TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VỀ TÌM CHỮ SỐ TẬN CÙNG TRONG ĐỀ THI VÀO LỚP 6 CÁC TRƯỜNG CHẤT LƯỢNG CAO

Bài 1. (Đề Cầu Giấy năm học 2013 – 2014)

Tích $A = 34 \times 35 \times 36 \times ... \times 84 \times 85$ tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Bài 2. (Đề Cầu Giấy năm học 2019 – 2020)

Tìm chữ số tận cùng của tích sau: $11 \times 13 \times 15 \times 17 \times 19 \times .... \times 2019$.

Bài 3. (Đề Amsterdam năm học 2023 – 2024)

Tìm chữ số tận cùng của số: $A = 8 \times 8 \times 8 \times ... \times 8 + 1$ (2024 thừa số 8).

Bài 4. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2011 – 2012)

Lấy số 4 nhân với chính nó 2007 lần. Hỏi kết quả của phép tính có chữ số hàng đơn vị bằng bao nhiêu?

Bài 5. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2011 – 2012)

Nhân tất cả các số tự nhiên từ 1 đến 19 ta được một số. Hãy viết ba chữ số cuối cùng của số đó?

Bài 6. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2012 – 2013)

Lấy số 7 nhân với chính nó 77 lần thì được một số có chữ số tận cùng bằng bao nhiêu?

Bài 7. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2012 – 2013)

Kết quả của phép tính $43 \times 45 \times 47 \times 49 + 63 \times 65 \times 67 \times 69$ là một số có chữ số tận cùng là bao nhiêu?

Bài 8. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2019 – 2020)

Biết $A = 1 \times 2 \times 3 \times ... \times 100$ chia hết cho $B = \overline{100...00}$. Hỏi B có thể có nhiều nhất bao nhiêu chữ số 0?

Bài 9. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Tìm hai chữ số tận cùng của C biết:

$$C = (1+2+3+...+9) \times (1+2+3+ \ ...+9) \times (1+2+3+...+2024)$$

Bài 10. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2020 – 2021)

Tích các thừa số từ 1 đến 125 có tận cùng là bao nhiêu chữ số 0?

Bài 11. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Tích $31 \times 33 \times 35 \times 37 \times 39 \times 41 \times ... \times 2021$ có tận cùng bằng chữ số nào?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Bài 12. (Đề thi mẫu Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Tìm chữ số tận cùng của số C = (1 + 2 + 3 + ... + 9) × (9 + 99 + 999 + ... + 99...9).
(Số hạng cuối cùng trong dấu ngoặc thứ hai có 2024 chữ số 9.)

Bài 13. (Đề Marie Curie năm học 2022 – 2023)

Tích sau có tận cùng bao nhiêu chữ số 0?

$$23\times 24\times 25\times 26\times 27\times 28\times 29\times 30\times 31\times 32$$

A. 4 chữ số 0. **B.** 1 chữ số 0. **C.** 3 chữ số 0. **D.** 2 chữ số 0.

CLB MATHEXPRESS

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (Đề Cầu Giấy năm học 2013 – 2014)

Tích $A = 34 \times 35 \times 36 \times ... \times 84 \times 85$ tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

A. 10. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Từ 34 đến 85 có 6 số có tận cùng là chữ số 5 là 35; 45; 55; 65; 75; 85.

Các số 35; 45; 55; 65; 85 khi nhân với một số chẵn thì cho số có tận cùng là 1 chữ số 0.

Số 75 khi nhân với một số chẵn thì cho số có tận cùng là 2 chữ số 0.

Từ 34 đến 85 có 5 số có tận cùng là 0 là 40; 50; 60; 70; 80. Trong đó chỉ có số 50 khi nhân với một số chẵn thì cho số có tận cùng là 2 chữ số 0.

Vì số số chẵn trong tích A luôn nhiều hơn số số chia hết cho 5 nên tích A tận cùng bởi số chữ số 0 là $5 + 2 + 4 + 2 = 13$ (chữ số 0).

Chọn D.

Bài 2. (Đề Cầu Giấy năm học 2019 – 2020)

Tìm chữ số tận cùng của tích sau: $11 \times 13 \times 15 \times 17 \times 19 \times .... \times 2019$.

Lời giải

Vì các thừa số trong tích đều là số lẻ và có thừa số tận cùng bằng 5 nên tích tận cùng là 5.

