

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN VỀ CÔNG VIỆC LÀM CHUNG, LÀM RIÊNG TRONG ĐỀ THI VÀO LỚP 6 CÁC TRƯỜNG CHẤT LƯỢNG CAO

Bài 1. (Đề Nguyễn Tất Thành 2020 – 2021)

Lan và Hoa làm một công việc. Lan làm một mình mất 5 giờ. Hoa làm một mình mất 7 giờ. Hỏi hai bạn cùng làm thì sau bao lâu sẽ xong?

Bài 2. (Đề Amsterdam năm học 2008 – 2009)

Hai người cùng làm chung một công việc sau 12 giờ thì hoàn thành. Nếu người thứ nhất làm một mình $\frac{2}{3}$ công việc thì mất 10 giờ. Hỏi người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại mất bao lâu?

Bài 3. (Đề Amsterdam năm học 2009 – 2010)

Có ba vòi nước chảy vào một cái bể cạn. Nếu vòi một và vòi hai cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 12 phút; nếu vòi hai và vòi ba cùng chảy thì đầy bể sau 2 giờ; nếu vòi ba và vòi một cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 30 phút. Hỏi vòi ba chảy riêng thì đầy bể sau bao lâu?

Bài 4. (Đề Amsterdam năm học 2013 – 2014)

Hai máy cùng gặt xong một thửa ruộng hết 12 giờ. Nếu máy I gặt một mình trong 4 giờ, rồi máy II gặt tiếp thêm 9 giờ nữa thì được $\frac{7}{12}$ thửa ruộng. Hỏi nếu máy I gặt một mình thì gặt xong thửa ruộng trong bao lâu?

Bài 5. (Đề Amsterdam năm học 2014 – 2015)

Một công việc nếu đội thứ nhất làm một mình thì hoàn thành trong 30 giờ, nếu đội thứ hai làm một mình thì trong 12 giờ. Cũng công việc đó khi đội thứ nhất làm trong một thời gian rồi nghỉ và đội thứ hai làm tiếp, thì tổng số thời gian hai đội hoàn thành công việc là 18 giờ. Hỏi khi đó thì đội thứ hai đã làm trong bao nhiêu giờ?

Bài 6. (Đề Amsterdam năm học 2020 – 2021)

Đội 1 dự định làm 1 công việc hết 10 ngày. Làm được 5 ngày thì đội 2 đến giúp nên công việc còn lại làm hết trong 4 ngày. Hỏi đội 2 làm 1 mình công việc đó hết bao nhiêu ngày?

Bài 7. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2020 – 2021)

Một đội công nhân có 15 người, dự định mỗi ngày làm 8 giờ thì sau 12 ngày sẽ xong công việc. Nhưng thực tế, đội được bổ sung thêm 1 người và mỗi ngày cả đội cùng làm thêm 2 giờ. Hỏi sau mấy ngày thì đội làm xong công việc?

Bài 8. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2023 – 2024)

Có 3 vòi chảy vào bể không có nước, nếu vòi 1 và vòi 2 cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 12 phút. Vòi 2 và vòi 3 cùng chảy thì đầy bể sau 2 giờ. Vòi 1 và vòi 3 cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 30 phút. Hỏi cả ba vòi cùng chảy thì sau bao lâu đầy bể?

Bài 9. (Đề Ngoại ngữ năm học 2019 – 2020)

Người thứ nhất làm xong công việc trong 5 giờ, người thứ hai làm xong công việc trong 4 giờ. Hỏi cả 2 người cùng làm mất bao lâu?

Bài 10. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2022 – 2023)

Người công nhân A làm một mình xong một công việc trong 10 ngày, người công nhân B làm một mình xong công việc đó trong 15 ngày. Hỏi nếu cả hai người cùng làm thì sau bao lâu sẽ xong công việc đó?

Bài 11. (Đề học bổng Ngôi sao Hà Nội – Hoàng Mai năm học 2024 – 2025)

Nếu mở 2 vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì mất 2 giờ để đầy bể. Biết nếu mở vòi 1 chảy một mình thì mất 3 giờ để đầy bể. Hỏi nếu mở vòi 2 chảy một mình thì mất bao nhiêu giờ để đầy bể?

