

ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 6

I. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Tập hợp. Ghi số tự nhiên;
2. Các phép tính cộng, trừ nhân, chia với số tự nhiên;
3. Lũy thừa với số mũ tự nhiên, so sánh lũy thừa, chữ số tận cùng của lũy thừa;
4. Dấu hiệu chia hết và tính chất chia hết của tổng, hiệu, tích;
5. Ước và bội;
6. Số nguyên tố - Hợp số;
7. Một số dạng bài về đếm số điểm, đường thẳng.

II. BÀI TẬP VẬN DỤNG

DẠNG 1: TẬP HỢP – TẬP HỢP SỐ TỰ NHIÊN

Bài 1. Viết các tập hợp sau bằng hai cách:

- a) Tập hợp A gồm các số tự nhiên chia hết cho 4, lớn hơn 10 và nhỏ hơn 40.
- b) Tập hợp B gồm các số tự nhiên chia hết cho 3, không nhỏ hơn 20 và không lớn hơn 45
- c) Tập hợp C gồm các số tự nhiên lẻ, chia hết cho 9, không nhỏ hơn 10 và không vượt quá 85

Bài 2. Cho A là tập hợp các số tự nhiên lẻ lớn hơn 5 và không lớn hơn 79.

- a) Viết tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử.
- b) Tính số phần tử của tập hợp A .
- c) Giả sử các phần tử của A được viết theo giá trị tăng dần. Tìm phần tử thứ 12 của A .

DẠNG 2: CÁC PHÉP TOÁN TRONG TẬP HỢP SỐ TỰ NHIÊN.

Bài 3. Tính bằng cách hợp lí

- | | |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| a) $37.(128 + 82) + (82 + 128).63$ | e) $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$ |
| b) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 96 + 98 + 100$ | f) $(3600 - 108) : 36 - (47.35 + 47.18) : 53$ |
| c) $4 + 7 + 10 + \dots + 298 + 301$ | g) $18.3 + 15 - 3(51 : 17)$ |
| d) $1.3 + 3.5 + 5.7 + \dots + 95.97 + 97.99$ | h) $2.4 + 4.6 + 6.8 + \dots + 198.200$ |

Bài 4. Tìm số tự nhiên x , biết:

- | | |
|------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| a) $282.x - 270.x = 1512$ | d) $1 + 2 + 3 + \dots + x = 55$ |
| b) $169 : x - 96 : x + 21 : x = 2$ | e) $(x + 1) + (x + 2) + (x + 3) + \dots + (x + 100) = 7450$ |
| c) $(2x - 14)(3x - 108) = 0$ | f) $x(x + 1) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2500$ |

Bài 5. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng khi viết thêm số 12 và bên trái số đó ta được số mới lớn gấp 26 lần số phải tìm.

Bài 6. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó gấp 5 lần tích các chữ số của nó.

Bài 7. Tìm số có 3 chữ số, biết rằng số đó vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 9, hiệu giữa số đó với số viết theo thứ tự ngược lại bằng 297.

Bài 8. Chia 163 cho 1 số ta được số dư là 11. Chia 68 cho số đó, ta cũng được số dư là 11.

Tìm số chia.

Bài 9. Trong tháng 9 nhà ông Khánh dùng hết 115 số điện. Hỏi ông Khánh phải trả bao nhiêu tiền điện biết rằng:

Giá tiền cho 50 số đầu tiên là 1 678 đồng / số

Giá tiền cho 50 số tiếp theo là 1 734 đồng / số

Giá tiền cho 100 số tiếp theo là 2 014 đồng / số.

Bài 10. Bạn Minh dùng 30 000 đồng để mua bút. Có hai loại bút: bút bi xanh và bút bi đen. Bút bi xanh có giá 2500 đồng một chiếc. Bút bi đen có giá 3500 đồng một chiếc. Bạn Minh sẽ mua được nhiều nhất bao nhiêu chiếc bút nếu:

a) Minh chỉ mua mỗi loại bút bi xanh?

b) Minh chỉ mua mỗi loại bút bi đen?

Bài 11. Thực hiện phép tính

a) $A = (5^{2024} - 5^{2020}) : (5^6 \cdot 5)$

b) $B = \frac{8^7 \cdot 9^{21}}{6^{20} \cdot 27^7}$

c) $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2024}$

d) $D = 5^{2024} - 5^{2023} + \dots + 5^2 - 5$

Bài 12. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $720 : [41 - (2x - 5)] = 2^3 \cdot 5$

b) $x^3 - 2^3 = 2^5 - (3^{16} : 3^{14} + 2^8 : 2^6)$

c) $707 : [(2^x - 5) + 74] = 4^2 - 3^2$

d) $5^{2x+3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3$

e) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

f) $5^{x+1} - 5^x = 2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x$

g) $x^4 = 16x^2$

h) $x(7-x)^{2024} = (7-x)^{2024}$

Bài 20. Tìm các số tự nhiên x, y biết

a) $(x - 2)(y + 1) = 5$

b) $(3x - 1)(x + 10) = 30$

c) $xy - x - y = 3$

d) $5xy - 10x + 3y = 19$

Bài 21. Lớp 6A có số học sinh trong khoảng từ 30 đến 50 em. Nếu xếp 2 em hay 3 em vào một tổ thì vừa đủ. Nhưng nếu xếp 8 em vào một tổ thì thừa ra 2 em. Hỏi lớp 6A có bao nhiêu học sinh?

Bài 22. Một cửa hàng hoa quả có 5 rổ đựng cam và chanh (trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả). Số quả trong mỗi rổ lần lượt là 104 ; 115 ; 132 ; 136 và 148 quả. Sau khi bán được 1 rổ cam, người bán hàng thấy rằng số chanh còn lại gấp 4 lần số cam. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu quả mỗi loại?

DẠNG 5: SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ

Bài 23. Tìm số nguyên tố p sao cho:

a) $p + 8$ và $p + 10$ cũng là số nguyên tốb) $p + 2$; $p + 6$; $p + 18$; $p + 24$ cũng là số nguyên tố

Bài 24. Tìm tất cả các số nguyên tố $p; q$ ($p < q$) sao cho $q + 4$ và $pq + 1$ đều là số nguyên tố.

