD^2=4R^2$.
2. Giả sử đường cao $CE$ của tam giác $ABC$ cắt đường cao $BD$ tại H và I là điểm đối xứng của O qua BC. Tính độ dài đoạn HI theo R.
3. Chứng minh rằng O là trực tâm của tam giác $ADE$.

**Câu VI.**

1. Tìm các số nguyên $x, y$ thỏa mãn $x^2+5y^2+2xy-2x+2y<0$.

2. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2+b^2+36=9(a+b)$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=a^2+b^2$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
**NĂM HỌC 2019 - 2020**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

Câu I . Cho biểu thức $P=\left(\frac{2+\sqrt{x}}{1-2\sqrt{x}}-\frac{2-\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}}\right):\left(1+\frac{1+6x}{1-4x}\right)$ với $0\le x\ne\frac{1}{4}$.

1. Chứng minh rằng $P=\frac{5\sqrt{x}}{x+1}$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức P.

Câu II . Tìm $m$ để phương trình $x^2+mx-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ thỏa mãn:

$$\left[x_1^2+(m-1)x_1+5\right]\left[x_2^2+(m-1)x_2+5\right]=-1.$$

Câu III. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d): y=(m-1)x+4$ ( $m$ là tham số) và parabol $(P): y=\frac{1}{2}x^2$.

1. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và $(P)$ khi $m=2$.

2. Tìm các giá trị của $m$ để (d) cắt $(P)$ tại các điểm có hoành độ và tung đều là những số nguyên.

Câu IV. Nhà bạn An và bạn Bình cách trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành $10$ km. Hôm bế giảng, hai bạn cùng đi tới trường, vận tốc trung bình đi đến trường của bạn An lớn hơn vận tốc đi đến trường của bạn Bình là $3$ km/h. Biết rằng nếu bạn Bình xuất phát trước bạn An đúng 10 phút thì cả hai bạn sẽ đến trường cùng lúc. Hỏi mỗi bạn phải đi lúc mấy giờ để đến trường đúng 7 giờ 30 phút cùng ngày?

Câu V. Cho tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn tâm $O$ bán kính $R$.

1. Giả sử tam giác $ABC$ có $\widehat{BAC}=60^\circ$ và $\widehat{ACB}=45^\circ$. Vẽ đường kính $BM$ của đường tròn $(O;R)$. Tính diện tích tứ giác $ABCM$ theo $R$.

2. Đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt cạnh $BC$ tại $E$ và cắt đường tròn ở điểm $D$ khác $A$. Chứng minh rằng $AD\cdot AE=AB\cdot AC$ và $DA\cdot DE=DB^2$.

3. Trên đoạn $AD$ lấy điểm $F$ sao cho $DF=DB$. Chứng minh rằng $BF$ là tia phân giác góc $ABC$.

Câu VI. 1. Giải phương trình $x^2-2x+4-2\sqrt{x^3-1}=0$.

2. Cho 10 ô được đánh số thứ tự từ 1 đến 10 (như hình vẽ ở dưới)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) |

Bạn Nguyên điền 10 số tự nhiên liên tiếp vào 10 ô đó (mỗi ô chỉ điền một số và không nhất thiết thứ tự tăng hay giảm dần). Sau đó, trên mỗi ô, bạn cộng số được điền trên đó với số thứ tự của ô. Chứng minh rằng trong 10 tổng bạn Nguyên nhận được, có ít nhất hai tổng mà chữ số tận cùng giống nhau.

------------------------------ HẾT ------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
**NĂM HỌC 2020 - 2021**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

**Câu 1 (1,0 điểm).** Rút gọn biểu thức $A=\left(\dfrac{1-x\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}+\sqrt{x}\right)\cdot\left(\dfrac{1+2x}{x\sqrt{x}+1}-\dfrac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}\right)$, với $x\ge 0$; $x\ne 1$.

**Câu 2 (1,0 điểm).** Cho hai số $a$, $b$ thỏa mãn $\begin{cases}\sqrt{2}a+b=3\\ a+\sqrt{2}b=2\sqrt{2}\end{cases}$. Tính giá trị biểu thức $E=a^2+b^2$.

**Câu 3 (1,0 điểm).** Một đoàn xe dự định chở hết 45 tấn hàng (các xe chở cùng một lượng hàng như nhau). Khi sắp khởi hành thì đoàn xe được bổ sung thêm 3 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn 0,5 tấn so với dự định ban đầu. Hỏi lúc đầu đoàn có bao nhiêu xe?

**Câu 4 (1,0 điểm).** Cho tam giác $ABC$ vuông tại $A$, có $AB=4$ và $\cos\widehat{ABC}=\dfrac{2}{3}$. Tính chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC$.

## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 5. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2(m-1)x-m(m+2)$ (với $m$ là tham số). Tìm các giá trị của $m$ để đường thẳng $(d)$ cắt parabol $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1(3-x_2)+x_2(3-x_1)+10=0$.

**Câu 6. (3,0 điểm).** Cho tam giác $ABC$ nhọn với $AB<AC$ và nội tiếp đường tròn tâm $O$. Hai đường cao $BE$ và $CF$ của tam giác $ABC$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh các tứ giác $AEHF$ và $BCEF$ là những tứ giác nội tiếp.
2. Gọi $D$ là giao điểm của hai đường thẳng $EF$ và $BC$; gọi $K$ là giao điểm khác $A$ của đường thẳng $AD$ với đường tròn $(O)$. Chứng minh $DK.DA=DB.DC$ và $DE.DF=DB.DC$.
3. Chứng minh $K$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ và đường thẳng $HK$ đi qua trung điểm $I$ của cạnh $BC$.

**Câu 7. (1,0 điểm).**

1. Cho hai số $a$ và $b$ thỏa mãn $a^3+2a=b^3+2b$. Chứng minh rằng $a=b$.
2. Giải phương trình $x^3+(x-8)\sqrt{6-x}+2x=0$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
**NĂM HỌC 2021 - 2022**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

**Câu 1 (0,5 điểm).** Cho $n \geq 0$. Rút gọn biểu thức $P = \dfrac{1}{1+\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} + \dfrac{1}{1+\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$.

**Câu 2 (0,5 điểm).** Biết phương trình $x^2 + bx + c = 0$ (ẩn $x$) có hai nghiệm là $x_1 = \sqrt{6}+2$ và $x_2 = \sqrt{6}-2$. Tính giá trị của biểu thức $M = b^2 - 4c$.

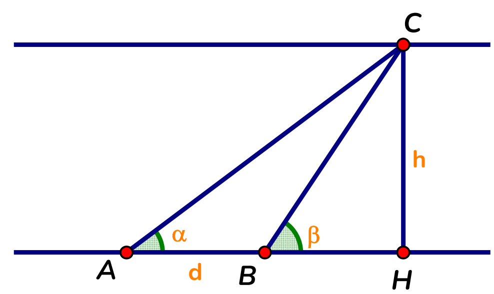
**Câu 3 (0,5 điểm).** Cho $(x_0;\ y_0)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x+\sqrt{3}y=\sqrt{3} \\ \sqrt{3}x+y=-3 \end{cases}$.

Tính $E = x_0^2 + y_0^2$.

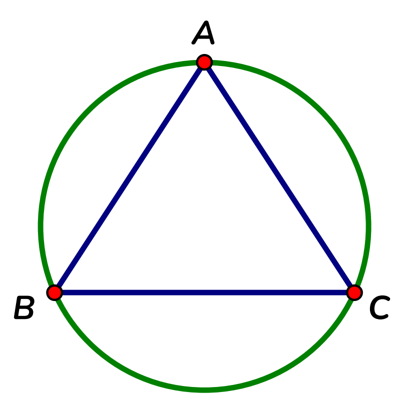
**Câu 4 (0,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, đường thẳng $d: y=-x+4$ cắt parabol $(P): y = x^2$ tại hai điểm $A$ và $B$. Gọi $H$ và $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A$ và $B$ trên trục $Oy$. Tính $OH.OK$.

**Câu 5 (0,5 điểm).** Hai ô tô cùng khởi hành một lúc từ $A$, đi đến $B$, trên cùng quãng đường dài $150$ km. Vận tốc của xe thứ nhất hơn vận tốc của xe thứ hai là $10$ km/h. Xe thứ nhất đến $B$ sớm hơn xe thứ hai 30 phút. Tính vận tốc của xe thứ hai.

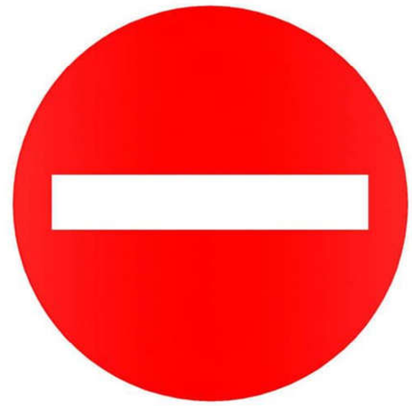
**Câu 6 (0,5 điểm).** Để đo độ rộng của một khúc sông, bạn Nam đi dọc bờ sông từ vị trí $A$ đến vị trí $B$ cách nhau một khoảng $d$ và tiến hành đo đạc các góc nghiêng $\alpha, \beta$ so với bờ sông từ các vị trí $A, B$ đến vị trí $C$ bên bờ sông đối diện (Hình bên). Biết $d = 50$m, $\alpha = 27°$, $\beta = 45°$. Tính độ rộng $h$ của khúc sông (làm tròn đến mét).




**Câu 7 (0,5 điểm).** Từ một miếng tôn hình tròn, bạn Nam cắt ra được một vật nhọn hình tam giác cân $ABC$ có $AB = AC = 15$cm và $BC = 18$cm (Hình bên). Tính bán kính của miếng tôn.



**Câu 8 ( 0,5 điểm).** Một biển báo giao thông có dạng hình tròn, đường kính $70\,\text{cm}$, được sơn một mặt bởi hai màu đỏ và trắng (phần tô đậm sơn màu đỏ, phần còn lại sơn màu trắng) (Hình bên). Phần được sơn màu trắng là một hình chữ nhật có các kích thước là $10\,\text{cm}$ và $50\,\text{cm}$. Biết rằng, để sơn $1\,\text{m}^2$ màu đỏ cần chi phí là 250 000 đồng, để sơn $1\,\text{m}^2$ màu trắng cần chi phí là 200 000 đồng. Hỏi số tiền (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng) để sơn toàn bộ biển báo trên bằng bao nhiêu? Cho $\pi = 3,14$.



## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 9. (2,0 điểm).** Cho $a > b > 0$. Xét biểu thức $P = \dfrac{\sqrt{a^3} - \sqrt{b^3}}{a-b} - \dfrac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \dfrac{b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

a) Rút gọn biểu thức $P$.

b) Biết $(a-1)(b-1) + 2\sqrt{ab} = 1$, hãy tính giá trị của biểu thức $P$.

**Câu 10. (3,0 điểm).** Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính $AB$. Qua trung điểm $C$ của đoạn thẳng $OB$ kẻ đường thẳng $d$ vuông góc với $AB$. Điểm $M$ thay đổi trên đường tròn $(O)$ sao cho $MA < MB$. Đường thẳng $d$ cắt các đường thẳng $MA, MB$ lần lượt tại $K$ và $H$. Gọi $N$ là giao điểm thứ hai của đường thẳng $AH$ với đường tròn $(O)$.

a) Chứng minh đường thẳng $AH$ vuông góc với $BK$ và ba điểm $K, N, B$ thẳng hàng.

b) Tính tích CH.CK theo R.

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $AHK$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Câu 11. (3,0 điểm).**

a) Cho $x > 0,\ y > 0$. Chứng minh rằng: $\dfrac{x^2}{y} + \dfrac{y^2}{x} \ge x + y$

b) Tìm các số thực $x,\ y$ thỏa mãn: $\dfrac{x^2-4}{y} + \dfrac{y^2-4}{x} + 8 = 4\left(\sqrt{x-1} + \sqrt{y-1}\right)$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề 101

# ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
# THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

**NĂM HỌC 2022 - 2023**

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

**Câu 1 (0,5 điểm).** Rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+x}-\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{x}+1}+2\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

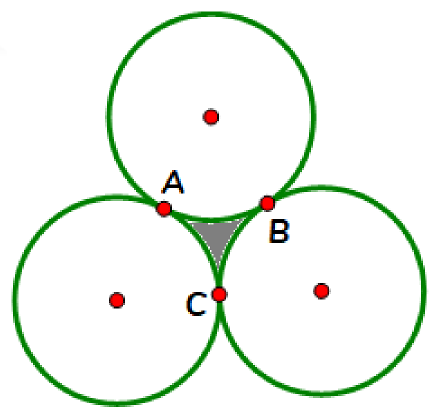
**Câu 2 (0,5 điểm).** Trong phòng có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế 6 người thì thừa 1 người. Cũng với số người đó nếu xếp mỗi ghế 7 người thì thừa 1 ghế. Hỏi phòng đó có bao nhiêu ghế?

**Câu 3 (0,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, hai đường thẳng $(d_1): y=x-2$ và $(d_2): y=\sqrt{7}x-8$ cắt nhau tại điểm $I(a;b)$. Tính $a^2-2b$.

**Câu 4 (0,5 điểm).** Cho $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2-mx-1=0$ ($m$ là tham số). Tính $T=x_1^3-mx_1^2+x_2$ theo $m$.

