

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VỀ DÃY SỐ TRONG ĐỀ THI VÀO LỚP 6 CÁC TRƯỜNG CHẤT LƯỢNG CAO

Bài 1. (Đề Nguyễn Tất Thành năm học 2018 – 2019)

Viết liên tiếp câu “TRƯỜNG NGUYỄN TẤT THÀNH” 20 lần. Hỏi âm Ê cuối cùng đứng ở vị trí thứ mấy?

- A. 400. B. 325. C. 350. D. 391.

Bài 2. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Khi viết dãy số 1, 2, 3, ..., 100 thì bạn An đã dùng số chữ số là

- A. 189. B. 190. C. 192. D. 194.

Bài 3. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Có 20 người đứng thành vòng tròn, tất cả đều quay mặt vào tâm, các vị trí đứng được đánh số thứ tự từ 1 đến 20 theo chiều kim đồng hồ. Họ đọc các số tự nhiên từ 1, 2, 3, ... theo chiều kim đồng hồ như sau:

Người đứng ở vị trí thứ nhất đọc số 1.

Người đứng ở vị trí thứ hai đọc số 2.

Người đứng ở vị trí thứ ba đọc số 3.

.....

Người kế tiếp đọc số tự nhiên lớn hơn 1 đơn vị so với số mình vừa nghe của người bên cạnh đọc.

Hỏi người đứng ở vị trí bao nhiêu sẽ đọc số 2012?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 16.

Bài 4. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Một công nhân làm việc trong một tuần (gồm 6 ngày vì Chủ nhật nghỉ).

Ngày thứ nhất ông ta được lĩnh 2 đô la.

Ngày thứ hai ông ta được lĩnh 4 đô la.

Cứ như vậy ngày sau ông được lĩnh gấp đôi ngày trước.

Hỏi tiền công ông ta được lĩnh trong một tuần là bao nhiêu đô la?

- A. 30. B. 122. C. 124. D. 126.

Bài 5. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Có bao nhiêu số tự nhiên khác 0, nhỏ hơn 1000 và không chia hết cho 5, không chia hết cho 7?

- A. 688. B. 686. C. 684. D. 658.

Bài 6. (Đề Cầu Giấy năm học 2019 – 2020)

Tìm số hạng thứ 7 của dãy 3, 5, 8, 13, 21, ...

Bài 7. (Đề Cầu Giấy năm học 2021 – 2022)

Cho dãy số: 1; 2; 5; 10; 17; 26; ... Số hạng tiếp theo của dãy là số nào?

Bài 8. (Đề Amsterdam năm học 2007 – 2008)

Tìm x , biết: $(x+4) + (x+6) + (x+8) + \dots + (x+26) = 210$.

Bài 9. (Đề Amsterdam năm học 2009 – 2010)

Tổng của các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n là một số có ba chữ số giống nhau. Tìm số n .

Bài 10. (Đề Amsterdam năm học 2010 – 2011)

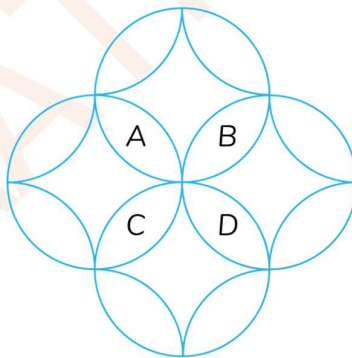
Cho dãy số 6; 7; 9; 12; 16 ... Hỏi số 61 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?

Bài 11. (Đề Amsterdam năm học 2012 – 2013)

Cho dãy số: 2; 17; 47; 92; 152; ... Tìm số hạng thứ 120 của dãy?

Bài 12. (Đề Amsterdam năm học 2014 – 2015)

Cho bốn hình tròn, mỗi hình tròn được chia thành năm phần (như hình vẽ). Người ta điền các số tự nhiên 5; 6; 7; ...; 19; 20 vào mỗi phần trên sao cho hai phần khác nhau được điền hai số khác nhau. Biết rằng tổng các số điền trong các phần của mỗi hình tròn bằng 60. Tính tổng bốn số được điền ở bốn phần có kí hiệu A ; B ; C ; D .

**Bài 13. (Đề Amsterdam năm học 2014 – 2015)**

Cho 14 số tự nhiên khác 0 và không có hai số nào bằng nhau. Biết tổng của chúng bằng 106. Tìm số lớn nhất trong các số đó.

Bài 14. (Đề Amsterdam năm học 2019 – 2020)

Cho dãy số 2, 22, 222, ... Hỏi số thứ 21 của dãy chia 9 dư mấy?

Bài 15. (Đề Amsterdam năm học 2020 – 2021)

Cho các chữ số 0 và 2. Lập dãy các số lớn hơn 0 từ hai chữ số đó. Hỏi số 2000020 là số thứ bao nhiêu của dãy?

Bài 16. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2014 – 2015)

Cho dãy số: 1; 2; 4; 7; 11; 16; ... Hỏi số hạng tiếp theo của dãy số trên là bao nhiêu?

Bài 17. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2014 – 2015)

Nếu đếm các chữ số dùng để ghi tất cả các ngày trong năm 2014 trên tờ lịch treo tường thì kết quả sẽ là bao nhiêu chữ số?