Bài 12. (Đề học bổng Ngôi sao Hà Nội năm học 2021 – 2022)

Hai học sinh cùng dọn vệ sinh lớp học thì hết 5 phút. Một mình học sinh thứ nhất dọn xong lớp học đó hết 6 phút. Hỏi nếu một mình học sinh thứ hai dọn lớp học đó hết bao lâu?

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (Đề Nguyễn Tất Thành 2020 – 2021)

Lan và Hoa làm một công việc. Lan làm một mình mất 5 giờ. Hoa làm một mình mất 7 giờ. Hỏi hai bạn cùng làm thì sau bao lâu sẽ xong?

Lời giải

Trong 1 giờ, Lan làm được: $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (công việc).

Trong 1 giờ, Hoa làm được: $1 : 7 = \frac{1}{7}$ (công việc).

Trong 1 giờ, cả Lan và Hoa làm được: $\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{12}{35}$ (công việc).

Cả hai bạn cùng làm thì hoàn thành công việc sau: $1 : \frac{12}{35} = \frac{35}{12}$ (giờ) = 2 giờ 55 phút.

Bài 2. (Đề Amsterdam năm học 2008 – 2009)

Hai người cùng làm chung một công việc sau 12 giờ thì hoàn thành. Nếu người thứ nhất làm một mình $\frac{2}{3}$ công việc thì mất 10 giờ. Hỏi người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại mất bao lâu?

Lời giải

Trong 1 giờ, người thứ nhất làm được $\frac{2}{3} : 10 = \frac{1}{15}$ (công việc).

Trong 1 giờ, cả hai người làm được $1 : 12 = \frac{1}{12}$ (công việc).

Trong 1 giờ, người thứ hai làm được $\frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{1}{60}$ (công việc).

Thời gian để người thứ hai làm $\frac{1}{3}$ công việc còn lại là $\frac{1}{3} : \frac{1}{60} = 20$ (giờ).

Bài 3. (Đề Amsterdam năm học 2009 – 2010)

Có ba vòi nước chảy vào một cái bể cạn. Nếu vòi một và vòi hai cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 12 phút; nếu vòi hai và vòi ba cùng chảy thì đầy bể sau 2 giờ; nếu vòi ba và vòi một cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 30 phút. Hỏi vòi ba chảy riêng thì đầy bể sau bao lâu?

Lời giải

Đổi 1 giờ 12 phút = $\frac{6}{5}$ giờ và 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ.

Trong 1 giờ, vòi một và vòi hai chảy được $1 : \frac{6}{5} = \frac{5}{6}$ (bể).

Trong 1 giờ, vòi hai và vòi ba chảy được $1 : 2 = \frac{1}{2}$ (bể).

Trong 1 giờ, vòi ba và vòi một chảy được $1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$ (bể).

Trong 1 giờ, cả ba vòi chảy được $\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) : 2 = 1$ (bể).

Trong 1 giờ, vòi ba chảy được $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$ (bể).

Vậy nếu chảy riêng thì vòi ba chảy đầy bể sau $1 : \frac{1}{6} = 6$ (giờ).

Bài 4. (Đề Amsterdam năm học 2013 – 2014)

Hai máy cùng gặt xong một thửa ruộng hết 12 giờ. Nếu máy I gặt một mình trong 4 giờ, rồi máy II gặt tiếp thêm 9 giờ nữa thì được $\frac{7}{12}$ thửa ruộng. Hỏi nếu máy I gặt một mình thì gặt xong thửa ruộng trong bao lâu?

Lời giải

Trong 4 giờ, cả hai máy gặt được $4 : 12 = \frac{1}{3}$ (thửa ruộng).

Trong 5 giờ, máy II gặt được $\frac{7}{12} - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ (thửa ruộng).

Trong 1 giờ, máy II gặt được $\frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{20}$ (thửa ruộng).

Trong 1 giờ, máy I gặt được $\frac{1}{3} : 4 - \frac{1}{20} = \frac{1}{30}$ (thửa ruộng).