Bài 25.

a) Chứng minh rằng nếu $2^n - 1$ là số nguyên tố ($n > 2$) thì $2^n + 1$ là hợp số.b) Cho p và $8p - 1$ là các số nguyên tố. Chứng minh $8p + 1$ là hợp số.

DẠNG 6: DẠNG BÀI VỀ ĐẾM SỐ ĐIỂM, ĐƯỜNG THẲNG

Bài 26. Cho 60 điểm. Vẽ được bao nhiêu đường thẳng đi qua 2 điểm trong 60 điểm đó nếu:

a) Không có 3 điểm nào thẳng hàng

b) Có đúng 7 điểm thẳng hàng

c) Nếu vẽ được tất cả 1705 đường thẳng, hỏi có bao nhiêu điểm thẳng hàng trong 60 điểm đó.

Bài 27. Cho 40 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 3 điểm vẽ một tam giác. Hỏi có bao nhiêu tam giác?

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. Viết các tập hợp sau bằng hai cách:

- a) Tập hợp A gồm các số tự nhiên chia hết cho 4, lớn hơn 10 và nhỏ hơn 40.
 a) Tập hợp B gồm các số tự nhiên chia hết cho 3, không nhỏ hơn 20 và không lớn hơn 45
 c) Tập hợp C gồm các số tự nhiên lẻ, chia hết cho 9, không nhỏ hơn 10 và không vượt quá 85

Lời giải:

a) $A = \{x \in \mathbb{N}; x:4 \text{ và } 10 < x < 40\}$ hoặc $A = \{12;16;20;24;28;32;36\}$

b) $B = \{x \in \mathbb{N}; x:3 \text{ và } 20 \leq x \leq 45\}$ hoặc $B = \{21;24;27;30;33;36;39;42;45\}$

c) $C = \{x \in \mathbb{N}; x \not\vdots 2, x:9 \text{ và } 10 \leq x \leq 85\}$ hoặc $C = \{27;45;63;81\}$

Bài 2. Cho A là tập hợp các số tự nhiên lẻ lớn hơn 5 và không lớn hơn 79.

- a) Viết tập hợp A bằng cách chỉ ra tính chất đặc trưng của các phần tử.
 b) Tính số phần tử của tập hợp A .
 c) Giả sử các phần tử của A được viết theo giá trị tăng dần. Tìm phần tử thứ 12 của A .

Lời giải:

a) Số tự nhiên lẻ n lớn hơn 5 và không lớn hơn 79 là số thỏa mãn điều kiện: $5 < n \leq 79$.

Vậy ta có $A = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ lẻ và } 5 < n \leq 79\}$.

b) Khi giá trị của n tăng dần thì giá trị các phần tử của A tạo thành một dãy số cách đều tăng dần (bắt đầu từ số 7, khoảng cách giữa hai số liên tiếp là 2).

Số phần tử của tập hợp A là: $\frac{79-7}{2} + 1 = 37$ (phần tử).

c) Giả sử phần tử thứ 12 của A là x thì ta có:

$$(x-7):2+1=12$$

$$(x-7):2=11$$

$$x-7=22$$

$$x=29$$

Vậy phần tử thứ 12 cần tìm của A là 29.

Bài 3. Tính bằng cách hợp lí

a) $37.(128 + 82) + (82 + 128).63$

e) $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$

b) $2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 96 + 98 + 100$

f) $(3600 - 108) : 36 - (47.35 + 47.18) : 53$

c) $4 + 7 + 10 + \dots + 298 + 301$

g) $18.3 + 15 - 3(51 : 17)$

d) $1.3 + 3.5 + 5.7 + \dots + 95.97 + 97.99$

h) $2.4 + 4.6 + 6.8 + \dots + 198.200$

Lời giải:

a) $37.(128 + 82) + (82 + 128).63 = (128 + 82)(37 + 63) = 210.100 = 21000$

b) Đặt $B = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 96 + 98 + 100$

Tổng B có: $(100 - 2) : 2 + 1 = 50$ (số hạng)

$$B = \frac{(100 + 2).50}{2} = 2550$$

c) Đặt $C = 4 + 7 + 10 + \dots + 298 + 301$

Tổng C có: $(301 - 4) : 3 + 1 = 100$ (số hạng)

$$C = \frac{(4 + 301).100}{2} = 305 \cdot 50 = 15250$$

d) Đặt $D = 1.3 + 3.5 + 5.7 + \dots + 95.97 + 97.99$

$$6D = 1.3.6 + 3.5.6 + \dots + 95.97.6 + 97.99.6$$

$$= 1.3(5 + 1) + 3.5.(7 - 1) + \dots + 97.99.(101 - 95)$$

$$= 3 + 97.99.101$$

Suy ra $D = 161651$.

e) Đặt $E = 99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$

$$= (99 - 97) + (95 - 93) + (91 - 89) + \dots + (7 - 5) + (3 - 1)$$

$$= 2 + 2 + 2 + \dots + 2 = 25.2 = 50$$

$$f) (3600 - 108) : 36 - (47.35 + 47.18) : 53$$

$$= 36.(100 - 3) : 36 - 47.(35 + 18) : 53$$

$$= 97 - 47$$

$$= 50$$

$$g) 18.3 + 15 - 3(51 : 17) = 18.3 + 5.3 - 3.3 = (18 + 5 - 3).3 = 20.3 = 60$$

$$h) \text{Đặt } H = 2.4 + 4.6 + 6.8 + \dots + 198.200$$

$$\text{Ta có: } 6H = 2.4.6 + 4.6.6 + 6.6.8 + \dots + 198.200.6$$

$$= 2.4.6 + 4.6.(8 - 2) + 6.8.(10 - 4) + \dots + 198.200.(202 - 196)$$

$$= 2.4.6 + 4.6.8 - 2.4.6 + 6.8.10 - 4.6.8 + \dots + 196.198.200 - 194.196.198 + 198.200.202 - 196.198.200$$

$$= 198.200.202 \Rightarrow H = 198.200.202 : 6 = 1333200$$

Bài 4. Tìm số tự nhiên x , biết:

$$a) 282.x - 270.x = 1512$$

$$d) 1 + 2 + 3 + \dots + x = 55$$

$$b) 169 : x - 96 : x + 21 : x = 2$$

$$e) (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+100) = 7450$$

$$c) (2x - 14)(3x - 108) = 0$$

$$f) x(x+1) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2500$$

Lời giải:

$$a) 282.x - 270.x = 1512$$

$$x.(282 - 270) = 1512$$

$$x.12 = 1512$$

$$x = 1512 : 12$$

$$x = 126$$

Vậy $x = 126$

$$d) 1 + 2 + 3 + \dots + x = 55$$

$$\text{Đặt } D = 1 + 2 + 3 + \dots + x$$

$$\text{Số các số hạng của } D \text{ là: } \frac{x-1}{1} + 1 = x$$

$$\text{Tổng } D = \frac{(1+x).x}{2} = 55$$

$$x(x+1) = 110 = 10.11$$

Vậy $x = 10$

<p>b) $169 : x - 96 : x + 21 : x = 2$</p> <p>$(169 - 96 + 21) : x = 2$</p> <p>$94 : x = 2$</p> <p>$x = 94 : 2$</p> <p>$x = 47$</p> <p>Vậy $x = 47$</p>	<p>e) $(x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+100) = 7450$</p> <p>$100x + (1+2+3+\dots+100) = 7450$</p> <p>$100x + \frac{(1+100) \cdot 100}{2} = 7450$</p> <p>$100x + 5050 = 7450$</p> <p>$100x = 2400$</p> <p>$x = 24$</p> <p>Vậy $x = 24$</p>
<p>c) $(2x-14)(3x-108) = 0$</p> <p>Trường hợp 1: Trường hợp 2:</p> <p>$2x-14=0$ $3x-108=0$</p> <p>$2x=14$ $3x=108$</p> <p>$x=14:2$ $x=108:3$</p> <p>$x=7$ $x=36$</p> <p>Vậy $x=7$ hoặc $x=36$</p>	<p>f) $x(x+1) = 2+4+6+8+10+\dots+2500$</p> <p>Đặt $F = 2+4+6+8+10+\dots+2500$</p> <p>Số các số hạng của F là: $\frac{2500-2}{2} + 1 = 1250$</p> <p>Tổng $F = \frac{(2+2500) \cdot 1250}{2} = 1\,563\,750$</p> <p>Suy ra $x(x+1) = 1\,563\,750$</p> <p>$x(x+1) = 1250 \cdot 1251$</p> <p>Vậy $x = 1250$</p>

Bài 5. Tìm số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng khi viết thêm số 12 và bên trái số đó ta được số mới lớn gấp 26 lần số phải tìm.

Lời giải:

Gọi số cần tìm \overline{ab} , ($a, b \in \mathbb{N}^*$, $0 < a \leq 9, 0 \leq b \leq 9$)

Biết rằng khi viết thêm số 12 và bên trái số đó ta được số mới lớn gấp 26 lần số phải tìm nên ta

$$\text{có : } \overline{12ab} = 26\overline{ab}$$

$$1200 + \overline{ab} = 26\overline{ab}$$

$$1200 = 25\overline{ab}$$

$$\overline{ab} = 48$$

Vậy số cần tìm là 48

Bài 6. Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng số đó gấp 5 lần tích các chữ số của nó.

Lời giải:

Gọi số phải tìm là : \overline{abc} ($0 < a \leq 9; 0 \leq b, c \leq 9; a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$\overline{abc} = 5 \cdot a \cdot b \cdot c \Rightarrow a, b, c \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ c = 5 \Rightarrow \overline{ab5} = 25\overline{ab} \end{cases} (1)$$

Thấy $c = 0$ (không thỏa mãn)

$$\text{Số có ba chữ số chia hết cho } 25 \text{ khi } \overline{b5}:25 \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = 7 \end{cases}$$

$$\text{Ta có: Vế trái (1) là lẻ} \Rightarrow \text{Vế phải lẻ} \Rightarrow b = 2 \text{ (loại)} \Rightarrow b = 7 \Rightarrow \overline{a75} = 25 \cdot a \cdot 7 = 175a \Rightarrow a = 1$$

Vậy số cần tìm là 175

Bài 7. Tìm số có 3 chữ số, biết rằng số đó vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 9, hiệu giữa số đó với số viết theo thứ tự ngược lại bằng 297.

Lời giải:

Gọi số cần tìm là : \overline{abc} , số viết theo thứ tự ngược lại là : \overline{cba} ($a \neq 0; a, b, c < 10; a, b, c \in \mathbb{N}$)

$$\text{Theo đầu bài ta có: } \overline{abc} - \overline{cba} = 297 \Rightarrow a > c$$

$$\text{Mà } \overline{abc} - \overline{cba} = 297 \Rightarrow a - c = 3 \Rightarrow a = c + 3$$

$$\text{Vì } \overline{abc}:5 \Rightarrow c = 0; c = 5$$

$$c = 0 \Rightarrow a = 3, \text{ mà } \overline{abc}:9 \Rightarrow \overline{3b0}:9 \Rightarrow b = 6, \text{ thử lại: } 360 - 63 = 297.$$

$$c = 5 \Rightarrow a = 8, \overline{8b5}:9 \Rightarrow b = 5, \text{ thử lại: } 855 - 558 = 297$$

Vậy có hai số cần tìm là: 360 và 855.

Bài 8. Chia 163 cho 1 số ta được số dư là 11. Chia 68 cho số đó, ta cũng được số dư là 11.

Tìm số chia.

Lời giải:

Cách 1: Gọi số chia là b ($b > 11$). Theo bài ra ta có:

$$163 = b \cdot q_1 + 11 \Rightarrow bq_1 = 152 = 152.1 = 76.2 = 38.4 = 19.8 \text{ (với } q_1 \text{ là thương)}$$

$$68 = b \cdot q_2 + 11 \Rightarrow bq_2 = 57 = 57.1 = 19.3 \text{ (với } q_2 \text{ là thương và } q_2 \neq q_1 \text{)}$$

Vì $b > 11$ và $q_2 \neq q_1$ nên ta có $b = 19$.

Cách 2

Gọi số chia là x ($11 < x < 68$)

Vì 163 chia x dư 11 và 68 x dư 11 nên $(163 - 68) : x$ hay $95 : x$

$$\text{Do đó } x \in U(95) = \{1; 5; 19; 95\}$$

Mà $11 < x < 68$ nên $x = 19$

Vậy số chia là 19.