Bài 18. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2018 – 2019)

Cho dãy số: 1; 1; 2; 3; 5; 8; ... Hỏi số hạng thứ 12 của dãy số đó là số nào?

Bài 19. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2019 – 2020)

Kết quả của phép tính $9 + 19 + 29 + \dots + 2019$ là bao nhiêu?

Bài 20. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2019 – 2020)

Để đánh số trang của một cuốn sách (bắt đầu từ trang 1) người ta cần dùng 642 chữ số. Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang?

Bài 21. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2020 – 2021)

Tính tổng tất cả các số tự nhiên nhỏ hơn 300 mà chia hết cho 3.

Bài 22. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2023 – 2024)

Tính: $1,2 + 1,5 + 1,8 + \dots + 4,5 + 4,8$.

Bài 23. (Đề thi thử Ngoại ngữ năm học 2022 – 2023)

Cho dãy số: 18; 36; 54; 72; 90;... Trong các số sau, số thuộc dãy số trên là

- A. 20192020 B. 20202021 C. 20212022 D. 20192022

Bài 24. (Đề thi thử Ngoại ngữ năm học 2024 – 2025)

Có bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số?

- A. 500 B. 450 C. 250 D. 100

Bài 25. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2022 – 2023)

Bạn Nam viết liên tiếp nhiều lần I LOVE ARCHIMEDES để tạo thành dãy các chữ cái liên nhau như sau: ILOVEARCHIMEDESILOVEARCHIMEDES.....

Hỏi chữ cái thứ 2022 của dãy chữ trên là chữ cái nào?

Bài 26. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Tìm hai chữ số tận cùng của C biết:

$$C = (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 2024)$$

Bài 27. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Cho dãy số: 2024, 2023, 1, ... Kể từ số thứ ba, mỗi số bằng hiệu của hai số đứng trước nó (Số lớn trừ số bé). Hỏi số thứ 31 là bao nhiêu?

Bài 28. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2020 – 2021)

Tìm trung bình cộng các số hạng của dãy số 1; 4; 7; 10; 13; ...; 2020.

Bài 29. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2021 – 2022)

Tìm trung bình cộng của 51 số hạng đầu tiên trong dãy số: 1; 5; 9; 13; 17... ?

Bài 30. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Có bao nhiêu số tự nhiên chia cho 4 dư 3 và nhỏ hơn 100?

- A. 23. B. 24. C. 25. D. 26.

Bài 31. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Viết liên tiếp từ ARCHIMEDES thành một dãy dài. Chữ cái thứ 2021 của dãy là chữ cái nào?

- A. A. B. R. C. C. D. M.

Bài 32. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Cho tổng $S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100$. Hỏi phải bớt đi số hạng nào để $S = 2518$.

- A. 22. B. 32. C. 42. D. 52.

Bài 33. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 19 đến 91. Chữ số 5 xuất hiện bao nhiêu lần?

Bài 34. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

Trên bảng điện tử chạy liên tiếp dòng chữ

“ARCHIMEDES10YEARSARCHIMEDES10YEARSARCHIMEDES...”.

Hỏi kí tự thứ 2023 là chữ hay số nào?

Bài 35. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

Tính $0,3 + 0,5 + 0,7 + \dots + 2,9$.

Bài 36. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

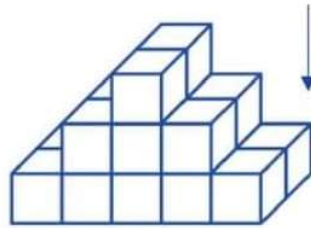
Có bao nhiêu số thập phân có hai chữ số ở phần thập phân mà lớn hơn 2,08 và nhỏ hơn 3,14? (Tính cả số 3,00).

Bài 37. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2024 – 2025)

Cần bao nhiêu chữ số để viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 20?

Bài 38. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2024 – 2025)

Hình sau được xếp từ các khối lập phương nhỏ giống nhau từng lớp theo quy luật. Nhìn từ trên xuống theo chiều mũi tên, lớp thứ nhất ở trên cùng gồm có 2 khối lập phương nhỏ. Nếu tiếp tục như vậy thì lớp thứ 4 sẽ có bao nhiêu khối lập phương nhỏ?

**Bài 39. (Đề thi mẫu Ngôi sao Hà Nội – Hoàng Mai Vòng 1 năm học 2024 – 2025)**

Minh viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1. Khi viết xong, Minh thấy mình đã viết được 207 chữ số. Hỏi Minh đã viết bao nhiêu số?

Bài 40. (Đề thi mẫu Ngôi sao Hà Nội Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Chuyển phân số $\frac{2}{7}$ thành số thập phân, ta được một dãy có quy luật. Hỏi chữ số thứ 2024 sau dấu phẩy là số nào?

Bài 41. (Đề thi mẫu Lê Lợi năm học 2023 – 2024)

Tìm giá trị của x trong biểu thức: $(x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+20) = 2023$.

Bài 42. (Đề thi mẫu Lê Lợi năm học 2023 – 2024)

Tính tổng của tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 9.

Bài 43. (Đề thi mẫu Thanh Xuân năm học 2023 – 2024)

Cho dãy số sau: $\frac{1}{8}; \frac{1}{35}; \frac{1}{80}; \frac{1}{143}; \dots$. Tìm số thứ 23 của dãy.