**Câu 5 (0,5 điểm).** Một hình trụ có chiều cao gấp 10 lần bán kính đường tròn đáy. Biết diện tích toàn phần của hình trụ là $198\pi\left(\text{cm}^2\right)$. Tính chiều cao của hình trụ đó.

**Câu 6 (0,5 điểm).** Cho 3 đường tròn có cùng bán kính là a, đôi một tiếp xúc ngoài nhau tại các điểm $A, B, C$. Tính theo $a$ diện tích của hình được giới hạn bởi 3 cung nhỏ $AB$, $BC$ và $CA$ (phần được tô đậm trong hình bên).




## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 7. (1,0 điểm).** Giải phương trình $\frac{x^2}{x+1}+\frac{8(x+1)}{x^2}+6=0$.

**Câu 8. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d): y=2x+m^2-1$ ($m$ là tham số) và parabol $(P): y=x^2$.

1. Khi $m=-2$ đường thẳng $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Tính $OA+OB$.

2. Tìm $m$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2-x_2^2=4$.

**Câu 9. (3,0 điểm)** Cho đường tròn $(O)$ có đường kính $AB$. Lấy điểm $C$ trên đường tròn $(O)$ sao cho $CA > CB$ ($C$ khác $B$). Vẽ đường thẳng $d$ vuông góc với $AB$ tại $B$. Tiếp tuyến với $(O)$ tại $C$ cắt các đường thẳng $d$ và $AB$ lần lượt tại $M$ và $E$. Đường thẳng $OC$ cắt đường thẳng $d$ tại $N$. Đường thẳng $AC$ cắt các đường thẳng $d$ và $NE$ lần lượt tại $F$ và $H$. Lấy điểm $K$ đối xứng với $F$ qua $B$.

1. Chứng minh tứ giác $BOCM$ nội tiếp và $M$ là trung điểm của $BF$.
2. Chứng minh $AB.AE = AF.AH$.
3. Đường thẳng $OC$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác $EKN$ tại $I$ ($I$ khác $N$). Chứng minh $IC = AB.$

**Câu 10. (1,0 điểm).**

1. Cho ba số thực $a, b, c$ thỏa mãn $a \neq b$ và $a^2(b+c) = b^2(a+c)$.

Chứng minh $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

2. Cho hai số thực không âm $a, b$ thỏa mãn $a+b=2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $N = \sqrt{a^2+2} + \sqrt{b^2+2}$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Mã đề 102**

# ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
# THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

**NĂM HỌC 2022 - 2023**

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

**Câu 1 (0,5 điểm).** Rút gọn biểu thức $A=\left(\frac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}+1}{x-1}\right):\left(\frac{2}{\sqrt{x}-1}+1\right)$ với $x>0$ và $x\neq 1$.

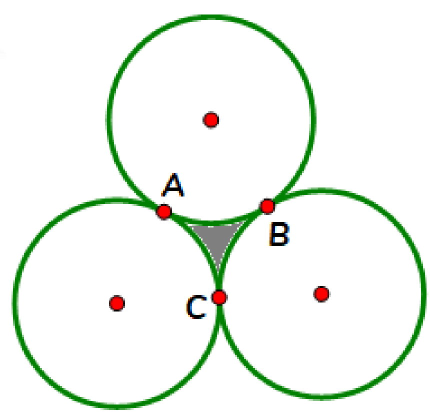
**Câu 2 (0,5 điểm).** Trong phòng có một số ghế dài. Nếu xếp mỗi ghế 7 người thì thừa 1 người. Cũng với số người đó nếu xếp mỗi ghế 8 người thì thừa 1 ghế. Hỏi phòng đó có bao nhiêu ghế?

**Câu 3 (0,5 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, hai đường thẳng $(d_1): y=x-2$ và $(d_2): y=\sqrt{5}x-6$ cắt nhau tại điểm $I(a;b)$. Tính $a^2-2b$.

**Câu 4 (0,5 điểm).** Cho $x_1$, $x_2$ là hai nghiệm phân biệt của phương trình $x^2+mx-1=0$ ($m$ là tham số). Tính $T=x_1^3-mx_1^2+x_2$ theo $m$.

**Câu 5 (0,5 điểm).** Một hình trụ có chiều cao gấp 6 lần bán kính đường tròn đáy. Biết diện tích toàn phần của hình trụ là $350\pi\ (\text{cm}^2)$. Tính chiều cao của hình trụ đó.

**Câu 6 (0,5 điểm).** Cho 3 đường tròn có cùng bán kính là $2a$, đôi một tiếp xúc ngoài nhau tại các điểm $A$, $B$, $C$. Tính theo $a$ diện tích của hình được giới hạn bởi 3 cung nhỏ $AB$, $BC$ và $CA$ (phần được tô đậm trong hình bên).




## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 7. (1,0 điểm).** Giải phương trình $\frac{x^2}{x+1}+\frac{8(x+1)}{x^2}+6=0$.

**Câu 8. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d): y=2x+m^2-1$ ($m$ là tham số) và parabol $(P): y=x^2$.

1. Khi $m=-2$ đường thẳng $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Tính $OA+OB$.

2. Tìm $m$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2-x_2^2=4$.

**Câu 9. (3,0 điểm)** Cho đường tròn $(O)$ có đường kính $AB$. Lấy điểm $C$ trên đường tròn $(O)$ sao cho $CA > CB$ ($C$ khác $B$). Vẽ đường thẳng $d$ vuông góc với $AB$ tại $B$. Tiếp tuyến với $(O)$ tại $C$ cắt các đường thẳng $d$ và $AB$ lần lượt tại $M$ và $E$. Đường thẳng $OC$ cắt đường thẳng $d$ tại $N$. Đường thẳng $AC$ cắt các đường thẳng $d$ và $NE$ lần lượt tại $F$ và $H$. Lấy điểm $K$ đối xứng với $F$ qua $B$.

1. Chứng minh tứ giác $BOCM$ nội tiếp và $M$ là trung điểm của $BF$.
2. Chứng minh $AB.AE = AF.AH$.
3. Đường thẳng $OC$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác $EKN$ tại $I$ ($I$ khác $N$). Chứng minh $IC = AB$.

**Câu 10. (1,0 điểm).**

1. Cho ba số thực $a, b, c$ thỏa mãn $a \neq b$ và $a^2(b+c) = b^2(a+c)$.
Chứng minh $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$.
2. Cho hai số thực không âm $a, b$ thỏa mãn $a+b=2$.
Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $N = \sqrt{a^2+2} + \sqrt{b^2+2}$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

# B. HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
NĂM HỌC 2015 - 2016
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

**Câu I .** Cho biểu thức $P=\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sqrt{x}}{x-1}\right):\left(\frac{2}{x}-\frac{2-x}{x\sqrt{x}+x}\right)$, với $0<x\neq 1$.

1. Rút gọn $P$.
2. Tìm x để $P<2$.

**Lời giải:**

1. Ta có: $P=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}:\frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)-2+x}{x\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}\cdot\frac{x\left(\sqrt{x}+1\right)}{x+2\sqrt{x}}=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$.

2. Với $0<x\neq 1$, ta có: $P<2\Leftrightarrow\frac{x}{\sqrt{x}-1}<2\Leftrightarrow\frac{x-2\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}<0\Leftrightarrow\frac{(\sqrt{x}-1)^2+1}{\sqrt{x}-1}<0$ x

$\Leftrightarrow\sqrt{x}-1<0\Leftrightarrow\sqrt{x}<1\Leftrightarrow x<1$. Kết hợp điều kiện ta kết luận $0<x<1$.

**Câu II.** Giải phương trình $\frac{4}{x-4}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}$.

**Lời giải:**

Điều kiện $0\leq x\neq 4$.

Ta có: $\frac{4}{x-4}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\frac{1}{\sqrt{x}-2}\Leftrightarrow\frac{4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=0$

$\Leftrightarrow\frac{4+x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=0\Leftrightarrow x-3\sqrt{x}+2=0\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-1=0\\\sqrt{x}-2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện ta kết luận: phương trình có nghiệm $x=1$.

**Câu III .** Tìm a và $b$ để hệ phương trình $\begin{cases}ax+by=\sqrt{3}\\x+ay=\sqrt{3}\end{cases}$ nhận $x=1;\ y=1+\sqrt{3}$ là nghiệm.

**Lời giải:**

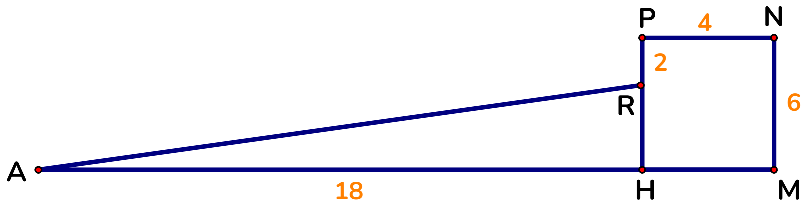
Vì $x=1;\ y=1+\sqrt{3}$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}ax+by=\sqrt{3}\\x+ay=\sqrt{3}\end{cases}$ nên ta có:

$\begin{cases}a+b\left(1+\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}\\1+a\left(1+\sqrt{3}\right)=\sqrt{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2-\sqrt{3}\\b=4-2\sqrt{3}\end{cases}$.

Vậy ta tìm được $\begin{cases} a = 2 - \sqrt{3} \\ b = 4 - 2\sqrt{3} \end{cases}$ thì thỏa mãn đề bài.

**Câu IV.** Một robot di chuyển với vận tốc không đổi 2 m/ phút trên mặt sàn trong thời gian 15 phút. Robot chuyển động thẳng, ngoại trừ ba lần rẽ vuông góc sang trái tại các thời điểm là 9 phút, 12 phút và 14 phút, tính từ thời điểm xuất phát. Giả sử robot xuất phát từ vị trí A và kết thúc di chuyển ở vị trí B. Tính độ dài đọan thẳng AB.

**Lời giải:**




Từ đề bài ta có robot đi theo sơ đồ bên: Trong đó quãng đường AM đi trong 9 phút, quãng đường MN đi trong 3 phút, quãng đường NP đi trong 2 phút và quãng đường PB đi trong 1 phút
Theo bài ra ta có: $AM = 18m, MN = 6m,\ NP = 4m,\ PB = 2m$

Kẻ $BH \perp AM$. Khi đó: $\begin{cases} AH = AM - MH = AM - NP = 14\ (m) \\ BH = PH - PB = MN - PB = 4\ (m) \end{cases}$

Theo định lý Pytago, ta có $AB = \sqrt{HA^2 + HB^2} = \sqrt{14^2 + 4^2} = \sqrt{212}\ (m)$.

Vậy độ dài $AB = \sqrt{212}\ (m) = 2\sqrt{53}\ (m) \approx 14,56\ (m)$.

**Câu V.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đồ thị $(P)$ của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

1. Gọi $A, B$ là hai điểm thuộc đồ thị $(P)$ có hoành độ lần lượt là $-1$ và 2. Viết phương trình đường thẳng AB.
2. Tìm m để đường thẳng (d) có phương trình $y = -x - m + 2$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + 20 = x_1^2 x_2^2$.

**Lời giải:**

Vì $A, B$ là hai điểm thuộc đồ thị $(P)$ có hoành độ lần lượt là $-1$ và 2 nên ta tìm được tọa độ của chúng là $A\left(-1; \frac{1}{2}\right);\ B(2;\ 2)$

Khi đó phương trình AB có dạng $y = ax + b\ (*)$

Thay tọa độ A, B vào (*) ta được: $\begin{cases} -a + b = \frac{1}{2} \\ 2a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \text{a} = \frac{1}{2}; b = 1$

Vậy phương trình đường thẳng AB là $y = \frac{1}{2}x + 1$.

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$$\frac{1}{2}x^2+x+m-2=0 \Leftrightarrow x^2+2x+2m-4=0\ (**)$$

Ta có: $\Delta'=5-2m$. Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt $\Rightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m<\frac{5}{2}$. Theo định lý Viet: $\begin{cases} x_1+x_2=-2 \\ x_1x_2=2m-4 \end{cases}$

Theo bài ra $x_1^2+x_2^2+20=(x_1x_2)^2$

$$\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2+20=(x_1x_2)^2 \Leftrightarrow 4-4(m-2)+20=(2m-4)^2$$

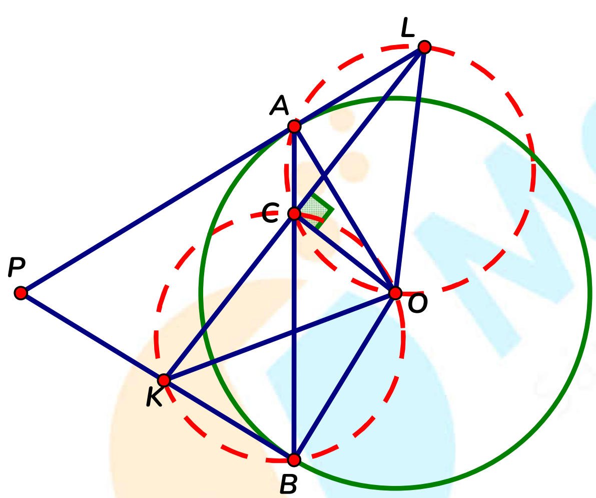
$$\Leftrightarrow m^2-3m-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+1=0 \\ m-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right.$$

Mà $m<\frac{5}{2}$ nên $m=-1$. Vậy $m=-1$.