Bài 3. (Đề Amsterdam năm học 2023 – 2024)

Tìm chữ số tận cùng của số: $A = 8 \times 8 \times 8 \times ... \times 8 + 1$ (2024 thừa số 8).

Lời giải

Nhận xét: Tích 4 số 8 có tận cùng là chữ số 6.

Mà 2024 chia hết cho 4 nên A có tận cùng là 7.

Bài 4. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2011 – 2012)

Lấy số 4 nhân với chính nó 2007 lần. Hỏi kết quả của phép tính có chữ số hàng đơn vị bằng bao nhiêu?

Lời giải

Xét tích 2007 số 4 nhân với nhau: $4 \times 4 \times 4 \times ... \times 4 \times 4$.

Nhận thấy, tích của 2 số 4 thì có chữ số tận cùng là 6. Do đó, nếu chia 2007 số 4 ở tích trên thành 1003 nhóm (mỗi nhóm 2 số 4) thì thừa ra 1 số 4.

Khi đó 1003 nhóm đều có chữ số tận cùng là 6 nên tích 1003 nhóm này cũng có chữ số tận cùng là 6. Suy ra tích của 1003 nhóm này với số 4 sẽ có chữ số tận cùng là 4.

Vậy kết quả của phép tính có chữ số hàng đơn vị là 4.

Bài 5. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2011 – 2012)

Nhân tất cả các số tự nhiên từ 1 đến 19 ta được một số. Hãy viết ba chữ số cuối cùng của số đó?

CLB MATHEXPRESS

Lời giải

Tích các số tự nhiên từ 1 đến 19 là $1\times2\times3\times...\times19$.

Trong tích trên có số ba số $5, 10, 15$ mỗi số khi nhân với một số chẵn thì cho kết quả là một số có chữ số tận cùng là 0.

Mà trong tích $1\times2\times3\times...\times19$ có nhiều hơn 3 số chẵn nên tích này sẽ tận cùng bởi 3 chữ số 0.

Bài 6. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2012 – 2013)

Lấy số 7 nhân với chính nó 77 lần thì được một số có chữ số tận cùng bằng bao nhiêu?

Lời giải

Xét tích 77 số 7, ta có $7\times7\times7\times...\times7\times7$.

Nhận xét, tích 4 số 7 thì có chữ số tận cùng là 1.

Do đó ta chia 77 số 7 thành các nhóm, mỗi nhóm có 4 số 7 thì được 19 nhóm và thừa 1 số 7.

Khi đó 19 nhóm này đều có chữ số tận cùng là 1 nên tích 77 số 7 sẽ có tận cùng là 7.

Bài 7. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2012 – 2013)

Kết quả của phép tính $43\times45\times47\times49+63\times65\times67\times69$ là một số có chữ số tận cùng là bao nhiêu?

Lời giải

Tích $43\times45\times47\times49$ có tận cùng là chữ số 5.

Tích $63\times65\times67\times69$ có tận cùng là chữ số 5.

Vậy $43\times45\times47\times49+63\times65\times67\times69$ có tận cùng là chữ số 0.

Bài 8. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2019 – 2020)

Biết $A=1\times2\times3\times...\times100$ chia hết cho $B=\overline{100...00}$. Hỏi B có thể có nhiều nhất bao nhiêu chữ số 0?

Lời giải

Số chữ số 0 nhiều nhất trong số B chính bằng số chữ số 0 tận cùng của số A.

Trong tích A có 4 thừa số là $25; 50; 75; 100$ mỗi thừa số này khi nhân với một số chẵn sẽ cho số có tận cùng bằng 2 chữ số 0.

Trong tích A có 8 thừa số là $10; 20; 30; 40; 60; 70; 80; 90$ mỗi thừa số này khi nhân với một số bất kì sẽ cho số có tận cùng bằng 1 chữ số 0.

Trong tích A có 8 thừa số là $5; 15; 35; 45; 55; 65; 85; 95$ mỗi thừa số này khi nhân với một số chẵn sẽ cho số có tận cùng bằng 1 chữ số 0.

Vì trong tích A số số chẵn luôn nhiều hơn các số liệt kê ở trên nên tích A có số chữ số 0 tận cùng là $4\times2+8+8=24$ (chữ số 0).

Vậy số B có thể có nhiều nhất 24 chữ số 0.