Bài 44. (Đề thi mẫu Marie Curie năm học 2023 – 2024)

Cho một số tự nhiên gồm các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2021 được viết theo thứ tự liên nhau như sau: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15...2019 2020 2021. Tính tổng của tất cả các chữ số đó.

A. 27851.

B. 27850.

C. 28149.

D. 28150.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (Đề Nguyễn Tất Thành năm học 2018 – 2019)

Viết liên tiếp câu “TRƯỜNG NGUYỄN TẤT THÀNH” 20 lần. Hỏi âm Ê cuối cùng đứng ở vị trí thứ mấy?

- A. 400. B. 325. C. 350. D. 391.

Lời giải

Cụm từ “TRƯỜNG NGUYỄN TẤT THÀNH” có 20 âm tiết.

Trong cụm từ “TRƯỜNG NGUYỄN TẤT THÀNH” âm Ê đứng ở vị trí thứ 11.

Vậy khi viết cụm từ “TRƯỜNG NGUYỄN TẤT THÀNH” 20 lần thì âm Ê cuối cùng đứng ở vị trí thứ:

$$19 \times 20 + 11 = 391.$$

Chọn D.

Bài 2. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Khi viết dãy số 1, 2, 3, ..., 100 thì bạn An đã dùng số chữ số là

- A. 189. B. 190. C. 192. D. 194.

Lời giải

Từ 1 đến 9 có 9 số cần dùng $9 \times 1 = 9$ (chữ số).

Từ 10 đến 99 có 90 số cần dùng $90 \times 2 = 180$ (chữ số).

Số 100 cần 3 chữ số.

Vậy số chữ số cần dùng là $9 + 180 + 3 = 192$ (chữ số).

Chọn C.

Bài 3. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Có 20 người đứng thành vòng tròn, tất cả đều quay mặt vào tâm, các vị trí đứng được đánh số tự tự từ 1 đến 20 theo chiều kim đồng hồ. Họ đọc các số tự nhiên từ 1, 2, 3, ... theo chiều kim đồng hồ như sau:

Người đứng ở vị trí thứ nhất đọc số 1.

Người đứng ở vị trí thứ hai đọc số 2.

Người đứng ở vị trí thứ ba đọc số 3.

.....

Người kế tiếp đọc số tự nhiên lớn hơn 1 đơn vị so với số mình vừa nghe của người bên cạnh đọc.

Hỏi người đứng ở vị trí bao nhiêu sẽ đọc số 2012?

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 16.

Lời giải

Vì có 20 người nên người đứng ở vị trí thứ nhất luôn đọc số chia 20 dư 1; người đứng ở vị trí thứ hai luôn đọc số chia 20 dư 2; ... Tương tự với các người ở các vị trí còn lại.

Vì số 2012 chia 20 dư 12 nên người đứng ở vị trí thứ 12 sẽ đọc số 2012.

Chọn C.

Bài 4. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Một công nhân làm việc trong một tuần (gồm 6 ngày vì Chủ nhật nghỉ).

Ngày thứ nhất ông ta được lĩnh 2 đô la.

Ngày thứ hai ông ta được lĩnh 4 đô la.

Cứ như vậy ngày sau ông được lĩnh gấp đôi ngày trước.

Hỏi tiền công ông ta được lĩnh trong một tuần là bao nhiêu đô la?

A. 30.

B. 122.

C. 124.

D. 126.

Lời giải

Tiền công người đó lĩnh trong một tuần là $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 126$ (đô la).

Chọn D.

Bài 5. (Đề Cầu Giấy năm học 2012 – 2013)

Có bao nhiêu số tự nhiên khác 0, nhỏ hơn 1000 và không chia hết cho 5, không chia hết cho 7?

A. 688.

B. 686.

C. 684.

D. 658.

Lời giải

Từ 1 đến 999 có 999 số tự nhiên.

Từ 1 đến 999 có số số chia hết cho 5 là $(995 - 5) : 5 + 1 = 199$ (số).

Từ 1 đến 999 có số số chia hết cho 7 là $(994 - 7) : 7 + 1 = 142$ (số).

Từ 1 đến 999 có số số vừa chia hết cho 5, vừa chia hết cho 7 (tức chia hết cho 35) là $(980 - 35) : 35 + 1 = 28$ (số).

Số số thoả mãn yêu cầu bài toán là $999 - 199 - 142 + 28 = 686$ (số).

Chọn B.

Bài 6. (Đề Cầu Giấy năm học 2019 – 2020)

Tìm số hạng thứ 7 của dãy 3, 5, 8, 13, 21, ...

Lời giải

Số hạng thứ 6 của dãy là $13 + 21 = 34$.

Số hạng thứ 7 của dãy là $21 + 34 = 55$.

Bài 7. (Đề Cầu Giấy năm học 2021 – 2022)

Cho dãy số: 1; 2; 5; 10; 17; 26; ... Số hạng tiếp theo của dãy là số nào?

Lời giải

Khoảng cách trong dãy lần lượt là: 1; 3; 5; 7; 9; ...

Số hạng tiếp theo của dãy là: $26 + 11 = 37$.