**Câu VI.** Từ một điểm P nằm ngoài đường tròn $(O)$ kẻ các tiếp tuyến $PA$, $PB$ tới $(O)$ ($A$, $B$ là tiếp điểm). Qua điểm C bất kì trên đoạn AB, kẻ đường thẳng (d) vuông góc với OC. Đường thẳng (d) cắt các tiếp tuyến $PA$, $PB$ tại L và K.

1. Chứng minh rằng $\widehat{AOL}=\widehat{BOK}$ và tứ giác $PKOL$ nội tiếp.
2. Chứng minh rằng $C$ là trung điểm của $KL$ và $KL \geq AB$.

**Lời giải:**




Lời giải:

1. Xét tứ giác BOCK có:

$\widehat{OBK}=90^\circ$ (BP là tiếp tuyến đường tròn (O) tại B; K thuộc BP)

$\widehat{OCK}=90^\circ$ $(OC \perp LK)$

Suy ra tứ giác BOCK nội tiếp

Tương tự chứng minh được COLA nội tiếp

Từ đó suy ra $\widehat{\text{BOK}}=\widehat{\text{BCK}}=\widehat{\text{ACL}}=\widehat{\text{AOL}}$

Cho nên $\widehat{KOL}=\widehat{BOA}=180^\circ-\widehat{APB}=180^\circ-\widehat{LPK}\Rightarrow \widehat{KOL}+\widehat{KPL}=180^\circ$

Vậy tứ giác PKOL nội tiếp.

2. Xét $\Delta OBK$ vuông tại B và $\Delta OAL$ vuông tại A ta có $\begin{cases}\widehat{BOK}=\widehat{AOL}\\ OA=OB\end{cases}$

$\Rightarrow \Delta OBK=\Delta OAL$ (cạnh góc vuông – góc nhọn kề) $\Rightarrow OK=OL$

Tam giác cân OKL có $OC\perp KL$ nên C là trung điểm của KL.

Các tứ giác KBOC và OCAL nội tiếp nên $\widehat{OBC}=\widehat{OKC}$ và $\widehat{OAC}=\widehat{OLC}$.

Vậy $\Delta OKL$ # $\Delta OBA$ nên $\dfrac{KL}{AB}=\dfrac{OK}{OB}\geq 1\Rightarrow KL\geq AB$.

**Câu VII.** Cho $x+y\geq 6$. Chứng minh rằng $x(x-1)+y(y-1)\geq 12$. Khi nào dấu bằng xảy ra?

**Lời giải:**

Ta có $(x-3)^2\geq 0\Rightarrow x^2-6x+9\geq 0\Rightarrow x(x-1)\geq 5x-9$. Tương tự $y(y-1)\geq 5y-9$.

Từ đó $x(x-1)+y(y-1)\geq 5(x+y)-18\geq 5.6-18=12$. Khi $x=y=3$ thì đẳng thức xảy ra.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

**NĂM HỌC 2016 - 2017**

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

## Câu I.

1. Rút gọn biểu thức $P=\left(\dfrac{2x+1}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right)\left(\dfrac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$, với $0\le x\ne 1$.

2. Tính giá trị của biểu thức $\mathrm{M}=\dfrac{1}{\mathrm{a}+1}+\dfrac{1}{\mathrm{b}+1}$, với $a=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}$; $b=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$.

**Lời giải:**

1. Với $0\le x\ne 1$ ta có: $P=\left(\dfrac{2x+1}{x\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}\right)\left(\dfrac{1+x\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}-\sqrt{x}\right)$

$$P=\frac{2x+1-\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\left(x-\sqrt{x}+1-\sqrt{x}\right)$$

$$P=\frac{x+\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}.\left(\sqrt{x}-1\right)^2=\sqrt{x}-1$$

2. Ta có: $a=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=3+2\sqrt{2}$; $b=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=3-2\sqrt{2}\Rightarrow a+1=4+2\sqrt{2}$; $b+1=4-2\sqrt{2}$

Nên $M=\dfrac{1}{4+2\sqrt{2}}+\dfrac{1}{4-2\sqrt{2}}=\dfrac{4-2\sqrt{2}+4+2\sqrt{2}}{16-(2\sqrt{2})^2}=\dfrac{8}{8}=1$.

## Câu II.
Giải phương trình $\dfrac{x^2+x-5}{x}+\dfrac{3x}{x^2+x-5}+4=0$.

**Lời giải:**

Đặt $\dfrac{x^2+x-5}{x}=t$, ta được phương trình $t+\dfrac{3}{t}+4=0\Leftrightarrow t^2+4t+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=-3\end{array}\right.$.

+) Với $t=-1\Rightarrow x^2+2x-5=0\Leftrightarrow x=-1\pm\sqrt{6}$ (thỏa mãn).

+) Với $t=-3\Rightarrow x^2+4x-5=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-5$ (thỏa mãn).

Vậy tập nghiệm là $S=\left\{1;-5;-1\pm\sqrt{6}\right\}$.

## Câu III.
Trong một trận bóng đá, ban quản lý sân vận động bán được 40000 vé, bao gồm vé loại I và vé loại II. Giá vé loại I là 100000 đồng, giá vé loại II là 50000 đồng. Số tiền thu được từ bán vé là 2,5 tỉ đồng. Hỏi có bao nhiêu vé loại I, bao nhiêu vé loại II?

**Lời giải:**

Gọi số vé loại I là x, số vé loại II là y $\left(x,y\in\mathbb{N}^*\right)$

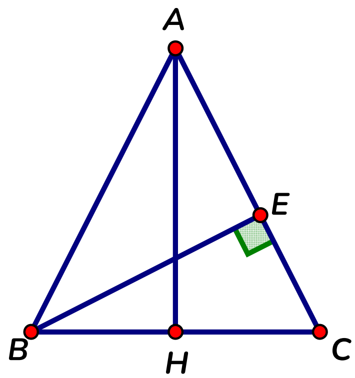
Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x+y=40000\\100000x+50000y=2500000000\end{cases}$

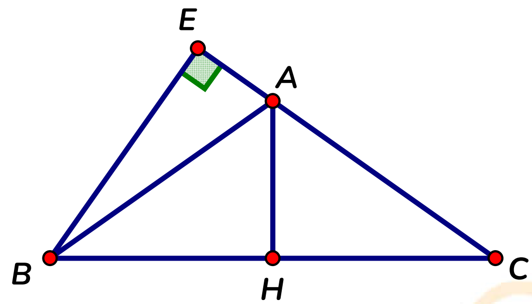
$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=40000\\2x+y=50000\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=30000\\x=10000\end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện, ta có số vé loại I là $10000$, số vé loại II là $30000$.

Câu IV. Cho tam giác ABC cân tại A, có cạnh bên $AB = 10cm$ và chiều cao $BE = 6cm$. Tính độ dài đường cao AH của tam giác ABC.

**Lời giải:**






Xét tam giác vuông $ABE$, ta có: $AE = \sqrt{AB^2 - BE^2} = 8cm$

Xét hai trường hợp góc BAC nhọn hoặc tù.

- Nếu góc A nhọn thì $EC = AC - AE = 2\ (cm)$.

Xét $\Delta BEC$ có $BC = \sqrt{BE^2 + EC^2} = 2\sqrt{10}\ (cm)$

Xét $\Delta ABC$, ta có $AH = \dfrac{AC.BE}{BC} = 3\sqrt{10}\ (cm)$.

- Nếu góc A tù thì $EC = AC + AE = 18\ (cm)$.

Xét $\Delta BEC$ có $BC = \sqrt{BE^2 + EC^2} = 6\sqrt{10}\ (cm)$.

Xét $\Delta ABC$ có $AH = \dfrac{AC \cdot BE}{BC} = \sqrt{10}\ (cm)$.

Vậy $AH = 3\sqrt{10}\ cm$ hoặc $AH = \sqrt{10}\ cm$

Câu V. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho đường thẳng $(d): y = x + m + 1$ và parabol $(P): y = x^2$, với m là tham số.

1. Tìm tọa độ các giao điểm của (d) và (P) khi $m = 1$.
2. Tìm m để (d) và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A, B$ khác O sao cho $OA \perp OB$.

**Lời giải:**

1. Khi $m = 1$ thì $(d): y = x + 2$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$x^2 = x + 2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Khi đó: $x = -1 \Rightarrow y = 1; x = 2 \Rightarrow y = 4$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(-1; 1), (2; 4)$

2. Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d):

$x^2 = x + m + 1 \Leftrightarrow x^2 - x - m - 1 = 0$

Ta có có (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow \Delta = 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{-5}{4}$.

Điều kiện $A, B \neq 0 \Leftrightarrow x_1x_2 = -m - 1 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -1$.

Giả sử $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$, Ta có $OA: y = ax;\ OB: y = bx$

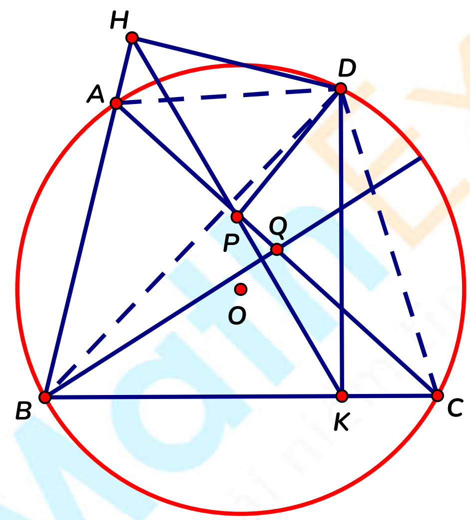
Nên $y_1 = ax_1 \Rightarrow a = \dfrac{y_1}{x_1} = \dfrac{x_1^2}{x_1} = x_1$; $y_2 = ax_2 \Rightarrow a = \dfrac{y_2}{x_2} = \dfrac{x_2^2}{x_2} = x_2$.

Từ đó $OA \perp OB \Leftrightarrow a \cdot b = -1 \Leftrightarrow x_1x_2 = -m - 1 = -1 \Leftrightarrow m = 0\ (tm)$.

**Câu VI.** Cho tứ giác $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn tâm O, ở đó $B, O, D$ không thẳng hàng. Gọi $H$ và $K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $D$ trên $AB$ và $BC$.

1. Chứng minh $DH.DC = DK.DA$ và $HK < AC$.
2. Gọi P và Q lần lượt là trung điểm của $HK$ và $AC$. Chứng minh $DP \perp PQ$.

**Lời giải:**




1. ABCD nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KBD} = \widehat{CAD};\ \widehat{BHD} = \widehat{BKD} = 90^\circ$

$\Rightarrow BKDH$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{KHD} = \widehat{KBD}$. Từ đó $\widehat{\mathrm{KHD}} = \widehat{\mathrm{CAD}}$.

Tương tự $\widehat{HKD} = \widehat{ACD}$ nên $\Delta DHK \#\ \Delta DAC \Rightarrow \dfrac{DH}{DA} = \dfrac{DK}{DC}$

$\Rightarrow DH.DC = DK.DA$.

Vì $B, O, D$ không thẳng hàng suy ra $H \neq A$, nên tồn tại tam giác $DAH$ vuông ở $H$ và ta có $DH < DA$.

Ta có $\Delta DHK \#\ \Delta DAC \Rightarrow \dfrac{HK}{AC} = \dfrac{DH}{DA} < 1 \Rightarrow HK < AC$.

2. Từ $\Delta DHK \#\ \Delta DAC$ và $HP = \dfrac{1}{2}HK,\ AQ = \dfrac{1}{2}AC$

Suy ra được $\Delta DHP \#\ \Delta DAQ \Rightarrow \widehat{HDP} = \widehat{ADQ}$ và $\dfrac{DH}{DA} = \dfrac{DP}{DQ}$.

Ta có $\widehat{HDP}=\widehat{ADQ}\Rightarrow \widehat{HDA}=\widehat{PDQ}; \dfrac{DH}{DA}=\dfrac{DP}{DQ}\Rightarrow \dfrac{DH}{DP}=\dfrac{DA}{DQ}$

Nên ta được $\Delta DPQ \# \ \Delta DHA$ suy ra $\widehat{DPQ}=\widehat{DHA}=90^\circ$ hay là $DP\perp PQ$.

Câu VII. Tìm $c$ để phương trình $x^4-4x^2+4cx-c^2=0$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Lời giải:

Đưa phương trình về $\left(x^2\right)^2-(2x-c)^2=0\Leftrightarrow \left(x^2-2x+c\right)\left(x^2+2x-c\right)=0\ \ (1)$.

Điều kiện (1) có đúng 3 nghiệm là $x^2-2x+c=0\ \ (2)$ và $x^2+2x-c=0$ (3) có 3 nghiệm riêng và chung phân biệt.

Ta thấy (2) và (3) có nghiệm chung $x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2-2x_0+c=0 \\ x_0^2+2x_0-c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=0 \\ c=x_0^2+2x_0=0 \end{cases}$.

Bởi vậy: khi $c=0$ thì chúng có nghiệm chung và chỉ có một nghiệm chung.
Khi $c\neq 0$ thì chúng không có nghiệm chung.

