TRƯỜNG THCS CẦU GIẤY

ĐỀ KHẢO SÁT CÂU LẠC BỘ

Năm học: 2022 – 2023

Môn: **Toán 8**

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1. *(2,0 điểm)* Tính:

1. $A=\left[6\left(\frac{-1}{3}\right)^3-3\left(\frac{-1}{3}\right)+1\right]:\left(\frac{-1}{3}-1\right).$
2. $B=\frac{4^3.3^5+6^5.2}{12^4.3+6^5.2}.$

Bài 2. *(2,0 điểm)*

1. Cho: $A(x)=3x^4-2x^3-9x^2+11x$

   $B(x)=3x^4-2(x^3+4)-10x^2+9x.$

   a) Tìm $M(x)$, biết $M(x)=A(x)-B(x).$

   b) Tìm x để $M(x)=2x+9.$
2. Cho $\frac{a}{c}=\frac{c}{b}=\frac{b}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3-c^3+b^3}{c^3-b^3+d^3}=\frac{a}{d}.$

Bài 3. *(2,0 điểm)*

1. Cho $A=2^{70}+3^{70}$. Chứng minh rằng: A chia hết cho 13.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T=\frac{2x^4-4x^2+8}{x^4+4}.$

Bài 4. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn. Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân tại B (E và C khác phía đối với AB). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc BC), trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho $AI=BC$.

1. Chứng minh: Hai tam giác ABI và BEC bằng nhau.
2. Chứng minh: BI vuông góc với CE.
3. Phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại D, phân giác của góc BDC cắt cạnh BC tại M. Phân giác góc BDA cắt đường thẳng BC tại N. Chứng minh: $BD=\frac{1}{2}MN.$

Bài 5. *(1,0 điểm)*

Trong một bảng ô vuông gồm có 5×5 ô vuông, người ta viết vào mỗi ô vuông chỉ một trong ba số 1; 0 hoặc -1. Chứng minh rằng trong các tổng của 5 số theo mỗi cột, mỗi hàng, mỗi đường chéo sẽ có ít nhất hai tổng có giá trị bằng nhau.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Bài 1. *(2,0 điểm)* Tính:

1. $A=\left[6\left(\frac{-1}{3}\right)^3-3\left(\frac{-1}{3}\right)+1\right]:\left(\frac{-1}{3}-1\right).$
2. $B=\frac{4^3.3^5+6^5.2}{12^4.3+6^5.2}.$

Hướng dẫn giải:

1. $A=\left[6.\left(\frac{-1}{27}\right)+1+1\right]:\left(\frac{-4}{3}\right)$

$A=\frac{16}{9}.\frac{-3}{4}$

$A=\frac{-4}{3}.$

2. $B=\frac{2^6.3^5+2^5.3^5.2}{3^4.2^8.3+2^5.3^5.2}$

$B=\frac{3^5.2^7}{3^5.2^6}\left(2^2+1\right)$

$B=\frac{1}{5}.$

Bài 2. *(2,0 điểm)*

3. Cho: $A(x)=3x^4-2x^3-9x^2+11x$

$B(x)=3x^4-2\left(x^3+4\right)-10x^2+9x.$

c) Tìm $M(x)$, biết $M(x)=A(x)-B(x).$

d) Tìm x để $M(x)=2x+9.$

4. Cho $\frac{a}{c}=\frac{c}{b}=\frac{b}{d}$. Chứng minh rằng: $\frac{a^3-c^3+b^3}{c^3-b^3+d^3}=\frac{a}{d}.$

Hướng dẫn giải:

$M(x)=A(x)-B(x)$

1.a) $M(x)=\left(3x^4-2x^3-9x^2+11x\right)-\left[3x^4-2\left(x^3+4\right)-10x^2+9x\right]$

$M(x)=x^2+2x+8.$

b) $M(x)=2x+9\Rightarrow x^2+2x+8=2x+9\Rightarrow x=1\Rightarrow x=\pm1.$

Vậy $x = \pm 1$.

2. $\frac{a}{c} = \frac{c}{b} = \frac{b}{d} \Rightarrow \frac{a^3}{c^3} = \frac{c^3}{b^3} = \frac{b^3}{d^3} = \frac{a^3 - c^3 + b^3}{c^3 - b^3 + d^3}\,(1)$

Từ $\frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow a = \frac{c^2}{b}$

Từ $\frac{c}{b} = \frac{b}{d} \Rightarrow c = \frac{b^2}{d}$

$$\Rightarrow a = \frac{c^2}{b} = \frac{\left(\frac{b^2}{d}\right)^2}{b} = \frac{b^3}{d^2} \Rightarrow \frac{a}{d} = \frac{b^3}{d^3}\,(2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \frac{a^3 - c^3 + b^3}{c^3 - b^3 + d^3} = \frac{a}{d}$.

Bài 3. *(2,0 điểm)*

1. Cho $A = 2^{70} + 3^{70}$. Chứng minh rằng: A chia hết cho 13.
2. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T = \frac{2x^4 - 4x^2 + 8}{x^4 + 4}$.