Bài 9. Trong tháng 9 nhà ông Khánh dùng hết 115 số điện. Hỏi ông Khánh phải trả bao nhiêu tiền điện biết rằng:

Giá tiền cho 50 số đầu tiên là 1 678 đồng / số

Giá tiền cho 50 số tiếp theo là 1 734 đồng / số

Giá tiền cho 15 số tiếp theo là 2 014 đồng / số

Lời giải:

Số tiền phải trả cho 50 số đầu tiên là: $50.1678 = 83\ 900$ (đồng)

Số tiền phải trả cho 50 số tiếp theo (từ số 51 đến số 100) là: $50.1734 = 86\ 700$ (đồng)

Số tiền phải trả cho 15 số tiếp theo (từ số 101 đến số 115) là: $15.2014 = 30\ 210$ (đồng)

Số tiền ông Khánh phải trả là: $83\ 900 + 86\ 700 + 30\ 210 = 200\ 810$ (đồng)

Vậy số tiền điện mà ông Khánh phải trả trong tháng 9 là 200 810 đồng.

Bài 10. Bạn Minh dùng 30 000 đồng để mua bút. Có hai loại bút: bút bi xanh và bút bi đen. Bút bi xanh có giá 2500 đồng một chiếc. Bút bi đen có giá 3500 đồng một chiếc. Bạn Minh sẽ mua được nhiều nhất bao nhiêu chiếc bút nếu:

- a) Minh chỉ mua mỗi loại bút bi xanh?
b) Minh chỉ mua mỗi loại bút bi đen?

Lời giải:

a) Số bút xanh Minh mua được là: $30\,000 : 2500 = 12$ (chiếc)

Vậy bạn Minh mua được nhiều nhất là 12 chiếc bút bi xanh.

b) Ta thực hiện phép chia: $30\,000 : 3500$ được kết quả là 8, dư 2000 (đồng)

Do vậy, bạn Minh mua được nhiều nhất 8 chiếc bút bi đen, bạn còn dư 2000 đồng.

Bài 11. Thực hiện phép tính

a) $A = (5^{2024} - 5^{2020}) : (5^6 \cdot 5)$

c) $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2024}$

b) $B = \frac{8^7 \cdot 9^{21}}{6^{20} \cdot 27^7}$

d) $D = 5^{2024} - 5^{2023} + \dots + 5^2 - 5$

Lời giải:

<p>a) $A = (5^{2024} - 5^{2020}) : (5^6 \cdot 5)$ $= (5^{2024} - 5^{2020}) : 5^7$ $= 5^{2024} : 5^7 - 5^{2020} : 5^7$ $= 5^{2017} - 5^{2013}$</p>	<p>c) $C = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2024}$ $2C = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025}$ $2C - C = (2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2025}) - (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{2024})$ $C = 2^{2025} - 1$</p>
<p>b) $B = \frac{8^7 \cdot 9^{21}}{6^{20} \cdot 27^7} = \frac{(2^3)^7 \cdot (3^2)^{21}}{(2 \cdot 3)^{20} \cdot (3^3)^7}$ $= \frac{2^{21} \cdot 3^{42}}{2^{20} \cdot 3^{20} \cdot 3^{21}} = \frac{2^{21} \cdot 3^{42}}{2^{20} \cdot 3^{41}} = 2 \cdot 3 = 6$</p>	<p>d) $D = 5^{2024} - 5^{2023} + \dots + 5^2 - 5$ $5D = 5^{2025} - 5^{2024} + \dots + 5^3 - 5^2$ $5D + D = (5^{2025} - 5^{2024} + \dots + 5^3 - 5^2) + (5^{2024} - 5^{2023} + \dots + 5^2 - 5)$ $6D = 5^{2025} - 5$ $D = \frac{5^{2025} - 5}{6}$</p>

Bài 12. Tìm số tự nhiên x , biết:

a) $720 : [41 - (2x - 5)] = 2^3 \cdot 5$

b) $x^3 - 2^3 = 2^5 - (3^{16} : 3^{14} + 2^8 : 2^6)$

c) $707 : [(2^x - 5) + 74] = 4^2 - 3^2$

d) $5^{2x+3} - 2 \cdot 5^2 = 5^2 \cdot 3$

e) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$

f) $5^{x+1} - 5^x = 2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x$

g) $x^4 = 16x^2$

h) $x(7-x)^{2024} = (7-x)^{2024}$

Lời giải:

<p>a) $720 : [41 - (2x - 5)] = 2^3 \cdot 5$ $720 : [41 - (2x - 5)] = 40$ $41 - (2x - 5) = 720 : 40$ $41 - (2x - 5) = 18$ $2x - 5 = 41 - 18$ $2x - 5 = 23$ $2x = 23 + 5$ $2x = 28$ $x = 14$ Vậy $x = 14$</p>	<p>e) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$ $2^x (1 + 2^1 + 2^2 + 2^3) = 480$ $2^x (1 + 2 + 4 + 8) = 480$ $2^x \cdot 15 = 480$ $2^x = 480 : 15$ $2^x = 32 = 2^5$ $x = 5$ Vậy $x = 5$</p>
<p>b) $x^3 - 2^3 = 2^5 - (3^{16} : 3^{14} + 2^8 : 2^6)$ $x^3 - 8 = 32 - (3^2 + 2^2)$ $x^3 - 8 = 32 - (9 + 4)$ $x^3 - 8 = 19$ $x^3 = 19 + 8$ $x^3 = 27 = 3^3$ $x = 3$ Vậy $x = 3$</p>	<p>f) $5^{x+1} - 5^x = 2 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x$ $(5 - 1) \cdot 5^x = 2^x \cdot (2 + 8)$ $4 \cdot 5^x = 10 \cdot 2^x$ $2 \cdot 5^x = 5 \cdot 2^x$ $x = 1$ Vậy $x = 1$</p>
<p>c) $707 : [(2^x - 5) + 74] = 4^2 - 3^2$ $707 : [(2^x - 5) + 74] = 7$ $(2^x - 5) + 74 = 707 : 7$ $(2^x - 5) + 74 = 101$ $2^x - 5 = 101 - 74$ $2^x - 5 = 27$</p>	<p>g) $x^4 = 16x^2$ $x^4 - 16x^2 = 0$ $x^2 \cdot (x^2 - 16) = 0$ TH1: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ TH2: $x^2 = 16 = 4^2 \Rightarrow x = 4$ Vậy $x = 0$ hoặc $x = 4$</p>