- (2) có 2 nghiệm, (3) có 1 nghiệm và chúng không có nghiệm chung:
  $\Delta_1=1+c>0,\ \Delta_2=1-c=0,\ c\neq 0\Leftrightarrow c>-1,\ c=1,\ c\neq 0\Leftrightarrow c=1$
- (2) có 1 nghiệm, (3) có 2 nghiệm và chúng không có nghiệm chung:
  $\Delta_1=1+c=0,\ \Delta_2=1-c>0,\ c\neq 0\Leftrightarrow c=-1,\ c<1,\ c\neq 0\Leftrightarrow c=-1;$
- (2) có 2 nghiệm, (3) có 2 nghiệm và chúng có 1 nghiệm chung:
  $\Delta_1=1+c>0,\ \Delta_2=1-c>0,\ c=0\Leftrightarrow c>-1,\ c<1,\ c=0\Leftrightarrow c=0.$

Kết luận: (1) có đúng 3 nghiệm khi và chỉ khi $c\in\{-1;\ 0;\ 1\}$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

| BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO<br>TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI<br>**ĐỀ CHÍNH THỨC** | ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10<br>THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH<br>**NĂM HỌC 2017 - 2018**<br>Môn: **TOÁN**<br>Thời gian làm bài: **90 phút** |
|---|---|

---

Câu I . Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{x+4}{x-4}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right):\left(\dfrac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$ với $0\le x\neq 4$.

1. Chứng tỏ rằng $P=\dfrac{2\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}$.

2. Tìm x để $P.\sqrt{x}=\dfrac{2}{3}$.

**Lời giải:**

1. Với $0\le x\ne 4,$ ta có:

$$P=\left(\frac{x+4}{x-4}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}\right):\left(\frac{2\sqrt{x}}{x-2\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)=\left(\frac{x+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}\right):\left(\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$$

2. Với $0<x\ne 4,$ $P.\sqrt{x}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow\dfrac{2x}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{2}{3}\Leftrightarrow 3x=\sqrt{x}+2\Leftrightarrow 3(\sqrt{x})^2-\sqrt{x}-2=0$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-1\right)\left(3\sqrt{x}+2\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{x}-1=0$ (vì $3\sqrt{x}+2>0$) $\Rightarrow\sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1$ (tm).

Vậy $x=1$.

**Câu II .** Giải phương trình $\dfrac{5}{x^2-2x+2}-\dfrac{8}{x^2-3x+5}=3$.

**Lời giải:**

Đặt $x^2-2x+2=t$ được $\dfrac{5}{t}+\dfrac{8}{t+3}=3;\ t\ne 0;-3$.

Khi đó phương trình trở thành $t^2+4t-5=0\Leftrightarrow(t-1)(t+5)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=-5\end{array}\right.$.

Với $t=1\Leftrightarrow x^2-2x+2=1\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow x=1$.

Với $t=-5\Leftrightarrow x^2-2x+2=-5\Leftrightarrow x^2-2x+7=0$ vô nghiệm.

Vậy $x=1$.

**Câu III .** Trong chuyến du lịch hè năm nay, bằng phương tiện máy bay; một gia đình có 2 người lớn và 2 trẻ em mua vé hết 3.700.000 đồng; một gia đình khác có 4 người lớn và 3 trẻ em mua vé hết 6.750.000 đồng. Hỏi giá vé máy bay của một người lớn và giá vé máy báy của một trẻ em là bao nhiêu?

**Lời giải:**

Gọi $x,\ y$ (đồng) lần lượt là giá vé máy bay của một người lớn, của một trẻ em $(x>0;\ y>0)$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình: $\begin{cases}2x+2y=3700000\\4x+3y=6750000\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}4x+4y=7400000\\4x+3y=6750000\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2x+2y=3700000\\y=650000\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1200000\\y=650000\end{cases}$

Vậy giá vé máy bay của một người lớn là 1200000 đồng và giá vé máy bay của một trẻ em là 650000 đồng.

Câu IV. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d_1: y = 2x + 1$; $d_2: y = -x - 5$ và $d_3: y = mx + 3m - 1$. Tìm $m$ để 3 đường thẳng đã cho đồng quy.

Lời giải:

Để ba đường thẳng này cắt nhau thì $m \neq 2$ và $m \neq -1$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $d_1$, $d_2$ ta có: $y = 2x + 1 = -x - 5$

$\Rightarrow 3x = -6 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow y = -x - 5 = -(-2) - 5 = -3$

Như vậy $d_1$, $d_2$ giao nhau tại điểm có tọa độ $(-2; -3)$

Để ba đường thẳng này đồng quy thì $d_3$ phải đi qua điểm $(-2; -3)$

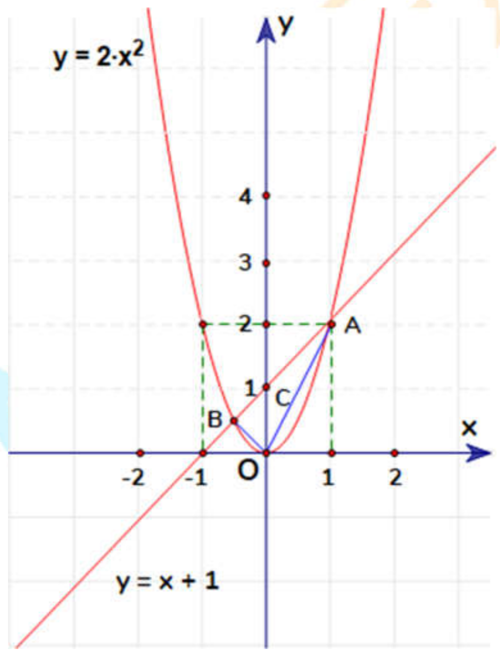
Suy ra $-3 = m.(-2) + 3m - 1 \Rightarrow m = -2$

Vậy với $m = -2$ thì ba đường thẳng này đồng quy.

Câu V. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: y = x + 1$ và parabol $(P): y = 2x^2$. Tìm tọa độ giao điểm của d và (P). Gọi A và B là hai giao điểm của (d) và $(P)$. Tính diện tích của tam giác OAB.

Lời giải:

HS tự lập bảng để vẽ đường thẳng $d: y = x + 1$ và parabol $(P): y = 2x^2$.




Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

$$y = 2x^2 = x + 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x+1) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = 2 \\ y = \dfrac{1}{2} \end{array}\right.$$

(d) và (P) giao nhau tại 2 điểm có tọa độ $A(1; 2)$; $B\left(-\dfrac{1}{2}; \dfrac{1}{2}\right)$.

Gọi giao điểm của d với Oy là C $(0; 1)$. Ta có:

$$S_{OAB}=S_{OBC}+S_{OAC}=\frac{1}{2}|x_B|.|y_C|+\frac{1}{2}|x_A|.|y_C|=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1+\frac{1}{2}.1.1=\frac{3}{4} \text{ (đvdt)}$$

Vậy diện tích tam giác AOB bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).

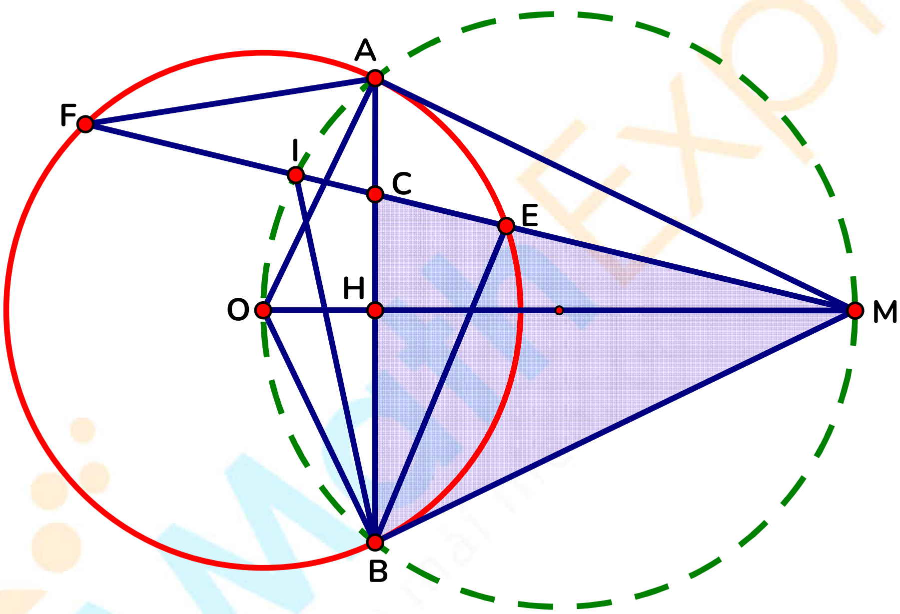
**Câu VI.** Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M nằm ngoài đường tròn. Kẻ hai tiếp tuyến MA và MB đến đường tròn (A, B là hai tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của MO và AB.

1.Chứng minh $AB^2=4MH.HO$

2.Điểm C là trung điểm của AH. Đường thẳng MC cắt đường tròn tại hai điểm $E,F$ ($E$ nằm giữa M và F). Điểm I là trung điểm của EF. Chứng minh tứ giác MAIB nội tiếp và $IB=3IA$.

3.Chứng minh rằng: $\frac{CE}{CI}=\frac{CM}{CF}$.

**Lời giải:**




1. Đường tròn (O) có hai tiếp tuyến MA, MB, mà AB cắt OM tại H

Nên $AB\perp OM$ tại H và $H$ là trung điểm của AB

Xét $\Delta OAM$ vuông tại A có AH là đường cao $\Rightarrow AH^2=OH.HM$ (hệ thức lượng)

Mà H là trung điểm của AB nên $AH=\frac{1}{2}AB\Rightarrow AB^2=4AH^2=4OH.HM$ (đpcm)

2. Ta có $\widehat{OAM}=\widehat{OBM}=90^\circ$ và $\widehat{OIM}=90^\circ$

Nên A, I, B cùng nằm trên một đường tròn đường kính OM, nghĩa là tứ giác MAIB nội tiếp.

$\Rightarrow \widehat{AIM}=\frac{1}{2}sd\,\overset{\frown}{AM}=\frac{1}{2}sd\,\overset{\frown}{BM}=\widehat{BIM}$ (góc nội tiếp). Suy ra IC là tia phân giác của góc AIB.

Suy ra $\frac{IB}{IA}=\frac{CB}{CA}=3$ (Do H là trung điểm của AB, C là trung điểm của AH)

$\Rightarrow IB=3IA$ (đpcm).

3. Xét $\Delta CAF$ và $\Delta CEB$ có:

$\widehat{AFC}=\widehat{EBC}$ (cùng chắn cung AE của (O)); $\widehat{ACF}=\widehat{ECB}$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta CAF \,\#\, \Delta CEB \Leftrightarrow \frac{CA}{CE}=\frac{CF}{CB}$ nên $CACB=CECF$.

Có: $\widehat{IAC}=\widehat{BMC}$ (cùng chắn cung IB của đường tròn đường kính OM), $\widehat{ACI}=\widehat{MCB}$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow \Delta CAI \,\#\, \Delta CMB \Rightarrow \frac{CA}{CM}=\frac{CI}{CB}\Rightarrow CA.CB=CM.CI$.

Từ đó ta được: $CE.CF=CM.CI\left(=CA.CB\right)\Rightarrow \frac{CE}{CI}=\frac{CM}{CF}$ (đpcm).

**Câu VII.** Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{9}{4-x}+\frac{4}{x}$ với $0<x<4$.

**Lời giải:**

Xét $B=\frac{9x}{4-x}+\frac{4(4-x)}{x}\ge 2\sqrt{\frac{9x}{4-x}.\frac{4(4-x)}{x}}=12$

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{9x}{4-x}=\frac{4(4-x)}{x}\Rightarrow x=\frac{5}{8}$.

Xét $4A-B=\frac{36}{4-x}+\frac{16}{x}-\left[\frac{9x}{4-x}+\frac{4(4-x)}{x}\right]=\frac{36-9x}{4-x}+\frac{4x}{x}=9+4=13$

$\Rightarrow 4A=13+B\ge 13+12=25\Rightarrow A\ge \frac{25}{4}$

Vậy GTNN của A bằng $\frac{25}{4}$ khi $x=\frac{5}{8}$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

**NĂM HỌC 2018 - 2019**

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

---

Câu I . Cho biểu thức $P=\left(2-\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+\frac{6\sqrt{x}+8}{x-4}\right)$ với $0\le x\ne 4$.

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tìm các giá trị của x để $P<\frac{1}{2}$.

Lời giải:

1. Với $0\le x\ne 4$ ta có:

$$P=\left(2-\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}+\frac{6\sqrt{x}+8}{x-4}\right)$$

$$P=\frac{2\left(\sqrt{x}+1\right)-\left(2\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1}:\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)-\left(\sqrt{x}+2\right)^2+6\sqrt{x}+8}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$P=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{x-\sqrt{x}-2-\left(x+4\sqrt{x}+4\right)+6\sqrt{x}+8}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$P=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}:\frac{1}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$$

b) Ta có: $P<\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}<\frac{1}{2}\Leftrightarrow\frac{\sqrt{x}-5}{2\left(\sqrt{x}+1\right)}<0\Leftrightarrow\sqrt{x}-5<0\Leftrightarrow x<25$

Vậy $0\le x<25; x\ne 4$.

Câu II . Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): y=2mx+1$ (m là tham số) và parabol $(P): y=x^2$

1. Chứng minh rằng khi m thay đổi, đường thẳng (d) luôn đi qua điểm A cố định thuộc trục tung Oy và đường thẳng (d) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt.