Máy I gặt một mình thì gặt xong thửa ruộng trong thời gian là $1 : \frac{1}{30} = 30$ (giờ).

Bài 5. (Đề Amsterdam năm học 2014 – 2015)

Một công việc nếu đội thứ nhất làm một mình thì hoàn thành trong 30 giờ, nếu đội thứ hai làm một mình thì trong 12 giờ. Cũng công việc đó khi đội thứ nhất làm trong một thời gian rồi nghỉ và đội thứ hai làm tiếp, thì tổng số thời gian hai đội hoàn thành công việc là 18 giờ. Hỏi khi đó thì đội thứ hai đã làm trong bao nhiêu giờ?

Lời giải

Phần công việc mà hai đội đã làm chung nhanh hơn so với đội thứ nhất là 12 giờ.

Để hoàn thành công việc, đội hai làm nhanh hơn đội một là 18 giờ.

Suy ra phần công việc mà đội hai đã làm chiếm $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ lượng công việc.

Vậy, đội hai đã làm trong $12 \times 2 : 3 = 8$ giờ.

Bài 6. (Đề Amsterdam năm học 2020 – 2021)

Đội 1 dự định làm 1 công việc hết 10 ngày. Làm được 5 ngày thì đội 2 đến giúp nên công việc còn lại làm hết trong 4 ngày. Hỏi đội 2 làm 1 mình công việc đó hết bao nhiêu ngày?

Lời giải

Vì đội 1 dự định làm công việc trong 10 ngày nên trong 1 ngày đội 1 làm được $\frac{1}{10}$ công việc.

Trong 5 ngày đội 1 làm được số phần công việc là $\frac{1}{10} \times 5 = \frac{1}{2}$ (công việc).

Số phần công việc đội 1 và đội 2 làm trong 4 ngày là $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (công việc).

Trong 1 ngày đội 1 và đội 2 làm được số phần công việc là $\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$ (công việc).

Trong 1 ngày đội 2 làm được số phần công việc là $\frac{1}{8} - \frac{1}{10} = \frac{1}{40}$ (công việc).

Vậy nếu làm một mình, đội 2 hoàn thành công việc sau $1 : \frac{1}{40} = 40$ (ngày).

Bài 7. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2020 – 2021)

Một đội công nhân có 15 người, dự định mỗi ngày làm 8 giờ thì sau 12 ngày sẽ xong công việc. Nhưng thực tế, đội được bổ sung thêm 1 người và mỗi ngày cả đội cùng làm thêm 2 giờ. Hỏi sau mấy ngày thì đội làm xong công việc?

Lời giải

Số người của đội công nhân trong thực tế là $15 + 1 = 16$ (người).

Thời gian làm việc của mỗi người trong 1 ngày thực tế là $8 + 2 = 10$ (giờ).

Nếu 1 người làm mỗi ngày 8 giờ thì sẽ làm xong công việc sau thời gian là $12 \times 15 = 180$ (ngày).

Nếu 16 người, mỗi người làm 8 giờ 1 ngày thì sẽ làm xong công việc sau thời gian là:

$$180 : 16 = 11,25 \text{ (ngày)}.$$

Nếu 16 người, mỗi người làm 1 giờ 1 ngày thì sẽ làm xong công việc sau thời gian là

$$11,25 \times 8 = 90 \text{ (ngày)}.$$

Nếu 16 người, mỗi người làm 10 giờ 1 ngày thì sẽ làm xong công việc sau thời gian là

$$90 : 10 = 9 \text{ (ngày)}.$$

Bài 8. (Đề Lương Thế Vinh năm học 2023 – 2024)

Có 3 vòi chảy vào bể không có nước, nếu vòi 1 và vòi 2 cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 12 phút. Vòi 2 và vòi 3 cùng chảy thì đầy bể sau 2 giờ. Vòi 1 và vòi 3 cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ 30 phút. Hỏi cả ba vòi cùng chảy thì sau bao lâu đầy bể?

Lời giải

Đổi: 1 giờ 12 phút = $\frac{6}{5}$ giờ; 1 giờ 30 phút = $\frac{3}{2}$ giờ.