Bài 9. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Tìm hai chữ số tận cùng của C biết:

$$C=(1+2+3+...+9)\times(1+2+3+\ ...+9)\times(1+2+3+...+2024)$$

Lời giải

Ta có:

$$C = (1+2+3+\ldots+9)\times(1+2+3+\ \ldots+9)\times(1+2+3+\ldots+2024)$$
$$= 45\times 45\times \frac{(1+2024)\times 2024}{2}$$
$$= 45\times 45\times \frac{2025\times 2024}{2}$$
$$= 45\times 45\times 1012\times 2025$$

Vì 2025 chia hết cho 25 và 1012 chia hết cho 4 mà tích của một số chia hết cho 25 và một số chia hết cho 4 là một số có 2 chữ số 0 ở tận cùng.

Vậy C có hai chữ số tận cùng là 00.

Bài 10. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2020 – 2021)

Tích các thừa số từ 1 đến 125 có tận cùng là bao nhiêu chữ số 0?

Lời giải

Cứ 1 thừa số chẵn nhân với 1 thừa số chia hết cho 5 (nhưng không chia hết cho 25) đều cho ta đúng 1 chữ số 0 tận cùng.

Cứ 1 thừa số chia hết cho 4 nhân với 1 thừa số chia hết cho 25 (nhưng không chia hết cho 125) đều cho ta đúng 2 chữ số 0 tận cùng.

Cứ 1 thừa số chia hết cho 8 nhân với 125 cho ta đúng 3 chữ số 0 tận cùng.

- Từ 1 đến 125 có số thừa số chia hết cho 25 là:

$$(125 - 25) : 25 + 1 = 5 \text{ (thừa số)}.$$

→ Từ 1 đến 125 có số thừa số chia hết cho 25 (nhưng không chia hết cho 125) là:

$5 - 1 = 4$ (thừa số).

4 thừa số này nhân với 4 số chia hết cho 4 tạo thành số có:

$$2 \times 4 = 8 \text{ (chữ số 0 tận cùng)}.$$

- Từ 1 đến 125 có số thừa số chia hết cho 5 (nhưng không chia hết cho 25) là:

$$(125 - 5) : 5 + 1 - 5 = 20 \text{ (thừa số)}.$$

20 thừa số này nhân với 20 số chẵn tạo thành số có:

$$1 \times 20 = 20 \text{ (chữ số 0 tận cùng)}.$$

Vậy tích các thừa số từ 1 đến 125 có số chữ số 0 ở tận cùng là:

$3 + 8 + 20 = 31$ (chữ số 0 tận cùng).

Bài 11. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Tích $31\times33\times35\times37\times39\times41\times\ldots\times2021$ có tận cùng bằng chữ số nào?

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Ta thấy: Tất cả các thừa số của tích trên đều là số lẻ. Mà số 35 có chữ số tận cùng là chữ số 5 nhân với số lẻ nào cũng đều có tận cùng là chữ số 5, do đó, tích đã cho có tận cùng là chữ số 5.

Chọn C

Bài 12. (Đề thi mẫu Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Tìm chữ số tận cùng của số C = (1 + 2 + 3 + ... + 9) × (9 + 99 + 999 + ... + 99...9).
(Số hạng cuối cùng trong dấu ngoặc thứ hai có 2024 chữ số 9.)

Lời giải

*) 1 + 2 + 3 + ... + 9 = (1 + 9) × 9 : 2 = 45.
Do đó tổng 1 + 2 + 3 + ... + 9 có chữ số tận cùng bằng 5.
*) Vì số hạng cuối cùng trong dấu ngoặc thứ hai có 2024 chữ số 9 nên:
Tổng 9 + 99 + 999 + ... + 99...9 có 2024 số hạng mà mỗi số hạng đều là số lẻ, do đó kết quả của tổng 9 + 99 + 999 + ... + 99...9 là một số chẵn.
Nhận xét: Tích của một số có chữ số tận cùng là 5 với một số chẵn là một số có chữ số tận cùng là 0.
Do đó, số C có chữ số tận cùng là 0.

Bài 13. (Đề Marie Curie năm học 2022 – 2023)

Tích sau có tận cùng bao nhiêu chữ số 0?

$$23\times24\times25\times26\times27\times28\times29\times30\times31\times32$$

A. 4 chữ số 0. **B.** 1 chữ số 0. **C.** 3 chữ số 0. **D.** 2 chữ số 0.

Lời giải

Tích hai thừa số 24×25 có tận cùng là 2 chữ số 0.

Do đó tích đã cho có tận cùng là 3 chữ số 0.

Chọn C.