2. Gọi M, N là hai giao điểm của (d) và $(P)$; $B, C$ lần lượt là hình chiếu của M, N trên trục hoành $Ox$. Chứng minh rằng $OB\cdot OC=OA^2$ và tam giác ABC vuông ở A.

Lời giải:

1. Điểm A thuộc trục tung nên A có tọa độ $A(0;\, b)$

$A(0;\, b)$ thuộc đồ thị của hàm số (d) nên ta có: $(d): b=2m.0+1\Rightarrow b=1$

Vậy khi m thay đổi, đường thẳng (d) luôn đi qua điểm $A(0;\, 1)$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d): $x^2=2mx+1\Leftrightarrow x^2-2mx-1=0$

Có: $\Delta'=m^2+1>0, \forall m$ nên (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt.

2. Ta thấy (1) có hai nghiệm $x_1, x_2\ (x_1<0<x_2)$ lần lượt là hoành độ của $M, N$

Nên $B(x_1;0)$, $C(x_2;0)$ và $O(0;0)$. Do đó $OB.OC = |x_1|\cdot|x_2| = |x_1x_2| = |-1| = 1 = OA^2$.

Xét $\Delta OAB$ vuông tại O và $\Delta OCA$ vuông tại O có: $\frac{OA}{OB} = \frac{OC}{OA}$ (vì $OA^2 = OB.OC$)

$\Rightarrow \Delta OAB \# \ \Delta OCA\ (c.g.c)$

Từ đó suy ra $\widehat{OAB} = \widehat{OCA} \Rightarrow \widehat{BAC} = \widehat{OAB} + \widehat{OAC} = \widehat{OCA} + \widehat{OAC} = 90^\circ$

Suy ra $\triangle ABC$ vuông ở $A$.

Chú ý: Có thể chứng minh $\triangle ABC$ vuông ở $A$ bằng cách: Chứng minh $AB^2 + AC^2 = BC^2$ hoặc chứng minh hai đường thẳng $AB$ và $AC$ có tích hai hệ số góc bằng -1 .

**Câu III.** Giải phương trình $\frac{x^2 - 4x + 3}{2x} + \frac{x^2 + 12x + 3}{x^2 + 3} = 4$.

**Lời giải:**

Điều kiện $x \neq 0$. Đưa phương trình về $\frac{x^2 + 3}{2x} - 2 + \frac{12x}{x^2 + 3} + 1 = 4$.

Đặt $\frac{x^2 + 3}{2x} = t \neq 0 \Rightarrow t + \frac{6}{t} = 5 \Leftrightarrow t^2 - 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow t = 2; t = 3$.

$+t = 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1; x = 3$

$t = 3 \Rightarrow x^2 - 6x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \pm \sqrt{6}$.

Vậy $x \in \left\{1;\ 3;\ 3 \pm \sqrt{6}\right\}$.

**Câu IV.** Lúc 6 giờ sáng, ô tô chở đoàn từ thiện xuất phát từ trường Nguyễn Tất Thành lên Hà Giang cách trường 250 km với vận tốc không đổi và thời gian dự định. Đi được 3 giờ xe phải dừng lại 30 phút để đoàn nghỉ giải lao, bởi vậy trên quãng đường còn lại, lái xe đã tăng vận tốc thêm 10 km/h so với vận tốc ban đầu. Xe đến Hà Giang muộn 10 phút so với thời gian dự định. Hỏi đoàn đã đến Hà Giang lúc mấy giờ?

**Lời giải:**

Gọi $x$ (km/h) là vận tốc lúc đầu của ô tô $(x > 0)$.

Theo đề bài, ta có phương trình $3 + \frac{1}{2} + \frac{250 - 3x}{x + 10} = \frac{250}{x} + \frac{1}{6}$

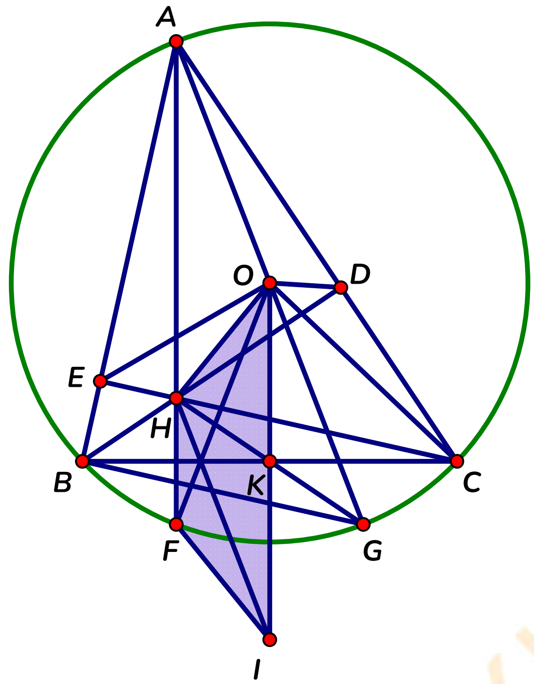
$\Leftrightarrow \frac{10}{3} + \frac{250 - 3x}{x + 10} = \frac{250}{x} \Leftrightarrow x^2 + 100x - 7500 = 0 \Leftrightarrow x = 50; x = -150$

Với $x = 50$ có thời gian đi $\frac{250}{50} + \frac{1}{6} = 5\frac{1}{6}$ (giờ) nên thời điểm đến Hà Giang là 11 giờ 10 phút.

**Câu V.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O bán kính R, có $\widehat{BAC} = 45^\circ$, đường cao $BD$ và $AB < AC$.

1. Chứng minh rằng tứ giác $BCDO$ nội tiếp và $AB^2 + 2CD^2 = 4R^2$.
2. Giả sử đường cao $CE$ của tam giác $ABC$ cắt đường cao $BD$ tại H và I là điểm đối xứng của O qua BC. Tính độ dài đoạn HI theo R.
3. Chứng minh rằng O là trực tâm của tam giác $ADE$.

**Lời giải:**




1. Ta có: $\triangle DAB$ vuông cân tại D nên $AB^2 = 2BD^2$;

$\triangle OBC$ vuông cân tại O nên $BC^2 = 2OC^2 = 2R^2$.

Do đó $AB^2 + 2CD^2 = 2BD^2 + 2CD^2 = 2(BD^2 + CD^2) = 2BC^2 = 4R^2$ (do $\triangle DBC$ vuông ở D).

2. Cách 1:

Gọi G là điểm đối xứng của A qua O và K là giao điểm của OI với BC.

Ta có $BH//GC$ (vì cùng vuông góc với $AC$) và $CH//GB$ (vì cùng vuông góc với $AB$ )

Suy ra $BHCG$ là hình bình hành, suy ra K là trung điểm của đoan thẳng HG.

Từ đó OK là đường trung bình của $\triangle GAH \Rightarrow AH = 2OK = OI$.

Ta có $AH//OI$ (vì cùng vuông góc với BC ) và $AH = OI$ suy ra AHIO là hình bình hành.

Từ đó ta được $IH = OA = R$.

Cách 2. Tia AH cắt $(O)$ ở F, ta chứng minh được H, F đối xứng nhau qua BC

Suy ra được tứ giác HFIO là hình thang cân. Do đó $HI = OF = R$.

3. Tứ giác BCDO nội tiếp nên $\widehat{BDO} = \widehat{BCO} = 45^\circ$ (vì $\triangle OBC$ vuông cân tại $O$ ).

Ta có $\widehat{ADB} = 90^\circ; \widehat{BDO} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ADO} = 45^\circ$ nên DO là tia phângiác của góc ADB.

Vì tam giác ADB cân tại D nên DO là đường cao, nghĩa là $DO \perp AE$.

Hoàn toàn tương tự có $EO \perp AD$ nên O là trực tâm của tam giác ADE.

**Câu VI.**

1. Tìm các số nguyên $x, y$ thỏa mãn $x^2 + 5y^2 + 2xy - 2x + 2y < 0$.

2. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a^2 + b^2 + 36 = 9(a+b)$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = a^2 + b^2$.

**Lời giải:**

1. Ta có $x^2+5y^2+2xy-2x+2y<0 \Leftrightarrow (x+y-1)^2+(2y+1)^2<2$.

Vì $(x+y-1)^2,(2y+1)^2$ là hai số tự nhiên có tổng nhỏ hơn 2 và $(2y+1)^2$ là một số lẻ nên:

$$\begin{cases}(x+y-1)^2=0\\(2y+1)^2=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+y-1=0\\2y+1=1 \vee 2y+1=-1\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x;y)=(1;0)\\(x;y)=(2;-1)\end{array}\right.$$

2. Ta có $\mathrm{a}^2+\mathrm{b}^2+36=9(\mathrm{a}+\mathrm{b}) \Rightarrow 2\left(\mathrm{a}^2+\mathrm{b}^2\right)-18(\mathrm{a}+\mathrm{b})+72=0$

Lại có $a^2+b^2 \geq 2ab \Rightarrow 2\left(a^2+b^2\right) \geq (a+b)^2$ nên:

$$0=2\left(a^2+b^2\right)-18(a+b)+72 \geq (a+b)^2-18(a+b)+72$$

$$(a+b)^2-18(a+b)+72 \leq 0 \Leftrightarrow (a+b-6)(a+b-12) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}a+b-6 \geq 0\\a+b-12 \leq 0\end{cases} \text{ và } \begin{cases}a+b-6 \leq 0\\a+b-12 \geq 0\end{cases} \Leftrightarrow 6 \leq a+b \leq 12$$

$$6 \leq a+b \leq 12 \Rightarrow 6 \leq \frac{a^2+b^2}{9}+4 \leq 12 \Rightarrow 2 \leq \frac{a^2+b^2}{9} \leq 8 \Rightarrow 18 \leq M=a^2+b^2 \leq 72$$

Ta thấy $\mathrm{a}=\mathrm{b}=3$ thỏa mãn giả thiết và $\mathrm{M}=18$. Vậy $\mathrm{GTNN}(\mathrm{M})=18$

$\mathrm{a}=\mathrm{b}=6$ thỏa mãn giả thiết và $\mathrm{M}=72$. Vậy $\mathrm{GTLN}(\mathrm{M})=72$.

Chú ý: Có thể chứng minh $6 \leq \mathrm{a}+\mathrm{b} \leq 12$ như sau.

Ta có $a^2+b^2+36=9(a+b) \Rightarrow a^2-9a+\frac{81}{4}+b^2-9b+\frac{81}{4}=\frac{9}{2} \Rightarrow 2\left(a-\frac{9}{2}\right)^2+2\left(a-\frac{9}{2}\right)^2=9$.

Sử dụng $(x+y)^2 \leq 2\left(x^2+y^2\right)$ ta được $\left(a-\frac{9}{2}+b-\frac{9}{2}\right)^2 \leq 2\left(a-\frac{9}{2}\right)^2+2\left(b-\frac{9}{2}\right)^2=9$

Cho nên $(a+b-9)^2 \leq 9 \Rightarrow |a+b-9| \leq 3 \Rightarrow -3 \leq a+b-9 \leq 3 \Rightarrow 6 \leq a+b \leq 12$.

-------------------------------- HẾT --------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

**NĂM HỌC 2019 - 2020**

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

---

Câu I . Cho biểu thức $P=\left(\dfrac{2+\sqrt{x}}{1-2\sqrt{x}}-\dfrac{2-\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}}\right):\left(1+\dfrac{1+6x}{1-4x}\right)$ với $0\le x\ne\dfrac{1}{4}$.

1. Chứng minh rằng $P=\dfrac{5\sqrt{x}}{x+1}$.

2. Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức P.

**Lời giải:**

1. Ta có $P=\dfrac{10\sqrt{x}}{1-4x}:\dfrac{2(x+1)}{1-4x}=\dfrac{10\sqrt{x}}{1-4x}\times\dfrac{1-4x}{2(x+1)}=\dfrac{5\sqrt{x}}{x+1}$.

2.

* Ta có $x\ge 0\Rightarrow P=\dfrac{5\sqrt{x}}{x+1}\ge 0$. Lại có $P=0$ khi $x=0$ nên ta có $\min(P)=0$.

* Ta có $x\ge 0\Rightarrow x+1\ge 2\sqrt{x}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}\le\dfrac{1}{2}\Rightarrow P=\dfrac{5\sqrt{x}}{x+1}\le\dfrac{5}{2}$. Vậy $\max(P)=\dfrac{5}{2}$ khi $x=1$.

Câu II . Tìm $m$ để phương trình $x^2+mx-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1,x_2$ thỏa mãn:

$$\left[x_1^2+(m-1)x_1+5\right]\left[x_2^2+(m-1)x_2+5\right]=-1.$$

**Lời giải:**

Theo Vi-ét $x_1+x_2=-m, x_1\cdot x_2=-1$. Ta co $\left[x_1^2+(m-1)x_1+5\right]x_2^2+(m-1)x_2+5\right]=-1$

$\Leftrightarrow\left[\left(x_1^2+mx_1-1\right)+\left(-x_1+6\right)\right]\left[\left(x_2^2+mx_2-1\right)+\left(-x_2+6\right)\right]=-1\Leftrightarrow(-x_1+6)(-x_2+6)=-1$

$\Leftrightarrow x_1x_2-6(x_1+x_2)+36=-1\Leftrightarrow 6m+35=-1\Leftrightarrow m=-6$.

Câu III. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d): y=(m-1)x+4$ ( $m$ là tham số) và parabol $(P): y=\dfrac{1}{2}x^2$.