Bài 8. (Đề Amsterdam năm học 2007 – 2008)

Tìm x , biết: $(x+4) + (x+6) + (x+8) + \dots + (x+26) = 210$.

Lời giải

$$(x+4) + (x+6) + (x+8) + \dots + (x+26) = 210$$

$$12 \times x + (4+6+8+\dots+26) = 210$$

$$12 \times x + 180 = 210$$

$$12 \times x = 30$$

$$x = 30 : 12 = 2,5.$$

Bài 9. (Đề Amsterdam năm học 2009 – 2010)

Tổng của các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n là một số có ba chữ số giống nhau. Tìm số n .

Lời giải

Tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến n là $\frac{n \times (n+1)}{2}$.

Gọi số có ba chữ số giống nhau là \overline{aaa} .

$$\text{Khi đó } \frac{n \times (n+1)}{2} = \overline{aaa} \Rightarrow n \times (n+1) = 2 \times \overline{aaa} \Rightarrow n \times (n+1) = 2 \times 111 \times a.$$

Mà $111 = 37 \times 3$ nên $n \times (n+1)$ phải chia hết cho 6 và 37.

Do đó chỉ có 1 trường hợp thoả mãn là $n = 36$.

Bài 10. (Đề Amsterdam năm học 2010 – 2011)

Cho dãy số 6; 7; 9; 12; 16 ... Hỏi số 61 là số hạng thứ bao nhiêu của dãy?

Lời giải

Quy luật:

$$6 = 6 + 0;$$

$$7 = 6 + 0 + 1;$$

$$9 = 6 + 0 + 1 + 2;$$

$$12 = 6 + 0 + 1 + 2 + 3;$$

$$16 = 6 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4;$$

.....

Theo quy luật trên thì số thứ n của dãy số là $6 + 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1)$.

$$\text{Ta có } 6 + 0 + 1 + 2 + \dots + (n-1) = 61 \Rightarrow n = 11.$$

Vậy số 61 là số hạng thứ 11 của dãy số.

Bài 11. (Đề Amsterdam năm học 2012 – 2013)

Cho dãy số: 2; 17; 47; 92; 152; ... Tìm số hạng thứ 120 của dãy?

Lời giải

Quy luật:

$$2 = 2 + 0 \times 15;$$

$$17 = 2 + 1 \times 15;$$

$$47 = 2 + 1 \times 15 + 2 \times 15;$$

$$92 = 2 + 1 \times 15 + 2 \times 15 + 3 \times 15;$$

$$152 = 2 + 1 \times 15 + 2 \times 15 + 3 \times 15 + 4 \times 15;$$

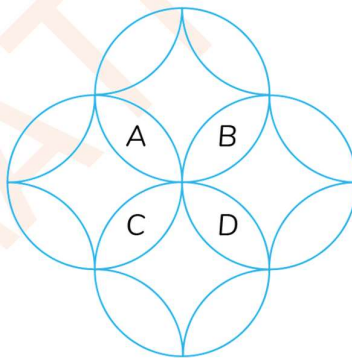
.....

Do đó, số hạng thứ 120 của dãy là

$$2 + 1 \times 15 + 2 \times 15 + 3 \times 15 + \dots + 119 \times 15 = 2 + (1 + 2 + 3 + \dots + 119) \times 15 = 107102.$$

Bài 12. (Đề Amsterdam năm học 2014 – 2015)

Cho bốn hình tròn, mỗi hình tròn được chia thành năm phần (như hình vẽ). Người ta điền các số tự nhiên 5; 6; 7; ...; 19; 20 vào mỗi phần trên sao cho hai phần khác nhau được điền hai số khác nhau. Biết rằng tổng các số điền trong các phần của mỗi hình tròn bằng 60. Tính tổng bốn số được điền ở bốn phần có kí hiệu A ; B ; C ; D .

**Lời giải**

Số nguyên trong dãy số cách đều 5, 6, ..., 20 là 16 nên tổng của chúng là $(5 + 20) \times 16 : 2 = 200$.

Tổng các số điền trong các phần của hình tròn trên đều bằng 60 nên tổng các số điền trong cả bốn đường tròn là $4 \times 60 = 240$.

Các số điền tại vị trí A ; B ; C ; D được tính hai lần nên tổng các số trong bốn vị trí đó là $240 - 200 = 40$.

Bài 13. (Đề Amsterdam năm học 2014 – 2015)

Cho 14 số tự nhiên khác 0 và không có hai số nào bằng nhau. Biết tổng của chúng bằng 106. Tìm số lớn nhất trong các số đó.

Lời giải

Tổng 14 số tự nhiên đầu tiên là $1 + 2 + 3 + \dots + 14 = 105$.

Nhưng tổng 14 số đã cho là 106 nên các số đó phải là 1, 2, 3, ..., 13 và 15.

Bài 14. (Đề Amsterdam năm học 2019 – 2020)

Cho dãy số 2, 22, 222, ... Hỏi số thứ 21 của dãy chia 9 dư mấy?

Lời giải

Số thứ 21 của dãy gồm 21 chữ số 2 nên tổng các chữ số của số này là $21 \times 2 = 42$.

Vì 42 chia 9 dư 6 nên số thứ 21 của dãy chia 9 dư 6.