Hướng dẫn giải:

1. Có: $2^6 = 64 \equiv -1 \pmod{13}$

$$2^{70} = \left(2^6\right)^{11}.2^4 \equiv \left(-1\right)^{14}.2^4 \pmod{13}$$
$$\Rightarrow 2^{70} \equiv -16 \pmod{13}$$

Có: $3^3 = 27 \equiv 1 \pmod{13}$

$$3^{70} = \left(3^3\right)^{23}.3 \equiv 1^{23}.3 \pmod{13}$$
$$\Rightarrow 3^{70} \equiv 3 \pmod{13}$$
$$\Rightarrow 2^{70} + 3^{70} \equiv -16 + 3 \equiv 0 \pmod{13}$$
$$\Rightarrow 2^{70} + 3^{70} \,\vdots\, 13.$$

2. $T = \frac{2\left(x^4 + 4\right) - 4x^2}{x^4 + 4} = 2 - \frac{4x^2}{x^4 + 4}$

Có: $x^2 \ge 0\ \forall x,\ \ x^4 + 4 > 0\ \ \forall x \Rightarrow \frac{4x^2}{x^4 + 4} \ge 0\ \forall x \Rightarrow T \le 2$

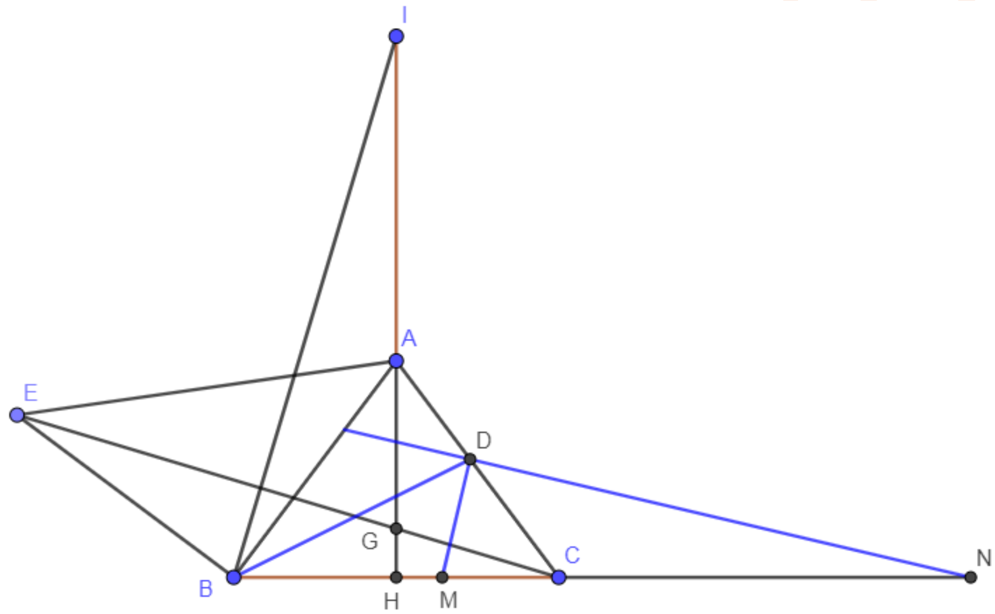
Vậy GTLN của T là 2. Dấu "=" xảy ra khi $x = 0$.

Bài 4. *(3,0 điểm)*

Cho tam giác ABC cân tại A có ba góc đều nhọn. Về phía ngoài tam giác vẽ tam giác ABE vuông cân tại B (E và C khác phía đối với AB). Kẻ đường cao AH của tam giác ABC (H thuộc BC), trên tia đối của tia AH lấy điểm I sao cho $AI = BC$.

1. Chứng minh: Hai tam giác ABI và BEC bằng nhau.
2. Chứng minh: BI vuông góc với CE.
3. Phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại D, phân giác của góc BDC cắt cạnh BC tại M. Phân giác góc BDA cắt đường thẳng BC tại N. Chứng minh: $BD = \frac{1}{2}MN.$

Hướng dẫn giải:



1. Có $EBC = 90^0 + ABC$

$IAB = AHB + ABH$ (TC góc ngoài) $= 90^0 + ABC$

$\Rightarrow EBC = IAB$, từ đó ta chứng minh được $\triangle ABI = \triangle BEC$.

2. Gọi G là giao điểm của EC, IH.

Có $HCG = BIG$ (câu a)

$HGC = EGI$ (đối đỉnh)

$\Rightarrow BIG + EGI = HCG + HGC = 90^0 \Rightarrow EC \perp BI$.

3. Gọi K là trung điểm $MN \Rightarrow KD = KM = KN$.

Có: $DKM = DKN + NDK = 2DNK$

Lại có:

$$\widehat{DNK}=90^0-\widehat{DMK}=90^0-\left(\widehat{DBM}+\widehat{BDM}\right)=90^0-\left(\widehat{DBM}+\frac{\widehat{BDC}}{2}\right)=90^0-\frac{\widehat{DBM}}{2}-\frac{\widehat{DBM}+\widehat{BDC}}{2}$$

$$=90^0-\frac{\widehat{DBM}}{2}-\frac{180^0-\widehat{DCB}}{2}=\frac{\widehat{DCB}}{2}-\frac{\widehat{DBM}}{2}=\frac{\widehat{ABC}}{2}-\frac{\widehat{DBM}}{2}=\frac{\widehat{DBM}}{2}$$

$\widehat{DKM}=\widehat{DBM}\Rightarrow\triangle ABK$ cân tại $D\Rightarrow DB=DK=\frac{1}{2}MN$.

Bài 5. *(1,0 điểm)* Trong một bảng ô vuông gồm có 5×5 ô vuông, người ta viết vào mỗi ô vuông chỉ một trong ba số 1; 0 hoặc -1. Chứng minh rằng trong các tổng của 5 số theo mỗi cột, mỗi hàng, mỗi đường chéo sẽ có ít nhất hai tổng có giá trị bằng nhau.

Hướng dẫn giải:

Tổng lớn nhất có thể nhận được là 5. Tổng nhỏ nhất có thể nhận được là -5.

Như vậy, số giá tị mà tổng có thể nhận tối đa là 11 giá trị $\left(-5;-4;...;0;1;...;5\right)$.

Hình vuông có 5 cột, 5 hàng, 2 đường chéo nên ta lập được 12 tổng. Theo Dirichlet thì phải có ít nhất 2 tổng có giá trị bằng nhau.