$2^x = 27 + 5$ $2^x = 32 = 2^5$ $x = 5$ Vậy $x = 5$	
d) $5^{2x+3} - 2.5^2 = 5^2.3$ $5^{2x}.5^3 - 2.5^2 = 5^2.3$ $(5^{2x}.5 - 2).5^2 = 5^2.3$ $5^{2x}.5 - 2 = 3$ $5^{2x}.5 = 3 + 2$ $5^{2x}.5 = 5$ $5^{2x} = 5 : 5$ $5^{2x} = 1 = 5^0$ $2x = 0$ $x = 0$ Vậy $x = 0$	h) $x(7-x)^{2024} = (7-x)^{2024}$ $x(7-x)^{2024} - (7-x)^{2024} = 0$ $(x-1)(7-x)^{2024} = 0$ Trường hợp 1: $x-1=0$ $x=1$ Trường hợp 2: $(7-x)^{2024}=0$ $7-x=0$ $x=7$ Vậy $x=1$ hoặc $x=7$

Bài 13. So sánh

a) $2024^{10} + 2024^9$ và $2025^{10} - 2024^{2024}$

b) 3^{201} và 6^{119}

c) $2^{30} + 3^{30} + 4^{30}$ và 3.24^{10}

d) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9$ và 5.2^8

Lời giải:

a) Ta có: $2024^{10} + 2024^9 > 0$

Lại có $2024^{2024} > 2024^{2020} = (2024^{202})^{10} > 2025^{10}$. Suy ra $2025^{10} - 2024^{2024} < 0$

Vậy $2024^{10} + 2024^9 > 2025^{10} - 2024^{2024}$

b) Ta có: $3^{201} > 3^{200} = (3^5)^{40} = 243^{40}$; $6^{119} < 6^{120} = (6^3)^{40} = 216^{40} < 243^{40}$

Suy ra $3^{201} > 6^{119}$

c) Ta có: $4^{30} = (2^2)^{30} = (2.2)^{30} = (2^3)^{10} \cdot (2^2)^{15} > 8^{10} \cdot 3^{15} > 8^{10} \cdot 3^{10} \cdot 3 = (8.3)^{10} \cdot 3 = 24^{10} \cdot 3$

Suy ra $4^{30} > 24^{10} \cdot 3$

Vậy $2^{30} + 3^{30} + 4^{30} > 24^{10} \cdot 3$

d) Đặt $A = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^9$. Suy ra $2A = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{10}$

$$2A - A = 2^{10} - 1 = 4.2^8 - 1 < 5.2^8. \text{ Vậy } A < 5.2^8$$

Bài 14. Tìm chữ số tận cùng của:

a) 14^{1414}

b) $2^{4n+1} + 2$

Để giải được bài toán trên ta dựa vào các tính chất sau:

a) Các số có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6 khi nâng lên lũy thừa bậc bất kì thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.

b) Các số có chữ số tận cùng là 4, 9 khi nâng lên lũy thừa bậc lẻ thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.

c) Các số có chữ số tận cùng là 3, 7, 9 khi nâng lên lũy thừa bậc $4n$ ($n \in \mathbb{N}$) thì chữ số tận cùng là 1.

d) Các số có chữ số tận cùng là 2; 4; 8 khi nâng lên lũy thừa bậc $4n$ ($n \in \mathbb{N}$) thì chữ số tận cùng là 6.

Lời giải:

$$a) 14^{1414} = 14^{4k+2} = 14^2 \cdot 14^{4k} = 196 \cdot 14^{4k} = 196 \cdot \overline{6} = \overline{6}$$

Vậy chữ số tận cùng của 14^{1414} là 6

$$b) \text{ Ta có: } 2^{4n+1} = 2^{4n} \cdot 2 = \overline{6} \cdot 2 = \overline{2}$$

$$\text{Suy ra: } 2^{4n+1} + 2 = \overline{2} + 2 = \overline{4}$$

Vậy chữ số tận cùng của $2^{4n+1} + 2$ là: 4

Bài 15. Cho $A = 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20}$. Tìm $x \in \mathbb{N}$ để $A = 2^{11x-1}$

Lời giải:

$$\begin{aligned} A &= 4 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20} \\ &= 2^2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20} \\ &= 2 \cdot 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20} \\ &= 2^3 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20} \\ &= 2 \cdot 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{20} \\ &= 2^4 + 2^4 + \dots + 2^{20} \\ &= \dots \\ &= 2 \cdot 2^{19} + 2^{20} \\ &= 2^{20} + 2^{20} \\ &= 2 \cdot 2^{20} \\ &= 2^{21} \end{aligned}$$

Theo đề $A = 2^{11x-1}$, suy ra:

$$2^{11x-1} = 2^{21}$$

$$11x - 1 = 21$$

$$11x = 22$$

$$x = 2$$

Vậy $x = 2$

Bài 16. Chứng minh rằng

a) Tổng của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3 còn tổng của 4 số tự nhiên liên tiếp không chia hết cho 4.

b) Với mọi số tự nhiên lẻ n thì $n^6 - n^4 - n^2 + 1$ chia hết cho 128.

Lời giải:

a) Ba số tự nhiên liên tiếp có dạng: $n; n+1; n+2$.

Khi đó tổng của chúng bằng: $n + n+1 + n+2 = 3n+3 = 3.(n+1):3$ (điều phải chứng minh)

Tương tự ta được tổng bốn số tự nhiên liên tiếp là: $n + n+1 + n+2 + n+3 = 4n+6$.

Thấy $4n:4$ và $6 \not\vdots 4$ suy ra $4n+6 \not\vdots 4$ (điều phải chứng minh)

b) Ta có: $n^6 - n^4 - n^2 + 1 = n^4(n^2 - 1) - (n^2 - 1) = (n^2 - 1)(n^4 - 1) = (n^2 - 1)^2(n^2 + 1)$

Vì n là số lẻ nên đặt $n = 2k+1 (k \in \mathbb{N})$.