Bài 15. (Đề Amsterdam năm học 2020 – 2021)

Cho các chữ số 0 và 2. Lập dãy các số lớn hơn 0 từ hai chữ số đó. Hỏi số 2000020 là số thứ bao nhiêu của dãy?

Lời giải

Xét số có n chữ số lớn hơn 0 được lập từ các chữ số 0 và 2.

Vì số đó lớn hơn 0 nên chữ số đầu tiên chỉ có 1 cách chọn là chữ số 2.

Mỗi vị trí tiếp theo của số đó sẽ có 2 cách chọn (chọn chữ số 0 hoặc chữ số 2).

Do đó số số có 2 chữ số tạo thành sẽ gấp 2 lần số số có 1 chữ số; số số có 3 chữ số sẽ gấp 2 lần số số có 2 chữ số.

Mà số số có 1 chữ số tạo thành là 1 số, nên đến khi tạo thành số có 6 chữ số thì số số lập được là $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63$ (số).

Xét các số có 7 chữ số: Số 2000020 chỉ lớn hơn 2 số là 2000000 và 2000002 nên số 2000020 là số thứ 66 của dãy số.

Bài 16. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2014 – 2015)

Cho dãy số: 1; 2; 4; 7; 11; 16; ... Hỏi số hạng tiếp theo của dãy số trên là bao nhiêu?

Lời giải

Quy luật:

$$2 = 1 + 1$$

$$4 = 2 + 2$$

$$7 = 4 + 3$$

$$11 = 7 + 4$$

$$16 = 11 + 5$$

Suy ra số hạng tiếp theo của dãy là $16 + 6 = 22$.

Bài 17. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2014 – 2015)

Nếu đếm các chữ số dùng để ghi tất cả các ngày trong năm 2014 trên tờ lịch treo tường thì kết quả sẽ là bao nhiêu chữ số?

Lời giải

Các ngày từ ngày mùng 1 đến ngày mùng 9 mỗi ngày cần 1 chữ số nên 9 ngày cần 9 chữ số. 1 năm có 12 tháng nên số chữ số cần dùng để viết các ngày có 1 chữ số là $9 \times 12 = 108$ (chữ số). Năm 2014 không là năm nhuận nên có 365 ngày.

Số ngày được viết bằng 2 chữ số là $365 - 108 = 257$ (ngày).

Số chữ số dùng để viết các ngày có 2 chữ số là $2 \times 257 = 514$ (chữ số).

Số chữ số cần dùng để ghi tất cả các ngày trong năm 2014 là $108 + 514 = 622$ (chữ số).

Bài 18. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2018 – 2019)

Cho dãy số: 1; 1; 2; 3; 5; 8; ... Hỏi số hạng thứ 12 của dãy số đó là số nào?

Lời giải

Quy luật: Kể từ số hạng thứ ba, số hạng sau của dãy số bằng tổng hai số hạng liền trước nó.

Ta điền tiếp các số vào dãy như sau: 1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55; 89; 144; ...

Vậy số hạng thứ 12 của dãy số đó là số 144.

Bài 19. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2019 – 2020)

Kết quả của phép tính $9 + 19 + 29 + \dots + 2019$ là bao nhiêu?

Lời giải

Tổng đã cho là tổng của dãy số cách đều nhau 10 đơn vị, số hạng đầu là 9, số hạng cuối là 2019.

Số số hạng của tổng là $(2019 - 9) : 10 + 1 = 202$ (số hạng).

Do đó, $9 + 19 + 29 + \dots + 2019 = (9 + 2019) \times 202 : 2 = 204828$.

Bài 20. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2019 – 2020)

Để đánh số trang của một cuốn sách (bắt đầu từ trang 1) người ta cần dùng 642 chữ số. Hỏi cuốn sách đó có bao nhiêu trang?

Lời giải

Từ trang 1 đến trang 9 có 9 trang có 1 chữ số nên cần dùng 9 chữ số để đánh số trang.

Từ trang 10 đến trang 99 có số trang có 2 chữ số là $(99 - 10) : 1 + 1 = 90$ (trang).

Số chữ số dùng để đánh các trang có 2 chữ số là $90 \times 2 = 180$ (chữ số).

Số chữ số dùng để đánh các trang có 3 chữ số là $642 - 9 - 180 = 453$ (chữ số).

Số trang có 3 chữ số là $453 : 3 = 151$ (trang).

Số trang của cuốn sách là $9 + 90 + 151 = 250$ (trang).

Bài 21. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2020 – 2021)

Tính tổng tất cả các số tự nhiên nhỏ hơn 300 mà chia hết cho 3.

Lời giải

Dãy các số tự nhiên nhỏ hơn 300 và chia hết cho 3 là 0; 3; 6; 9; ...; 297.

Số số hạng của dãy số trên là $(297 - 0) : 3 + 1 = 100$ (số).

Tổng của dãy số trên là $(0 + 297) \times 100 : 2 = 14850$.

Bài 22. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2023 – 2024)

Tính: $1,2 + 1,5 + 1,8 + \dots + 4,5 + 4,8$.

Lời giải

Số số hạng của tổng trên là: $(4,8 - 1,2) : 0,3 + 1 = 13$ (số).