Trong 1 giờ, vòi 1 và vòi 2 cùng chảy được số phần bể là: $1 : \frac{6}{5} = \frac{5}{6}$ (bể).

Trong 1 giờ, vòi 2 và vòi 3 cùng chảy được số phần bể là: $1 : 2 = \frac{1}{2}$ (bể).

Trong 1 giờ, vòi 1 và vòi 3 cùng chảy được số phần bể là: $1 : \frac{3}{2} = \frac{2}{3}$ (bể).

Trong 1 giờ, cả ba vòi cùng chảy được số phần bể là:

$$\left(\frac{5}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) : 2 = 1 \text{ (bể)}.$$

Vậy cả ba vòi cùng chảy thì đầy bể sau 1 giờ.

Bài 9. (Đề Ngoại ngữ năm học 2019 – 2020)

Người thứ nhất làm xong công việc trong 5 giờ, người thứ hai làm xong công việc trong 4 giờ. Hỏi cả 2 người cùng làm mất bao lâu?

Lời giải

1 giờ người thứ nhất làm được: $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (công việc)

1 giờ người thứ hai làm được: $1 : 4 = \frac{1}{4}$ (công việc)

Thời gian để 2 người cùng làm xong công việc là: $1 : \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) = \frac{20}{9}$ (giờ)

Bài 10. (Đề Archimedes Vòng 2 năm học 2022 – 2023)

Người công nhân A làm một mình xong một công việc trong 10 ngày, người công nhân B làm một mình xong công việc đó trong 15 ngày. Hỏi nếu cả hai người cùng làm thì sau bao lâu sẽ xong công việc đó?

Lời giải

Trong 1 ngày, người công nhân A làm một mình thì làm được:

$$1 : 10 = \frac{1}{10} \text{ (công việc).}$$

Trong 1 ngày, người công nhân B làm một mình thì làm được:

$$1 : 15 = \frac{1}{15} \text{ (công việc).}$$

Trong 1 ngày, cả hai người cùng làm thì làm được:

$$\frac{1}{10} + \frac{1}{15} = \frac{1}{6} \text{ (công việc).}$$

Thời gian cả hai người cùng làm để xong công việc đó là: $1 : \frac{1}{6} = 6$ (ngày).

Bài 11. (Đề học bổng Ngôi sao Hà Nội – Hoàng Mai năm học 2024 – 2025)

Nếu mở 2 vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì mất 2 giờ để đầy bể. Biết nếu mở vòi 1 chảy một mình thì mất 3 giờ để đầy bể. Hỏi nếu mở vòi 2 chảy một mình thì mất bao nhiêu giờ để đầy bể?

Lời giải

1 giờ cả 2 vòi cùng chảy thì chảy được:

$$1 : 2 = \frac{1}{2} \text{ (bể).}$$

1 giờ vòi 1 chảy một mình thì chảy được:

$$1 : 3 = \frac{1}{3} \text{ (bể).}$$

1 giờ vòi 2 chảy một mình thì chảy được:

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ (bể).}$$

Vậy nếu mở vòi 2 chảy một mình thì sẽ đầy bể sau thời gian là: $1 : \frac{1}{6} = 6$ (giờ).

Đáp số: 6 giờ.

Bài 12. (Đề học bổng Ngôi sao Hà Nội năm học 2021 – 2022)

Hai học sinh cùng dọn vệ sinh lớp học thì hết 5 phút. Một mình học sinh thứ nhất dọn xong lớp học đó hết 6 phút. Hỏi nếu một mình học sinh thứ hai dọn lớp học đó hết bao lâu?

Lời giải

Trong 1 phút, cả hai học sinh dọn vệ sinh được $1 : 5 = \frac{1}{5}$ (lớp học).

Trong 1 phút, một mình học sinh thứ nhất dọn vệ sinh được $1 : 6 = \frac{1}{6}$ (lớp học).

Trong 1 phút, một mình học sinh thứ hai dọn vệ sinh được $\frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{30}$ (lớp học).

Nếu một mình học sinh thứ hai dọn lớp học đó hết $1 : \frac{1}{30} = 30$ (phút).