Ta có: $(n^2 - 1)^2 = [(2k+1)^2 - 1]^2 = (4k^2 + 4k)^2 = [4k(k+1)]^2$

Ta có $k(k+1)$ chia hết cho 2 nên $[4k(k+1)]^2 : 64$

Mặt khác: $n^2 + 1 = (2k+1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 2(2k^2 + 2k + 1) : 2$

Do đó $n^6 - n^4 - n^2 + 1 = (n^2 - 1)^2(n^2 + 1) : 128$ (điều phải chứng minh)

Bài 17.

a) Cho số $A = \overline{23x5y}$. Tìm các chữ số x và y biết rằng A chia hết cho 2, 5 và 9

b) Cho số $B = \overline{a765b}$. Tìm các chữ số a và b biết rằng B là số có 5 chữ số chia cho 2 dư 1, chia cho 5 dư 3 và chia cho 9 dư 7.

c) Cho số $C = \overline{25x4y}$. Tìm các chữ số x và y để C là số lớn nhất chia hết cho 45.

Lời giải:

a) Để A chia hết cho 2 và 5 thì $y = 0$

Để A chia hết cho 9 thì $2 + 3 + x + 5 + 0 : 9$ hay $10 + x : 9$ suy ra $x = 8$

Vậy $x = 8$ và $y = 0$ thỏa mãn yêu cầu đề.

b) Có B chia cho 5 dư 3 nên $b \in \{3; 8\}$, mà B chia cho 2 dư 1 nên B là số lẻ.

Suy ra $b = 3$

Mặt khác có B chia cho 9 dư 7 nên $a + 7 + 6 + 5 + 3 - 7 : 9$ hay $a + 14 : 9$ suy ra $a = 4$

Vậy $a = 4$ và $b = 3$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

c) Để C chia hết cho 45 thì C chia hết cho 5 và 9

Để C chia hết cho 5 thì $y \in \{0; 5\}$

Trường hợp 1: $y = 0$, để C chia hết cho 9 thì $2 + 5 + x + 4 + 0 : 9$ hay $11 + x : 9$. Suy ra $x = 7$

Trong trường hợp này ra tìm được số thỏa mãn là 25740.

Trường hợp 2: $y = 5$, để C chia hết cho 9 thì $2 + 5 + x + 4 + 5 : 9$ hay $16 + x : 9$. Suy ra $x = 2$

Ta được số thỏa mãn là 25245.

Vậy số lớn nhất thỏa mãn yêu cầu đề là 25740 khi $x = 7$ và $y = 0$.

Bài 18.

a) Cho $A = 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99}$. Chứng minh rằng A chia hết cho 7.

b) Cho $B = 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2021}$. Chứng minh rằng B không chia hết cho 13.

Lời giải:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } A &= 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{97} + 2^{98} + 2^{99} \\
 &= (2 + 2^2 + 2^3) + (2^4 + 2^5 + 2^6) + \dots + (2^{97} + 2^{98} + 2^{99}) \\
 &= 2 \cdot (1 + 2^1 + 2^2) + 2^4 \cdot (1 + 2^1 + 2^2) + \dots + 2^{97} \cdot (1 + 2^1 + 2^2) \\
 &= 2 \cdot 7 + 2^4 \cdot 7 + \dots + 2^{97} \cdot 7. \\
 A &= 7 \cdot (2 + 2^4 + \dots + 2^{97}) \text{ chia hết cho } 7 \Rightarrow A \text{ chia hết cho } 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B &= 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2021} \\
 &= 3^2 + (3^3 + 3^4 + 3^5) + (3^6 + 3^7 + 3^8) + \dots + (3^{2019} + 3^{2020} + 3^{2021}) \\
 &= 9 + 3^3(1 + 3 + 3^2) + 3^6(1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{2019} \cdot (1 + 3 + 3^2) \\
 &= 9 + 3^3 \cdot 13 + 3^6 \cdot 13 + \dots + 3^{2019} \cdot 13 \\
 &= 9 + 13 \cdot (3^3 + 3^6 + \dots + 3^{2019}) \\
 \text{VT} &= 13 \cdot (3^3 + 3^6 + \dots + 3^{2019}) : 13, \text{ mà } 9 \not\vdots 13 \Rightarrow B \not\vdots 13 \text{ (điều phải chứng minh)}.
 \end{aligned}$$

Bài 19. Tìm số tự nhiên n để

a) $n^2 + 3n + 6$ chia hết cho $n + 3$ b) $3n + 2$ là bội của $2n - 1$

c) $n - 1$ là ước của $n^2 + 1$

Lời giải:

a) Ta có : $n^2 + 3n + 6 = n(n + 3) + 6$, $n(n + 3) : n + 3$ suy ra để $n^2 + 3n + 6$ chia hết cho $n + 3$ thì $6 : n + 3$ hay $n + 3 \in U(6) = \{1; 2; 3; 6\}$, suy ra $n \in \{0; 3\}$

Vậy $n \in \{0; 3\}$ thỏa mãn yêu cầu đề.

b) Ta có: $3n + 2$ là bội của $2n - 1$ nên $3n + 2$ chia hết cho $2n - 1$. Suy ra $2 \cdot (3n + 2)$ chia hết cho $2n - 1$

Mặt khác ta có: $2 \cdot (3n + 2) = 6n + 4 = 3(2n - 1) + 7$, mà $2n - 1$ chia hết cho $2n - 1$, suy ra 7 chia hết cho $2n - 1$.

Hay $2n - 1 \in U(7) = \{1; 7\}$, suy ra $n \in \{1; 4\}$

Vậy $n \in \{1; 4\}$ thỏa mãn yêu cầu đề.

c) Có $n - 1$ là ước của $n^2 + 1$ hay $n^2 + 1$ chia hết cho $n - 1$

Mặt khác ta có: $n^2 + 1 = n^2 - n + n + 1 = n(n - 1) + n - 1 + 2 = (n + 1)(n - 1) + 2$, mà $(n + 1)(n - 1)$ chia hết cho $n - 1$ suy ra 2 chia hết cho $n - 1$.

Hay $n - 1 \in U(2) = \{1; 2\}$, suy ra $n \in \{2; 3\}$

Vậy $n \in \{2; 3\}$ thỏa mãn yêu cầu đề.