Tổng của dãy số trên là: $(1,2 + 4,8) \times 13 : 2 = 39$.

Bài 23. (Đề thi thử Ngoại ngữ năm học 2022 – 2023)

Cho dãy số: 18; 36; 54; 72; 90;... Trong các số sau, số thuộc dãy số trên là

E. 20192020

F. 20202021

G. 20212022

H. 20192022

Lời giải

Dãy số đã cho gồm các số chia hết cho 18, hay chia hết cho cả 2 và 9.

Trong các số đã cho, chỉ có số 20192022 chia hết cho cả 2 và 9 nên nó thuộc dãy số đã cho.

Chọn D.

Bài 24. (Đề thi thử Ngoại ngữ năm học 2024 – 2025)

Có bao nhiêu số chẵn có 3 chữ số?

E. 500

F. 450

G. 250

H. 100

Lời giải

Các số chẵn có ba chữ số tạo thành dãy số cách đều có số đầu là 100, số cuối là 998, khoảng cách giữa hai số liền nhau là 2.

Vậy có tất cả số các số chẵn có 3 chữ số là: $(998 - 100) : 2 + 1 = 450$ (số).

Chọn B.

Bài 25. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2022 – 2023)

Bạn Nam viết liên tiếp nhiều lần I LOVE ARCHIMEDES để tạo thành dãy các chữ cái liên nhau như sau: ILOVEARCHIMEDESILOVEARCHIMEDES.....

Hỏi chữ cái thứ 2022 của dãy chữ trên là chữ cái nào?

Lời giải

Nhóm ILOVEARCHIMEDES có 15 chữ cái.

Ta có: $2022 : 15 = 134$ (dư 12).

Do đó, chữ cái thứ 2022 của dãy chữ trên là chữ E thứ 2 của nhóm.

Bài 26. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Tìm hai chữ số tận cùng của C biết:

$$C = (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 2024)$$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} C &= (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 9) \times (1 + 2 + 3 + \dots + 2024) \\ &= 45 \times 45 \times \frac{(1 + 2024) \times 2024}{2} \\ &= 45 \times 45 \times \frac{2025 \times 2024}{2} \\ &= 45 \times 45 \times 1012 \times 2025 \end{aligned}$$

Vì 2025 chia hết cho 25 và 1012 chia hết cho 4 mà tích của một số chia hết cho 25 và một số chia hết cho 4 là một số có 2 chữ số 0 ở tận cùng.

Vậy C có hai chữ số tận cùng là 00.

Bài 27. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Cho dãy số: 2024, 2023, 1, ... Kể từ số thứ ba, mỗi số bằng hiệu của hai số đứng trước nó (Số lớn trừ số bé). Hỏi số thứ 31 là bao nhiêu?

Lời giải

Số thứ nhất = 2024

Số thứ hai = 2023

Số thứ ba = $2024 - 2023 = 1$

Số thứ tư = $2023 - 1 = 2022$

Số thứ năm = $2022 - 1 = 2021$

$$\text{Số thứ sáu} = 2022 - 2021 = 1$$

$$\text{Số thứ bảy} = 2021 - 1 = 2020$$

Nhận xét: Các số hạng thứ 1, 4, 7, ..., 31 tạo thành dãy số cách đều giảm dần 2 đơn vị:

$$2024, 2022, 2020, \dots$$

Dãy các số hạng thứ 1, 4, 7, ..., 31 có: $(31 - 1) : 3 + 1 = 11$ (số hạng).

Do đó số hạng thứ 31 của dãy đã cho là số hạng thứ 11 của dãy số:

$$2024, 2022, 2020, \dots$$

Số hạng thứ 31 của dãy đã cho hay số hạng thứ 11 của dãy trên là:

$$2024 - (11 - 1) \times 2 = 2004.$$

Bài 28. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2020 – 2021)

Tìm trung bình cộng các số hạng của dãy số 1; 4; 7; 10; 13; ...; 2020.

Lời giải

Nhận xét: Dãy số trên là dãy số cách đều nên trung bình cộng các số hạng của dãy chính bằng trung bình cộng của số đầu và số cuối của dãy.

Trung bình cộng các số hạng của dãy số trên là: $(1 + 2020) : 2 = 1010,5$.

Bài 29. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2021 – 2022)

Tìm trung bình cộng của 51 số hạng đầu tiên trong dãy số: 1; 5; 9; 13; 17... ?

Lời giải

Nhận xét: Đây là dãy số cách đều nên trung bình cộng của 51 số hạng đầu tiên chính bằng trung bình cộng của số đầu tiên và số thứ 51.

Số thứ 51 của dãy là: $(51 - 1) \times 4 + 1 = 201$.

Trung bình cộng 51 số đầu tiên của dãy số là: $(1 + 201) : 2 = 101$.

Bài 30. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Có bao nhiêu số tự nhiên chia cho 4 dư 3 và nhỏ hơn 100?

A. 23.

B. 24.

C. 25.

D. 26.

Lời giải

Các số tự nhiên chia 4 dư 3 và nhỏ hơn 100 là: 3; 7; 11; ...; 99.

Các số trên tạo thành dãy số cách đều với khoảng cách giữa hai số đứng liền nhau là 4 đơn vị.