1. Tìm tọa độ giao điểm của (d) và $(P)$ khi $m=2$.

2. Tìm các giá trị của $m$ để (d) cắt $(P)$ tại các điểm có hoành độ và tung đều là những số nguyên.

**Lời giải:**

1. Khi $m=2$ phương trình hoành độ giao điểm là $x^2-2x-8=0\Leftrightarrow x=-2; x=4$.

Ta được $x=-2\Rightarrow y=2\Rightarrow A(-2;2); x=4\Rightarrow y=8\Rightarrow B(4;8)$.

2. Giao điểm $(x;y)$ với $x\in Z, y=\dfrac{1}{2}x^2\in Z$ nên $x$ phải là số nguyên chẵn.

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2-2(m-1)x-8=0$ luôn có hai nghiệm trái dấu

$x_1<0<x_2, x_1+x_2=2(m-1), x_1\cdot x_2=-8$. Với $x_1,x_2$ là các số nguyên chẵn.

Suy ra $(x_1;x_2)=(-2;4),(-4;2)$.

+) $(x_1;x_2)=(-2;4)\Rightarrow m=\dfrac{x_1+x_2}{2}+1=2$;

+) $(x_1;x_2)=(-4;2)\Rightarrow m=0$.

**Câu IV.** Nhà bạn An và bạn Bình cách trường THCS&THPT Nguyễn Tất Thành $10$ km. Hôm bế giảng, hai bạn cùng đi tới trường, vận tốc trung bình đi đến trường của bạn An lớn hơn vận tốc đi đến trường của bạn Bình là $3$ km/h. Biết rằng nếu bạn Bình xuất phát trước bạn An đúng 10 phút thì cả hai bạn sẽ đến trường cùng lúc. Hỏi mỗi bạn phải đi lúc mấy giờ để đến trường đúng 7 giờ 30 phút cùng ngày?

**Lời giải:**

Gọi $t_A$ là thời gian An đi từ nhà đến trường, $t_B$ là thời gian Bình đi từ nhà đến trường.

Đổi 10 phút $=\dfrac{1}{6}$ giờ.

Theo bài ra ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} t_B-t_A=1/6 \\ \dfrac{10}{t_A}-\dfrac{10}{t_B}=3 \end{cases} \Rightarrow 18t_A^2+3t_A-10=0\Leftrightarrow(3t_A-2)(6t_A+5)=0$$

Với $6t_A+5=0\Rightarrow t_A=\dfrac{-5}{6}<0$ (loại)

Với $3t_A-2=0\Rightarrow t_A=\dfrac{2}{3}$ (thỏa mãn), suy ra $t_B=\dfrac{1}{6}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{5}{6}$.

Ta có: $t_A=\dfrac{2}{3}$ (giờ) $=40$ (phút), $t_B=\dfrac{5}{6}$ (giờ) $=50$ (phút).

Vì cả hai bạn cùng đến trường lúc 7 giờ 30 phút và 7 giờ 30 phút $-$ 40 phút $=6$ giờ 50 phút; 7 giờ 30 phút $-$ 50 phút $=6$ giờ 40 phút nên An đi lúc 6 giờ 50 phút và Bình đi lúc 6 giờ 40 phút.

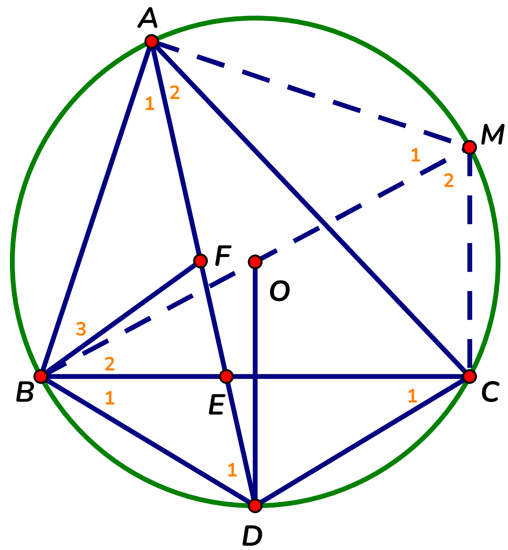
**Câu V.** Cho tam giác $ABC$ nội tiếp đường tròn tâm $O$ bán kính $R$.

1. Giả sử tam giác $ABC$ có $\widehat{BAC}=60^\circ$ và $\widehat{ACB}=45^\circ$. Vẽ đường kính $BM$ của đường tròn $(O;R)$. Tính diện tích tứ giác $ABCM$ theo $R$.

2. Đường phân giác trong của góc $\widehat{BAC}$ cắt cạnh $BC$ tại $E$ và cắt đường tròn ở điểm $D$ khác $A$. Chứng minh rằng $AD\cdot AE=AB\cdot AC$ và $DA\cdot DE=DB^2$.

3. Trên đoạn $AD$ lấy điểm $F$ sao cho $DF=DB$. Chứng minh rằng $BF$ là tia phân giác góc $ABC$.

**Lời giải:**




1. Xét $\triangle MAB$ vuông ở $A$, $BM = 2R$, $\widehat{M_1} = \hat{C} = 45^\circ$ nên:

$AB = BM.\sin 45^\circ = R\sqrt{2}$ và $MA = BM.\cos 45^\circ = R\sqrt{2}$.

Xét $\triangle \mathrm{MBC}$ vuông ở C, $\mathrm{BM} = 2\mathrm{R}$, $\widehat{\mathrm{M}_2} = \hat{\mathrm{A}} = 60^\circ$ nên:

$BC = BM.\sin 60^\circ = R\sqrt{3}$ và $MC = BM\ \cos 60^\circ = R$.

Diện tích tứ giác ABCM là:

$$S = S_{ABM} + S_{ACM} = \frac{1}{2}(AB \cdot AM + CB \cdot CM) = \frac{1}{2}\left(2+\sqrt{3}\right)R^2.$$

2. Ta có $\widehat{\mathrm{A}_1} = \widehat{\mathrm{A}_2}$, $\widehat{\mathrm{ABE}} = \widehat{\mathrm{ADC}}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$)

nên $\triangle \mathrm{ABE} \# \ \triangle \mathrm{ADC} \Rightarrow \dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AD}} = \dfrac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AC}} \Rightarrow \mathrm{AD} \cdot \mathrm{AE} = \mathrm{AB} \cdot \mathrm{AC}$.

+) $\widehat{A_1} = \widehat{A_2} = \widehat{B_1}$ (cùng chắn $\overset{\frown}{DC}$), $\widehat{\mathrm{D}_1}$ chung

$\Rightarrow \triangle \mathrm{ABD} \# \ \triangle \mathrm{BED} \Rightarrow \dfrac{\mathrm{DA}}{\mathrm{DB}} = \dfrac{\mathrm{DB}}{\mathrm{DE}} \Rightarrow \mathrm{DA} \cdot \mathrm{DE} = \mathrm{DB}^2$.

3. Ta có $\mathrm{DF} = \mathrm{DB} \Rightarrow \widehat{\mathrm{BFD}} = \widehat{\mathrm{BBD}}$; $\widehat{\mathrm{BFD}} = \widehat{\mathrm{A}_1} + \widehat{\mathrm{B}_3} \Rightarrow \widehat{\mathrm{B}_3} = \widehat{\mathrm{BFD}} - \widehat{\mathrm{A}_1} = \widehat{\mathrm{BFD}} - \widehat{\mathrm{A}_2}$;

$\Rightarrow \widehat{\mathrm{B}_3} = \widehat{\mathrm{BFD}} - \widehat{\mathrm{B}_1} \Rightarrow \widehat{\mathrm{B}_3} = \widehat{\mathrm{FBD}} - \widehat{\mathrm{B}_1} = \widehat{\mathrm{B}_2}$

**Câu VI.** 1. Giải phương trình $x^2 - 2x + 4 - 2\sqrt{x^3 - 1} = 0$.

2. Cho 10 ô được đánh số thứ tự từ 1 đến 10 (như hình vẽ ở dưới)

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) |

Bạn Nguyên điền 10 số tự nhiên liên tiếp vào 10 ô đó (mỗi ô chỉ điền một số và không nhất thiết thứ tự tăng hay giảm dần). Sau đó, trên mỗi ô, bạn cộng số được điền trên đó với số thứ tự của ô. Chứng minh rằng trong 10 tổng bạn Nguyên nhận được, có ít nhất hai tổng mà chữ số tận cùng giống nhau.

**Lời giải:**

1. Điều kiện $x \geq 1$. Đưa về $(x^2+x+1)-3(x-1)-2\sqrt{(x-1)(x^2+x+1)}=0$

$\Leftrightarrow 3\left(\frac{x-1}{x^2+x+1}\right)+2\sqrt{\frac{x-1}{x^2+x+1}}-1=0 \Leftrightarrow 3t^2+2t-1=0,\ t=\sqrt{\frac{x-1}{x^2+x+1}}\geq 0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{x-1}{x^2+x+1}}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2-8x+10=0 \Leftrightarrow x=4\pm\sqrt{6}$ (thỏa mãn).

Chú ý:

- Có thể đặt $a=\sqrt{x^2+x+1}>0,\ b=\sqrt{x-1}\geq 0$, ta được:

$a^2-2ab-3b^2=0 \Leftrightarrow (a+b)(a-3b)=0 \Leftrightarrow a-3b=0 \Leftrightarrow a=3b$

$\Leftrightarrow \sqrt{x^2+x+1}=3\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x^2-8x+10=0 \Leftrightarrow x=4\pm\sqrt{6}$ (thỏa mãn)

- Với điều kiện $x\geq 1$. Đưa về $x^2-2x+4=2\sqrt{x^3-1}$, bình phương hai vế được:

$x^4-8x^3+12x^2-16x+20=0 \Leftrightarrow (x+2)(x^2-8x+10)=0 \Leftrightarrow x^2-8x+10=0$ (vì $x\geq 1$

Nên $x+2>0 \Leftrightarrow x=4\pm\sqrt{6}$.

2. Gọi 10 số tự nhiên liên tiếp mà bạn Nguyên dùng là $a, a+1, \ldots, a+9$.

Kí hiệu $a_1, a_2, \ldots, a_{10}$ là các số tự nhiên mà bạn Nguyên điền vào các ô thứ $1, 2, \ldots, 10$.

Giả sử 10 tổng $a_1+1, a_2+2, \ldots, a_{10}+10$ không có chung số tận cùng.

Khi đó các số tận cùng của 10 tổng đó sẽ là đủ 10 chữ số $0, 1, \ldots, 9$.

Vậy tổng của 10 tổng bạn Nguyên thu được có số tận cùng là chữ số tận cùng của tổng:

$$0+1+\ldots+9(=45).$$

Từ đó suy ra tổng có tận cùng là 5 . Điều này vô lý vì tổng đó có chữ số tận cùng là 0 .

$$a+(a+1)+\ldots+(a+9)+(1+2+\ldots+10)=10.a+45+55=10a+110$$

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10
THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH
**NĂM HỌC 2020 - 2021**
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Đáp án | $A=1+\sqrt{x}$ | $E=3$ | 15 | $6\pi$ |

## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 5. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=2(m-1)x-m(m+2)$ (với $m$ là tham số). Tìm các giá trị của $m$ để đường thẳng $(d)$ cắt parabol $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1(3-x_2)+x_2(3-x_1)+10=0$.

**Lời giải:**

Xét PT hoành độ giao điểm $x^2=2(m-1)x-m(m+2) \Rightarrow x^2-2(m-1)x+m(m+2)=0$ (*)

$\left(a=1\neq 0;\ b=-2(m-1);\ c=m(m+2);\ b'=-(m-1)\right)$

$\Delta'=(m-1)^2-m(m+2)=1-4m$.

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì PT luôn có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m<\dfrac{1}{4}$

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2m-2 \\ x_1x_2=m(m+2) \end{cases}$

Ta có $x_1(3-x_2)+x_2(3-x_1)+10=0 \Leftrightarrow 3(x_1+x_2)-2x_1x_2+10=0$

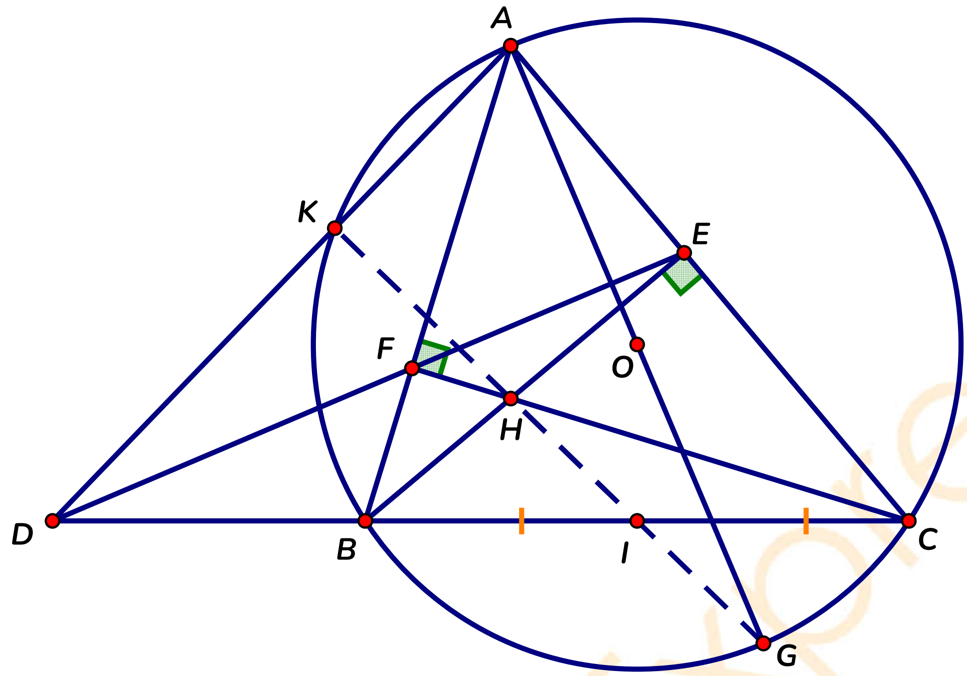
$$\Rightarrow 3(2m-2)-2(m^2+2m)+10=0 \Leftrightarrow -2m^2+2m+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1\ (tm) \\ m=2\quad (ktm) \end{array}\right.$$

Vậy với $m=-1$ thì thỏa mãn yêu cầu đề bài.