Bài 20. Tìm các số tự nhiên x, y biết

a) $(x - 2)(y + 1) = 5$

b) $(3x - 1)(x + 10) = 30$

c) $xy - x - y = 3$

d) $5xy - 10x + 3y = 19$

Lời giải:

a) $(x - 2)(y + 1) = 5 = 5 \cdot 1 = 1 \cdot 5$

Ta có hai trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} y + 1 = 5 \\ x - 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} y + 1 = 1 \\ x - 2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 0 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy $(x; y) \in \{(3; 4); (7; 0)\}$ thỏa mãn yêu cầu đề.

b) Ta có: $(3x - 1)(y + 10) = 30$

Vì x, y là các số tự nhiên nên $3x - 1; y + 10$ cũng là các số tự nhiên và $y + 10 \geq 10$ nên ta xét ba trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases} y + 10 = 15 \\ 3x - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 1 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} y + 10 = 30 \\ 3x - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 3: $\begin{cases} y + 10 = 10 \\ 3x - 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$ (loại)

Vậy $(x; y) = (1; 5)$ thỏa mãn yêu cầu đề.

c) Ta có: $xy - x - y = 3 \Rightarrow (xy - x) - (y - 1) = 4 \Rightarrow x.(y - 1) - (y - 1) = 4 \Rightarrow (x - 1)(y - 1) = 1.4 = 2.2$

Ta thấy vai trò của x, y là như nhau nên ta chỉ cần xét hai trường hợp sau và lấy hoán đổi vị trí của chúng.

Trường hợp 1: $\begin{cases} x - 1 = 1 \\ y - 1 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $\begin{cases} x - 1 = 2 \\ y - 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy $(x; y) = \{(2; 5); (5; 2); (3; 3)\}$ thỏa mãn yêu cầu đề.

d) Ta có: $5xy - 10x + 3y = 19 \Rightarrow 5x(y - 2) + 3(y - 2) = 13 \Rightarrow (y - 2)(5x + 3) = 13 = 1.13$

Vì x, y là các số tự nhiên nên $5x + 3 \geq 3$ nên ta có:

$\begin{cases} 5x + 3 = 13 \\ y - 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy $x = 2; y = 3$ thỏa mãn yêu cầu đề.

Bài 21. Lớp 6A có số học sinh trong khoảng từ 30 đến 50 em. Nếu xếp 2 em hay 3 em vào một tổ thì vừa đủ. Nhưng nếu xếp 8 em vào một tổ thì thừa ra 2 em. Hỏi lớp 6A có bao nhiêu học sinh?

Lời giải:

Gọi số học sinh lớp 6A là x , ($30 \leq x \leq 50, x \in \mathbb{N}^*$) (học sinh)

Ta thấy rằng nếu xếp 2 em hay 3 em vào một tổ thì vừa đủ nghĩa là số học sinh lớp 6A chia hết cho 2 và 3. Suy ra $x \in \{30; 36; 42; 48\}$.

Nhưng nếu xếp 8 em vào một tổ thì thừa ra 2 em, nghĩa là số học sinh lớp 6A chia cho 8 dư 2.

Trong bốn số tìm được ở trên ta thấy chỉ có 42 chia 8 dư 2.

Vậy số học sinh lớp 6A là 42 học sinh.

Bài 22. Một cửa hàng hoa quả có 5 rổ đựng cam và chanh (trong mỗi rổ chỉ đựng một loại quả). Số quả trong mỗi rổ lần lượt là 104 ; 115 ; 132 ; 136 và 148 quả. Sau khi bán được 1 rổ cam, người bán hàng thấy rằng số chanh còn lại gấp 4 lần số cam. Hỏi lúc đầu cửa hàng có bao nhiêu quả mỗi loại?

Lời giải:

Tổng số cam và số chanh của cửa hàng đó là: $104 + 115 + 132 + 136 + 148 = 635$ (quả).

Theo bài ra, số chanh gấp 4 lần số cam còn lại nên nếu coi số cam còn lại là một phần bằng nhau thì số chanh chiếm 4 phần như thế. Vậy tổng số chanh và cam còn lại chiếm 5 phần như thế.

Mà tổng số cam và chanh của cửa hàng là 635, có chữ số tận cùng là 5 nên 635 chia hết 5, suy ra số cam đã bán phải chia hết cho 5. Trong 5 rổ chỉ có rổ chứa 115 quả là chia hết cho 5, nên cửa hàng đã bán rổ đựng 115 quả cam.

Tổng số chanh và cam còn lại là: $635 - 115 = 520$ (quả)

Vậy số chanh của cửa hàng đó lúc đầu là: $(520 : 5) \cdot 4 = 416$ (quả)

Số cam của cửa hàng đó lúc đầu là: $635 - 416 = 219$ (quả).

Bài 23. Tìm số nguyên tố p sao cho:

- a) $p + 8$ và $p + 10$ cũng là số nguyên tố
- b) $p + 2$; $p + 6$; $p + 18$; $p + 24$ cũng là số nguyên tố

Lời giải

a) Với $p = 2$ thì $p + 8 = 10$; $p + 10 = 12$ là hợp số (loại)

Với $p = 3$ thì $p + 8 = 11$; $p + 10 = 13$ là các số nguyên tố

Nếu $p > 3$ và p là số nguyên tố thì suy ra: $p = 3k + 1$ hoặc $p = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

Ta thấy: Nếu $p = 3k + 1$ thì $p + 8 = 3k + 1 + 8 = 3k + 9 = 3 \cdot (k + 3) : 3$ là hợp số (loại)

Nếu $p = 3k + 2$ thì $p + 10 = 3k + 2 + 10 = 3k + 12 = 3 \cdot (k + 4) : 3$ là hợp số (loại)

Vậy $p = 3$ thoả mãn yêu cầu bài toán

b) Với $p = 2$ thì $p + 2 = 4$; $p + 6 = 8$; $p + 18 = 20$; $p + 24 = 26$ là hợp số (loại)

Nếu $p = 3$ thì $p + 6 = 9$ là hợp số (loại)

Nếu $p = 5$ thì $p + 6 = 11$; $p + 18 = 23$; $p + 24 = 29$ đều là các số nguyên tố

Nếu $p > 5$ và p là số nguyên tố thì $p = 5k + 1$ hoặc $p = 5k + 2$ hoặc $p = 5k + 3$ hoặc $p = 5k + 4$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

Ta thấy: Nếu $p = 5k + 1$ thì $p + 24 = 5k + 1 + 24 = 5k + 25 = 5.(k + 5):5$ là hợp số (loại)

Nếu $p = 5k + 2$ thì $p + 18 = 5k + 2 + 18 = 5k + 20 = 5.(k + 4):5$ là hợp số (loại)

Nếu $p = 5k + 3$ thì $p + 2 = 5k + 5 = 5.(k + 1):5$ là hợp số (loại)

Nếu $p = 5k + 4$ thì $p + 6 = 5k + 10 = 5.(k + 2):5$ là hợp số (loại)

Vậy $p = 5$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Bài 24. Tìm tất cả các số nguyên tố $p; q$ ($p < q$) sao cho $q + 4$ và $pq + 1$ đều là số nguyên tố.