Có số số hạng là: $(99 - 3) : 4 + 1 = 25$ (số).

Vậy có tất cả 25 số tự nhiên chia cho 4 dư 3 và nhỏ hơn 100.

Chọn C.

Bài 31. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)

Viết liên tiếp từ ARCHIMEDES thành một dãy dài. Chữ cái thứ 2021 của dãy là chữ cái nào?

A. A.

B. R.

C. C.

D. M.

Lời giải

Ta thấy từ “ARCHIMEDES” gồm 10 chữ cái.

Ta có: $2021 : 10 = 202$ (dư 1).

Vậy ta viết được 202 nhóm từ “ARCHIMEDES” và thêm 1 chữ cái.

Do đó, chữ cái thứ 2021 là chữ “A”.

Chọn A.**Bài 32. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2022 – 2023)**

Cho tổng $S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100$. Hỏi phải bớt đi số hạng nào để $S = 2518$.

A. 22.

B. 32.

C. 42.

D. 52.

Lời giải

Các số hạng 2; 4; 6; ...; 100 tạo thành dãy số cách đều có khoảng cách giữa hai số liền nhau là 2 đơn vị.

Có số số hạng là: $(100 - 2) : 2 + 1 = 50$ (số).

$S = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 100 = (100 + 2) \times 50 : 2 = 2550$.

Để $S = 2518$ ta cần bớt đi số hạng: $2550 - 2518 = 32$.

Chọn B.**Bài 33. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)**

Viết các số tự nhiên liên tiếp từ 19 đến 91. Chữ số 5 xuất hiện bao nhiêu lần?

Lời giải

- Xét các chữ số 5 ở hàng đơn vị: 25, 35, 45, ..., 85.

Có số số hạng là: $(85 - 25) : 10 + 1 = 7$ (số).

Do đó có 7 chữ số 5 ở hàng đơn vị.

- Xét các chữ số 5 ở hàng chục: 50, 51, 52, ..., 59.

Có số số hạng là: $(59 - 50) : 1 + 1 = 10$ (số).

Do đó có 10 chữ số 5 ở hàng chục.

Vậy chữ số 5 xuất hiện số lần là: $7 + 10 = 17$ (lần).

Bài 34. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

Trên bảng điện tử chạy liên tiếp dòng chữ

“ARCHIMEDES10YEARSARCHIMEDES10YEARSARCHIMEDES...”.

Hỏi kí tự thứ 2023 là chữ hay số nào?

Lời giải

Ta thấy 1 nhóm kí tự “ARCHIMEDES10YEARS” gồm 17 kí tự.

Viết đến kí tự thứ 2023 ta được số nhóm là: $2023 : 17 = 119$ (nhóm).

Vậy ta viết được 119 nhóm kí tự “ARCHIMEDES10YEARS”.

Do đó, kí tự thứ 2023 là chữ “S” cuối cùng trong nhóm.

Bài 35. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

Tính $0,3 + 0,5 + 0,7 + \dots + 2,9$.

Lời giải

Các số hạng trong tổng trên tạo thành dãy số cách đều.

Số số hạng của dãy số trên là: $(2,9 - 0,3) : 0,2 + 1 = 14$ (số).

Tổng của dãy số trên là: $(0,3 + 2,9) \times 14 : 2 = 22,4$.

Bài 36. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2023 – 2024)

Có bao nhiêu số thập phân có hai chữ số ở phần thập phân mà lớn hơn 2,08 và nhỏ hơn 3,14?

(Tính cả số 3,00).

Lời giải

Các số thập phân thỏa mãn đề bài là: 2,09; 2,10; 2,11; ...; 3,13.

Số số hạng của dãy trên là: $(3,13 - 2,09) : 0,01 + 1 = 105$ (số).

Bài 37. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2024 – 2025)

Cần bao nhiêu chữ số để viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 20?

Lời giải

Từ 1 đến 9 có 9 số có 1 chữ số, phải dùng: $1 \times 9 = 9$ (chữ số)

Từ 10 đến 20 có 11 số có 2 chữ số, phải dùng: $2 \times 11 = 22$ (chữ số)

Số chữ số cần dùng để viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 20 là: $9 + 22 = 31$ (chữ số).

Bài 38. (Đề thi mẫu Archimedes năm học 2024 – 2025)

Hình sau được xếp từ các khối lập phương nhỏ giống nhau từng lớp theo quy luật. Nhìn từ trên xuống theo chiều mũi tên, lớp thứ nhất ở trên cùng gồm có 2 khối lập phương nhỏ. Nếu tiếp tục như vậy thì lớp thứ 4 sẽ có bao nhiêu khối lập phương nhỏ?



Lời giải

Quan sát hình vẽ, ta thấy:

Lớp thứ nhất có: $2 \times 1 = 2$ (khối lập phương nhỏ).

Lớp thứ 2 có: $2 \times 3 = 6$ (khối lập phương nhỏ).

Lớp thứ 3 có: $2 \times 5 = 10$ (khối lập phương nhỏ).

Tiếp theo quy luật của dãy hình như trên, lớp thứ 4 có:

$$2 \times 7 = 14 \text{ (khối lập phương nhỏ).}$$

Bài 39. (Đề thi mẫu Ngôi sao Hà Nội – Hoàng Mai Vòng 1 năm học 2024 – 2025)

Minh viết các số tự nhiên liên tiếp từ 1. Khi viết xong, Minh thấy mình đã viết được 207 chữ số. Hỏi Minh đã viết bao nhiêu số?