**Câu 6. (3,0 điểm).** Cho tam giác $ABC$ nhọn với $AB<AC$ và nội tiếp đường tròn tâm $O$. Hai đường cao $BE$ và $CF$ của tam giác $ABC$ cắt nhau tại $H$.

1. Chứng minh các tứ giác $AEHF$ và $BCEF$ là những tứ giác nội tiếp.
2. Gọi $D$ là giao điểm của hai đường thẳng $EF$ và $BC$; gọi $K$ là giao điểm khác $A$ của đường thẳng $AD$ với đường tròn $(O)$. Chứng minh $DK.DA=DB.DC$ và $DE.DF=DB.DC$.
3. Chứng minh $K$ thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ và đường thẳng $HK$ đi qua trung điểm $I$ của cạnh $BC$.

**Lời giải:**




1.

* Xét tứ giác AEHF có:

$\widehat{AEH}=\widehat{AFH}=90^\circ\ \left(BE\perp AC;\ CF\perp AB\right)$

Mà hai góc ở vị trí đối nhau

Vậy tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn đường kính AH

* Xét tứ giác BCEF có: $\widehat{BEC}=\widehat{CFB}=90^\circ\ \left(BE\perp AC;\ CF\perp AB\right)$

Hai góc cùng nhình cạnh BC dưới một góc bằng $90^\circ$

Vậy tứ giác BCEF nội tiếp đường tròn đường kính BC.

2. Phương tích của điểm D với $\left(\text{O}\right)$ có $DK.DA=DB.DC$

Phương tích của điểm D với đường tròn ngoại tiếp $BCEF$ có $DE.DF=DB.DC$

3. Vì $DK.DA=DE,DF$ nên $A,E,F,K$ cũng thuộc một đường tròn (phương tích đảo).

Mà $AEHF$ là tứ giác nội tiếp nên K thuộc đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$ .

Vẽ đường kính AG . Chứng minh được $BHCG$ là hình bình hành

Nên $HG$ cắt $BC$ tại I là tạ BC (tc)

Vì $K$ thuộc (O) đường kính $AG$ nên $\widehat{AKG}=90^\circ$

Vì K thuộc đường tròn ngoại tiếp AEHF có đường kính $AH$

Nên $\widehat{AKH}=90^\circ\Rightarrow K,H,G$ thẳng hàng.

Vậy HK đi qua trung điểm I của BC.

**Câu 7. (1,0 điểm).**

1. Cho hai số $a$ và $b$ thỏa mãn $a^3+2a=b^3+2b$. Chứng minh rằng $a=b$.
2. Giải phương trình $x^3+(x-8)\sqrt{6-x}+2x=0$.

**Lời giải:**

1. $\mathrm{a}^3+2\mathrm{a}=\mathrm{b}^3+2\,\mathrm{b}\Leftrightarrow \mathrm{a}^3-\mathrm{b}^3+2(\mathrm{a}-\mathrm{b})=0\Leftrightarrow(\mathrm{a}-\mathrm{b})(\mathrm{a}^2+\mathrm{ab}+\mathrm{b}^2+2)=0$

Mà $a^2+ab+b^2+2=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2+\frac{3b^2}{4}+2>0,\ \forall a,b\Rightarrow a=b\,(dpcm)$

2) $x^3+(x-8)\sqrt{6-x}+2x=0\ (dk: x\le 6)\Leftrightarrow(x-8)\left(\sqrt{6-x}-2\right)+x^3+4x-16=0$

$\Leftrightarrow(x-8)\cdot\frac{6-x-4}{\sqrt{6-x}+2}+(x-2)(x^2+2x+8)=0\Leftrightarrow(x-2)\left(\frac{8-x}{\sqrt{6-x}+2}+x^2+2x+8\right)=0$

Vì $x\le 6$ nên $8-x>0\Rightarrow\frac{8-x}{\sqrt{6-x}+2}>0$ và $x^2+2x+8=(x+1)^2+7>0\Rightarrow x-2=0$

$\Rightarrow x=2$ (tmdk)

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề 101

# ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: **TOÁN**
Thời gian làm bài: **90 phút**

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Đáp án | $P=1$ | $M=16$ | $E=21$ | $OH.OK=16$ |
| Câu | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Đáp án | Vận tốc xe hai là 50 km/h | $h=52m$ | $R=\dfrac{75}{8}=9,375(\text{ cm})$ | Giá tiền là 94.000 đồng |

## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 9. (2,0 điểm).** Cho $a>b>0$. Xét biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{a-b}-\dfrac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

a) Rút gọn biểu thức $P$.

b) Biết $(a-1)(b-1)+2\sqrt{ab}=1$, hãy tính giá trị của biểu thức $P$.

**Lời giải:**

a) Với $a>b>0$, ta có: $P=\dfrac{\sqrt{a^3}-\sqrt{b^3}}{a-b}-\dfrac{a}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

$$P=\frac{\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)\left(a+\sqrt{ab}+b\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}-\frac{a\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}+\frac{b\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}.$$

$$P=\frac{a\sqrt{a}+a\sqrt{b}+b\sqrt{a}-a\sqrt{b}-b\sqrt{a}-b\sqrt{b}-a\sqrt{a}+a\sqrt{b}+b\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}.$$

$$P=\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{a-b}.$$

b) Từ $(a-1)(b-1)+2\sqrt{ab}=1\Rightarrow ab=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$

Vì Vì $a>b>0$ nên $\sqrt{ab}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$.

Ta có: $P=\dfrac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{a-b}=\dfrac{\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)}=\dfrac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=1.$

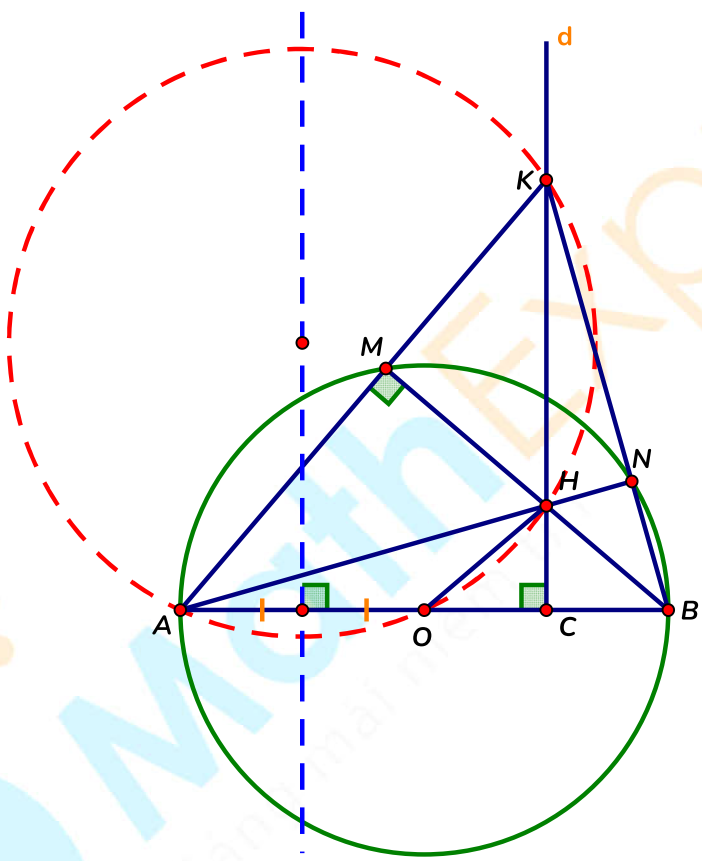
**Câu 10. (3,0 điểm).** Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính $AB$. Qua trung điểm $C$ của đoạn thẳng $OB$ kẻ đường thẳng $d$ vuông góc với $AB$. Điểm $M$ thay đổi trên đường tròn $(O)$ sao cho $MA < MB$. Đường thẳng $d$ cắt các đường thẳng $MA, MB$ lần lượt tại $K$ và $H$. Gọi $N$ là giao điểm thứ hai của đường thẳng $AH$ với đường tròn $(O)$.

a) Chứng minh đường thẳng $AH$ vuông góc với $BK$ và ba điểm $K, N, B$ thẳng hàng.

b) Tính tích CH.CK theo R.

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $AHK$ luôn thuộc một đường thẳng cố định.

**Lời giải:**




a) Vì H là trực tâm của tam giác ABK nên $AH \perp BK$ (1)

Vì AB là đường kính của (O) nên $\widehat{ANB} = 90^\circ$ hay $AH \perp BN$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra ba điểm B, N, K thẳng hàng.

b) Chứng minh được $\Delta CHB \backsim \Delta CAK$ (g.g) $\Rightarrow \dfrac{CH}{CA} = \dfrac{CB}{CK} \Rightarrow CH.CK = CA.CB$

Mà AB là đường kính của đường tròn $(O;R)$ ; C là trung điểm của OB

$$\Rightarrow CA.CB = \left(R + \frac{1}{2}R\right).\frac{1}{2}R = \frac{3}{4}R^2$$

Vậy $CH.CK = CA.CB = \dfrac{3}{4}R^2$

c) Chứng minh được AMHC là tứ giác nội tiếp $\Rightarrow \widehat{MAC}+\widehat{MHC}=180^\circ$

Lại có: $\widehat{OHC}=\widehat{MHK}\ \left(\widehat{CHB}\right)\Rightarrow \widehat{MAC}+\widehat{KHO}=180^\circ$

Xét tứ giác AKHC có: $\widehat{MAO}+\widehat{KHO}=180^\circ$

Suy ra AKHC là tứ giác nội tiếp

Suy ra đường tròn ngoại tiếp tam giác $AHK$ đi qua điểm $O$

Vậy đường tròn ngoại tiếp tam giác $AHK$ thuộc trung trực của $OA$ cố định.

**Câu 11. (3,0 điểm).**

a) Cho $x>0,\ y>0$. Chứng minh rằng: $\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}\ge x+y$

b) Tìm các số thực $x,\ y$ thỏa mãn: $\dfrac{x^2-4}{y}+\dfrac{y^2-4}{x}+8=4\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}\right)$.

**Lời giải:**

a) Ta có: $\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}\ge x+y\Rightarrow x^3+y^3-xy(x+y)\ge 0\Rightarrow (x+y)\left(x^2-xy+y^2-xy\right)\ge 0$

$\Rightarrow (x+y)(x-y)^2\ge 0$ (luôn đúng)

Vậy ta có điều phải chứng minh.

b) Ta có: $\dfrac{x^2-4}{y}+\dfrac{y^2-4}{x}+8=\left(\dfrac{x^2}{y}+\dfrac{y^2}{x}\right)+\dfrac{4(x-1)}{x}+\dfrac{4(y-1)}{y}\ge x+y+\dfrac{4(x-1)}{x}+\dfrac{4(y-1)}{y}$

Áp dụng BĐT Cô-si: $\left(x+\dfrac{4(x-1)}{x}\right)+\left(y+\dfrac{4(y-1)}{y}\right)\ge 4\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{y-1}\right)$

$\Rightarrow \dfrac{x^2-4}{y}+\dfrac{y^2-4}{x}+8\ge 4\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}\right)$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=y=2$

Vậy $(x;\ y)=(2;\ 2)$ thì $\dfrac{x^2-4}{y}+\dfrac{y^2-4}{x}+8=4\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{y-1}\right)$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề 101

# ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

NĂM HỌC 2022 - 2023

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Đáp án | $A=\dfrac{1}{2\sqrt{x}+3}$ | 8 | 10 | $T=m$ | 30 cm | $\dfrac{\left(2\sqrt{3}-\pi\right)a^2}{2}$ |

## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 7. (1,0 điểm).** Giải phương trình $\dfrac{x^2}{x+1}+\dfrac{8\left(x+1\right)}{x^2}+6=0$.

**Lời giải:**

ĐKXĐ: $x\neq -1; x\neq 0$.

Đặt $\dfrac{x^2}{x+1}=t$ phương trình trở thành: $t^2+6t+8=0\Rightarrow (t+2)(t+4)=0$.

Giải phương trình tìm được $t=-4; t=-2$.

Với $t=-4\Rightarrow \dfrac{x^2}{x+1}=-4\Rightarrow x^2=-4(x+1)\Rightarrow x=-2$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $t=-2\Rightarrow \dfrac{x^2}{x+1}=-2\Rightarrow x^2=-2(x+1)\Rightarrow x\in\varnothing$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{-2\}$.