Lời giải

Nếu $pq + 1$ là số nguyên tố thì phải là số lẻ (Vì là số nguyên tố lớn hơn 2)

Suy ra, ít nhất một trong hai số p, q là số chẵn. Vì $p < q$ nên ta xét $p = 2$

Nếu $q = 2$ thì $q + 4 = 6$ là hợp số (Loại)

Nếu $q = 3$ thì $q + 4 = 7$, $pq + 1 = 2.3 + 1 = 7$ đều là các số nguyên tố

Nếu $q > 3$, mà q là số nguyên tố thì suy ra: $q = 3k + 1$ hoặc $q = 3k + 2$ ($k \in \mathbb{N}^*$)

Ta thấy: Nếu $q = 3k + 1$ thì $pq + 1 = 2(3k + 1) + 1 = 6k + 3 = 3.(2k + 1):3$ là hợp số (loại)

Nếu $q = 3k + 2$ thì $q + 4 = 3k + 2 + 4 = 3k + 6 = 3.(k + 2):3$ là hợp số (loại)

Vậy $q = 3, p = 2$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Bài 25.

a) Chứng minh rằng nếu $2^n - 1$ là số nguyên tố ($n > 2$) thì $2^n + 1$ là hợp số.

b) Cho p và $8p - 1$ là các số nguyên tố. Chứng minh $8p + 1$ là hợp số.

Lời giải:

Trong ba số nguyên $2^n - 1; 2^n; 2^n + 1$ có một số chia hết cho 3. Mặt khác, 2^n không chia hết cho 3, do đó một trong hai số $2^n - 1; 2^n + 1$ phải có một số chia hết cho 3, nghĩa là một trong hai số này phải có một hợp số. Để cho $2^n - 1$ là số nguyên tố ($n > 2$) thì chắc chắn rằng $2^n + 1$ là một hợp số.

b) Vì $8p - 1$ là số nguyên tố nên $p \neq 2$.

Nếu $p = 3$ thì $8p + 1 = 25$ là hợp số.

Nếu $p > 3$ thì $8p(8p-1)(8p+1):3$. Vì p và $8p-1$ là các số nguyên tố lớn hơn 3 nên $8p+1$ chia hết cho 3 hay $8p+1$ là hợp số (điều phải chứng minh)

Bài 26. Cho 60 điểm. Vẽ được bao nhiêu đường thẳng đi qua 2 điểm trong 60 điểm đó nếu:

- Không có 3 điểm nào thẳng hàng
- Có đúng 7 điểm thẳng hàng
- Nếu vẽ được tất cả 1705 đường thẳng, hỏi có bao nhiêu điểm thẳng hàng trong 60 điểm đó.

Lời giải:

a) Không có 3 điểm nào thẳng hàng

Chọn 1 điểm trong số 60 điểm đã cho rồi nối điểm đó với 59 điểm còn lại ta được 59 đường thẳng.

Làm như vậy với 60 điểm ta sẽ có: $60.59 = 3540$ (đường thẳng)

Nhưng như thế thì mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần

(vì A nối với B hay B nối với A chỉ tính là 1 đường thẳng).

Do đó thực tế có $3540 : 2 = 1770$ (đường thẳng)

b) Có đúng 7 điểm thẳng hàng

Theo đề bài, có 7 điểm thẳng hàng nên qua chúng chỉ vẽ được 1 đường thẳng

Nếu 7 điểm không thẳng hàng, qua chúng vẽ được $\frac{7.6}{2} = 21$ (đường thẳng)

Số đường thẳng bị giảm là $21 - 1 = 20$ (đường thẳng)

Vậy vẽ được tất cả $1770 - 20 = 1750$ (đường thẳng)

c) Nếu vẽ được tất cả 1705 đường thẳng, hỏi có bao nhiêu điểm thẳng hàng trong 60 điểm đó.

Giả sử trong 60 điểm có n điểm thẳng hàng \Rightarrow Qua n điểm đó ta chỉ vẽ được 1 đường thẳng

Trong khi nếu n điểm không thẳng hàng thì qua chúng vẽ được: $\frac{n.(n-1)}{2}$ đường thẳng

Do đó số đường thẳng bị giảm là: $\frac{n.(n-1)}{2} - 1$; ứng với $1770 - 1705 = 65$ đường thẳng

$$\Rightarrow \frac{n.(n-1)}{2} - 1 = 65 \Rightarrow \frac{n.(n-1)}{2} = 66 \Rightarrow n.(n-1) = 132$$

Mà $n-1$ và n là 2 số tự nhiên liên tiếp. Có $12.11 = 132 \Rightarrow n = 12$. Vậy $n = 12$.

Bài 27. Cho 40 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Cứ qua 3 điểm vẽ một tam giác. Hỏi có bao nhiêu tam giác?

Lời giải:

Qua 40 điểm ta có số đoạn thẳng là: $\frac{40.39}{2} = 780$ (đoạn thẳng)

Từ 1 đoạn thẳng nối với 38 điểm còn lại ta được 38 tam giác

Làm như vậy với 780 đoạn thẳng ta sẽ có: $780 \cdot 38$ (tam giác)

Nhưng như thế thì mỗi tam giác đã được tính ba lần.

(Ví dụ: AB nối với C; AC nối với B; BC nối với A chỉ tính là một tam giác)

Do đó số tam giác vẽ được là: $\frac{780.38}{3} = 9880$ (tam giác).

-----Hết-----