Lời giải

Từ 1 đến 9 có 9 số có 1 chữ số nên Minh cần 9 chữ số để viết.

Từ 10 đến 99 có: $(99 - 10) : 1 + 1 = 90$ (số có 2 chữ số)

→ Minh cần dùng số chữ số để viết các số này là:

$$2 \times 90 = 180 \text{ (chữ số).}$$

Các chữ số còn lại dùng để viết số có 3 chữ số là:

$$207 - 180 - 9 = 18 \text{ (chữ số).}$$

Số các số có 3 chữ số Minh đã viết là: $18 : 3 = 6$ (số).

Vậy số các số Minh đã viết là: $9 + 90 + 6 = 105$ (số).

Đáp số: 105 số.

Bài 40. (Đề thi mẫu Ngôi sao Hà Nội Vòng 2 năm học 2024 – 2025)

Chuyển phân số $\frac{2}{7}$ thành số thập phân, ta được một dãy có quy luật. Hỏi chữ số thứ 2024 sau dấu phẩy là số nào?

Lời giải

Ta có: $\frac{2}{7} = 0,285714285714\dots$

Nhận xét:

Đằng sau dấu phẩy, cụm 6 chữ số “285714” được lặp đi lặp lại.

Vì $2024 : 6 = 337$ (dư 2) nên chữ số thứ 2024 sau dấu phẩy là chữ số 8.

Đáp số: 8

Bài 41. (Đề thi mẫu Lê Lợi năm học 2023 – 2024)

Tìm giá trị của x trong biểu thức: $(x+1)+(x+2)+(x+3)+\dots+(x+20)=2023$.

Lời giải

$$(x+1)+(x+2)+(x+3)+\dots+(x+20)=2023$$

$$x+1+x+2+x+3+\dots+x+20=2023$$

$$20 \times x + (1+2+3+\dots+20) = 2023$$

$$20 \times x + 20 \times 21 : 2 = 2023$$

$$20 \times x + 210 = 2023$$

$$20 \times x = 2023 - 210$$

$$20 \times x = 1813$$

$$x = 1813 : 20$$

$$x = 90,65$$

Bài 42. (Đề thi mẫu Lê Lợi năm học 2023 – 2024)

Tính tổng của tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 9.

Lời giải

Tổng của tất cả các số tự nhiên có 3 chữ số chia hết cho 9 là tổng của các số hạng trong dãy số:

$$108+117+\dots+999=100 \times (108+999) : 2 = 55350.$$

Bài 43. (Đề thi mẫu Thanh Xuân năm học 2023 – 2024)

Cho dãy số sau: $\frac{1}{8}; \frac{1}{35}; \frac{1}{80}; \frac{1}{143}; \dots$. Tìm số thứ 23 của dãy.

Lời giải

Quy luật: $8 = 2 \times 4;$

$$35 = 5 \times 7;$$

$$80 = 8 \times 10;$$

$$143 = 11 \times 13.$$

Do đó mẫu số của các phân số trong dãy là tích của hai thừa số theo thứ tự tương ứng sau:

- Dãy 1 là: 2; 5; 8; 11; ...

- Dãy 2 là: 4; 7; 10; 13; ...

Số hạng thứ 23 của dãy 1 là: $(23-1) \times 3 + 2 = 68$.

Số hạng thứ 23 của dãy 2 là: $(23-1) \times 3 + 4 = 70$.

Số hạng thứ 23 của dãy cần tìm là: $\frac{1}{68 \times 70} = \frac{1}{4760}$.

Bài 44. (Đề thi mẫu Marie Curie năm học 2023 – 2024)

Cho một số tự nhiên gồm các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2021 được viết theo thứ tự liền nhau như sau: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15...2019 2020 2021. Tính tổng của tất cả các chữ số đó.

A. 27851.

B. 27850.

C. 28149.

D. 28150.

Lời giải**Nhận xét:** Các cặp số:

- 0 và 1999 có tổng các chữ số là $0 + 1 + 9 + 9 + 9 = 28$.
- 1 và 1998 có tổng các chữ số là $1 + 1 + 9 + 9 + 8 = 28$.
- 2 và 1997 có tổng các chữ số là $2 + 1 + 9 + 9 + 7 = 28$.
-
- 998 và 1001 có tổng các chữ số là $9 + 9 + 8 + 1 + 1 = 28$.
- 999 và 1000 có tổng các chữ số là $9 + 9 + 9 + 1 = 28$.

Như vậy trong dãy số 0; 1; 2; 3; ...; 1998; 1999 hai số hạng cách đều số hạng đầu và số hạng cuối đều có tổng bằng 28.

Có 1000 cặp như vậy, do đó tổng các chữ số tạo nên dãy số trên là $28 \times 1000 = 28000$.

Tổng tất cả các chữ số để viết các số từ 2000 đến 2021 là

$$2 \times 22 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 2 + 3 = 149.$$

Vậy tổng của tất cả các chữ số là $28000 + 149 = 28149$.

Chọn C.