**Câu 8. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d): y=2x+m^2-1$ ($m$ là tham số) và parabol $(P): y=x^2$.

1. Khi $m=-2$ đường thẳng $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Tính $OA+OB$.

2. Tìm $m$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2-x_2^2=4$.

**Lời giải:**

1. Với $m=-2\Rightarrow (d): y=2x+3$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$: $x^2-2x-3=0$.

Giải phương trình được: $x=-1; x=3$.

Tìm được 2 giao điểm có tọa độ $(-1;1);(3;9)$.

Giả sử $A(-1;1)$; $B(3;9)$. Tính được: $OA=\sqrt{2}$; $OB=3\sqrt{10}$

$\Rightarrow OA + OB = \sqrt{2} + 3\sqrt{10}$.

2. Phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P): x^2 - 2x + 1 - m^2 = 0 (1)$.

$(d)$ cắt $(P)$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 0$.

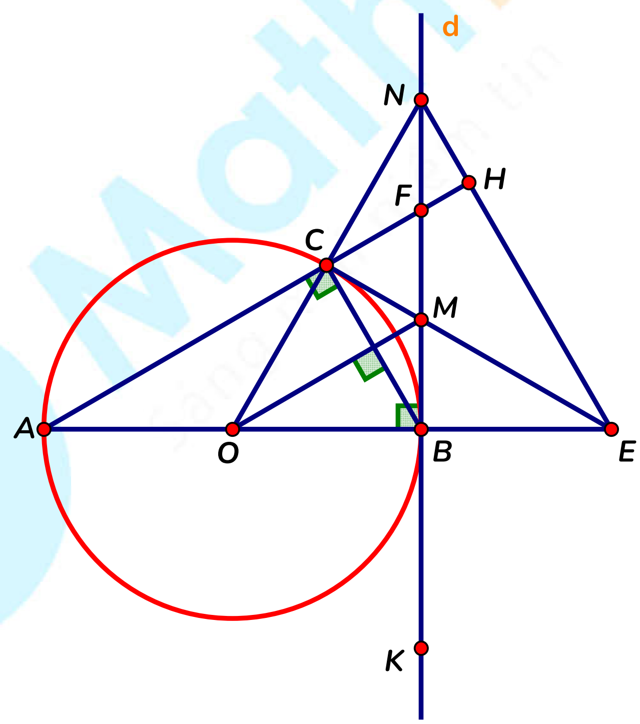
Theo hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 (2) \\ x_1 \cdot x_2 = 1 - m^2 (3) \end{cases}$. Theo đề bài có $x_1^2 - x_2^2 = 4$ (4)

Từ $(2),(3)$ và (4) tìm được $x_1 = 2; x_2 = 0$ và $m = \pm 1$ (thoả mãn).

**Câu 9. (3,0 điểm)** Cho đường tròn $(O)$ có đường kính $AB$. Lấy điểm $C$ trên đường tròn $(O)$ sao cho $CA > CB$ ($C$ khác $B$). Vẽ đường thẳng $d$ vuông góc với $AB$ tại $B$. Tiếp tuyến với $(O)$ tại $C$ cắt các đường thẳng $d$ và $AB$ lần lượt tại $M$ và $E$. Đường thẳng $OC$ cắt đường thẳng $d$ tại $N$. Đường thẳng $AC$ cắt các đường thẳng $d$ và $NE$ lần lượt tại $F$ và $H$. Lấy điểm $K$ đối xứng với $F$ qua $B$.

1. Chứng minh tứ giác $BOCM$ nội tiếp và $M$ là trung điểm của $BF$.
2. Chứng minh $AB.AE = AF.AH$.
3. Đường thẳng $OC$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác $EKN$ tại $I$ ($I$ khác $N$). Chứng minh $IC = AB$

**Lời giải:**




1. Chứng minh được tứ giác BOCM nội tiếp

Chứng minh $OM \perp BC$.

Chứng minh $OM // AC \Rightarrow M$ là trung điểm của BF.

2. Chứng minh được M là trực tâm $\Delta ONE$.

Chứng minh được $AC \perp NE \Rightarrow \widehat{FHE} = 90^\circ$.

Chứng minh $\Delta ABF \backsim \Delta AHE$.

Suy ra hệ thức $AB.AE = AF.AH$.

3. Chứng minh tứ giác AKEN nội tiếp.

Suy ra 5 điểm A, N, E, K, I cùng thuộc đường tròn ngoại tiếp $\Delta NEK$.

Chứng minh $\widehat{AIN} = \widehat{AKN} = \widehat{AEN}$.

Chứng minh $BC // EN \Rightarrow \widehat{AEN} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{AIN} = \widehat{ABC}$.

$\Rightarrow$ Tứ giác ACBI nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow CI$ là đường kính của (O).

Do đó $CI = AB$.

**Câu 10. (1,0 điểm).**

1. Cho ba số thực $a, b, c$ thỏa mãn $a \neq b$ và $a^2(b+c) = b^2(a+c)$.

Chứng minh $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$.

2. Cho hai số thực không âm $a, b$ thỏa mãn $a+b=2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $N = \sqrt{a^2+2} + \sqrt{b^2+2}$.

**Lời giải:**

1. Từ giả thiết suy ra $(a-b)(ab+bc+ca) = 0$.

Do $a \neq b$ nên suy ra $ab+bc+ca = 0$.

Có $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$.

Suy ra $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2$.

2. Từ $a, b \geq 0$, $a+b=2$ ta đặt $a = 1+r$ và $b = 1-r$ với $-1 \leq r \leq 1 \Rightarrow 0 \leq r^2 \leq 1$.

$$N^2 = 2r^2+6+2\sqrt{r^4+2r^2+9} \leq 8+2\sqrt{12} = \left(\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$$

Dấu "=" xảy ra khi $r^2 = 1 \Rightarrow r = \pm 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=0,\ b=2 \\ a=2,\ b=0 \end{array}\right.$.

Vậy giá trị lớn nhất của $N = \sqrt{2}+\sqrt{6}$ khi $\left[\begin{array}{l} a=0,\ b=2 \\ a=2,\ b=0 \end{array}\right.$

------------------------------- HẾT -------------------------------

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Mã đề 102**

# ĐỀ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THCS & THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

**NĂM HỌC 2022 - 2023**

Môn: **TOÁN**

Thời gian làm bài: **90 phút**

---

## I. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

| Câu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Đáp án | $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ | 9 | 8 | $T=m$ | 5 cm | $2\left(2\sqrt{3}-\pi\right)a^2$ |

## II. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

**Câu 7. (1,0 điểm).** Giải phương trình $\dfrac{x^2}{x+1}+\dfrac{8(x+1)}{x^2}+6=0$.

**Lời giải:**

ĐKXĐ: $x\neq -1; x\neq 0$.

Đặt $\dfrac{x^2}{x+1}=t$ phương trình trở thành: $t^2+6t+8=0\Rightarrow (t+2)(t+4)=0$.

Giải phương trình tìm được $t=-4; t=-2$.

Với $t=-4\Rightarrow \dfrac{x^2}{x+1}=-4\Rightarrow x^2=-4(x+1)\Rightarrow x=-2$ (thỏa mãn điều kiện).

Với $t=-2\Rightarrow \dfrac{x^2}{x+1}=-2\Rightarrow x^2=-2(x+1)\Rightarrow x\in\varnothing$.

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{-2\}$.

**Câu 8. (2,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$, cho đường thẳng $(d): y=2x+m^2-1$ ($m$ là tham số) và parabol $(P): y=x^2$.

1. Khi $m=-2$ đường thẳng $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm $A$ và $B$. Tính $OA+OB$.
2. Tìm $m$ để $(d)$ cắt $(P)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $x_1$, $x_2$ thỏa mãn $x_1^2-x_2^2=4$.

**Lời giải:**

1. Với $m=-2\Rightarrow (d): y=2x+3$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$: $x^2-2x-3=0$.

Giải phương trình được: $x=-1; x=3$.

Tìm được 2 giao điểm có tọa độ $(-1;1);(3;9)$.

Giả sử $A(-1;1)$; $B(3;9)$. Tính được: $OA=\sqrt{2}$; $OB=3\sqrt{10} \Rightarrow OA+OB=\sqrt{2}+3\sqrt{10}$.

2. Phương trình hoành độ giao điểm của $(d)$ và $(P)$: $x^2-2x+1-m^2=0(1)$.

$(d)$ cắt $(P)$ tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=m^2>0 \Leftrightarrow m\neq 0$.

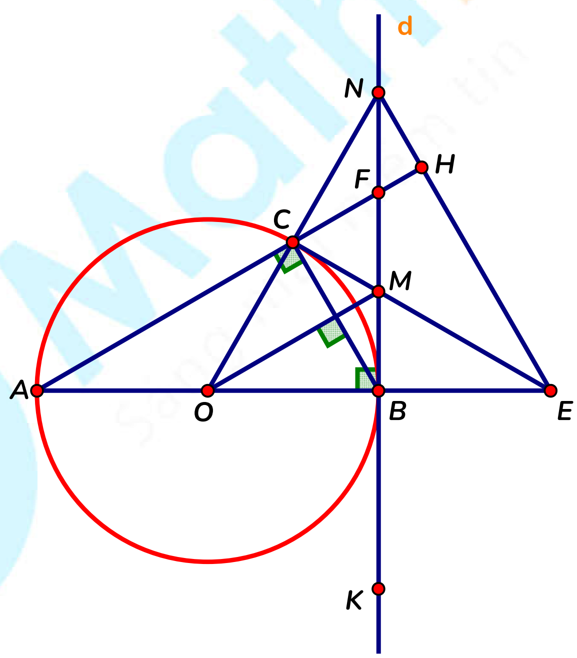
Theo hệ thức Viet: $\begin{cases} x_1+x_2=2(2) \\ x_1\cdot x_2=1-m^2(3) \end{cases}$. Theo đề bài có $x_1^2-x_2^2=4$ (4)

Từ $(2),(3)$ và (4) tìm được $x_1=2; x_2=0$ và $m=\pm 1$ (thoả mãn).

**Câu 9. (3,0 điểm)** Cho đường tròn $(O)$ có đường kính $AB$. Lấy điểm $C$ trên đường tròn $(O)$ sao cho $CA>CB$ ($C$ khác $B$). Vẽ đường thẳng $d$ vuông góc với $AB$ tại $B$. Tiếp tuyến với $(O)$ tại $C$ cắt các đường thẳng $d$ và $AB$ lần lượt tại $M$ và $E$. Đường thẳng $OC$ cắt đường thẳng $d$ tại $N$. Đường thẳng $AC$ cắt các đường thẳng $d$ và $NE$ lần lượt tại $F$ và $H$. Lấy điểm $K$ đối xứng với $F$ qua $B$.

1. Chứng minh tứ giác $BOCM$ nội tiếp và $M$ là trung điểm của $BF$.
2. Chứng minh $AB.AE=AF.AH$.
3. Đường thẳng $OC$ cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác $EKN$ tại $I$ ($I$ khác $N$). Chứng minh $IC=AB$

**Lời giải:**




1. Chứng minh được tứ giác BOCM nội tiếp

Chứng minh $OM\perp BC$.

Chứng minh $OM // AC \Rightarrow M$ là trung điểm của BF.

2. Chứng minh được M là trực tâm $\Delta ONE$.

Chứng minh được $AC\perp NE \Rightarrow \widehat{FHE}=90^\circ$.

Chứng minh $\Delta ABF \# \ \Delta AHE$.

Suy ra hệ thức $AB.AE = AF.AH$.

3. Chứng minh tứ giác AKEN nội tiếp. Suy ra 5 điểm A, N, E, K, I cùng thuộc đường tròn ngoại tiếp $\Delta NEK$ .

Chứng minh $\widehat{AIN} = \widehat{AKN} = \widehat{AEN}$ .

Chứng minh $BC // EN \Rightarrow \widehat{AEN} = \widehat{ABC} \Rightarrow \widehat{AIN} = \widehat{ABC}$.

$\Rightarrow$ Tứ giác ACBI nội tiếp đường tròn (O) $\Rightarrow CI$ là đường kính của (O).

Do đó $CI = AB$ .

**Câu 10. (1,0 điểm).**

1. Cho ba số thực $a, b, c$ thỏa mãn $a \neq b$ và $a^2(b+c) = b^2(a+c)$.

Chứng minh $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

2. Cho hai số thực không âm $a, b$ thỏa mãn $a+b=2$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $N = \sqrt{a^2+2} + \sqrt{b^2+2}$.

**Lời giải:**

1. Từ giả thiết suy ra $(a-b)(ab+bc+ca) = 0$.

Do $a \neq b$ nên suy ra $ab+bc+ca = 0$.

Có $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$.

Suy ra $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2$.

2. Từ $a, b \geq 0, a+b=2$ ta đặt $a = 1+r$ và $b = 1-r$ với $-1 \leq r \leq 1 \Rightarrow 0 \leq r^2 \leq 1$.

$N^2 = 2r^2 + 6 + 2\sqrt{r^4 + 2r^2 + 9} \leq 8 + 2\sqrt{12} = \left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)^2$

Dấu "=" xảy ra khi $r^2 = 1 \Rightarrow r = \pm 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=0, b=2 \\ a=2, b=0 \end{array}\right.$.

Vậy giá trị lớn nhất của $N = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ khi $\left[\begin{array}{l} a=0, b=2 \\ a=2, b=0 \end{array}\right.$

------------------------------ HẾT ------------------------------