

MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I LỚP 9	TRANG	
	Đề	Đáp án
ĐỀ SỐ 1 – SGK CÁNH DIỀU	3	16
ĐỀ SỐ 2 – SGK CÁNH DIỀU	5	23
ĐỀ SỐ 3 – SGK CÁNH DIỀU	6	28
ĐỀ SỐ 4 – SGK KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG	8	35
ĐỀ SỐ 5 – SGK KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG	9	41
ĐỀ SỐ 6 – SGK KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG	10	46
ĐỀ SỐ 7 – SGK CHÂN TRỜI SÁNG TẠO	11	51
ĐỀ SỐ 8 – SGK CHÂN TRỜI SÁNG TẠO	12	56
ĐỀ SỐ 9 – SGK CHÂN TRỜI SÁNG TẠO	13	62



MathExpress
Sang mãi niềm tin

HỆ THỐNG ĐỀ THI



MathExpress
Sang mãi niềm tin

ĐỀ SỐ 1

SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(x-5)(2x+4)=0$

b) $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$

c) $\frac{x-3}{3} - \frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4}$.

Bài 2. (3,0 điểm)

1) Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} - 2y = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

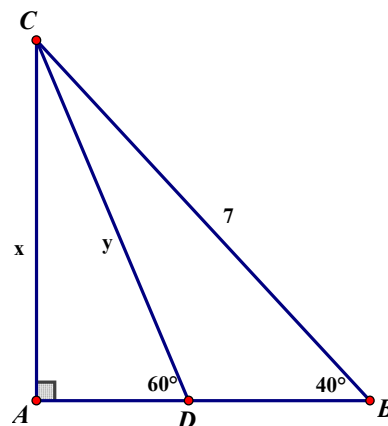
2) Tìm các hệ số x, y để cân bằng phương trình hóa học: $\text{Fe} + x\text{FeCl}_3 \rightarrow y\text{FeCl}_2$.

Bài 3 (1,5 điểm) Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

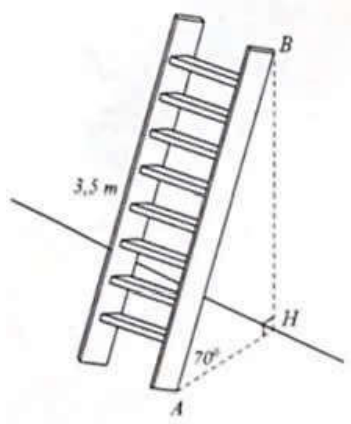
Bài 4. (3,0 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5 \text{ cm}$ và $BC = 13 \text{ cm}$. Tính độ dài cạnh còn lại và các góc của tam giác vuông ABC .

b) Tìm x, y trong hình vẽ dưới đây:



c) Một chiếc thang dài 3,5 m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo được với mặt đất một góc "an toàn" là 70° (để thang không bị đổ khi sử dụng). Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Bài 5. (1,0 điểm) Chứng minh rằng với mọi a, b, c thì $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a + b + c}{3}\right)^2$

----- HẾT -----



MathExpress
Sang mãi niềm tin

ĐỀ SỐ 2

SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(5x - 3)^2 - (4x - 7)^2 = 0$ b) $\frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$ c) $x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$

Bài 2 (3,0 điểm)

1) Giải các hệ phương trình sau:

a)
$$\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 9 \\ 5(x+y) - 7(x-y) = 8; \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x - \frac{y}{2} = -1 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

2) Tìm m để ba đường thẳng $(d_1): 2x - y = 0; (d_2): x + y = 3; (d_3): 2x - 3y = m$ đồng quy.

Bài 3 (1,5 điểm) Đến ngày 31/12/2024, gia đình cô Thúy đã tiết kiệm được số tiền là 250 triệu đồng. Sau thời điểm đó, mỗi tháng gia đình cô Thúy đều tiết kiệm được 10 triệu đồng. Gia đình cô Thúy dự định mua một chiếc ô tô tải nhỏ để vận chuyển hàng hoá với giá tối thiểu là 370 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng gia đình cô Thúy có thể mua được chiếc ô tô tải đó bằng số tiền tiết kiệm được?

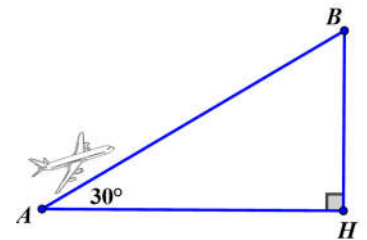
Bài 4 (1,0 điểm) Một máy bay cất cánh từ vị trí A , bay lên theo đường AB tạo với phương nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$, sau một khoảng thời gian 30 giây máy bay đạt được độ cao là $BH = 2,8$ km. Tính vận tốc trung bình của máy bay.

Bài 5 (2,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , AD là phân giác góc A , ($D \in BC$).

a) Biết $\tan \widehat{ABC} = \frac{4}{3}$, $AB = 3$ cm. Tính độ dài AC .

b) Tính độ dài CD và BD .

Bài 6 (1,0 điểm) Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.



----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 3

SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm). Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(x+6)\left(\frac{x^2+3}{2}-1\right)=0$

b) $-3x+22 < -8x+17$

c) $\frac{14}{x^2-9}=1-\frac{1}{3-x}$

Bài 2 (3,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} (x-3)(2y+5) = (2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6) = (6x-1)(2y+3) \end{cases}$$

b) Xác định $a; b$ để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2;1)$ và $B(1;2)$.

c) Xác định m để hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ mx+y=2m \end{cases}$ có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm duy nhất đó

theo m .

Bài 3 (1,5 điểm) Để đổi từ độ Fahrenheit (độ F) sang độ Celsius (độ C), người ta dùng công thức

$$\text{sau: } C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

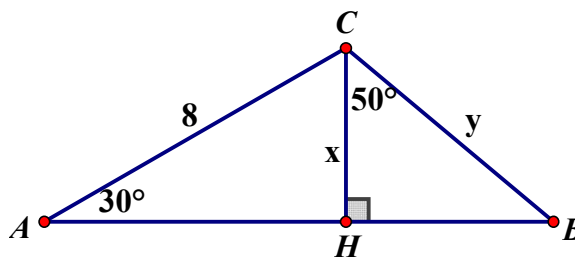
a) Giả sử nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 95°F . Hỏi nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là bao nhiêu độ C?

b) Giả sử nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 30°C . Hỏi nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là bao nhiêu độ F?

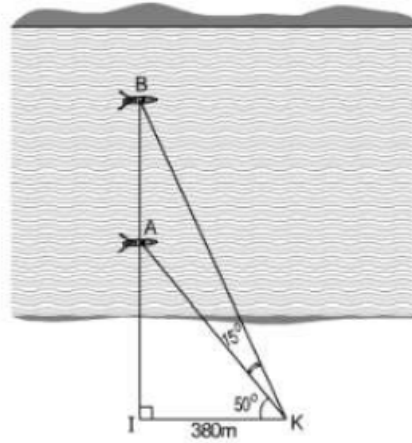
Bài 4 (3,0 điểm).

a) Giải tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 14\text{cm}$, $\widehat{C} = 30^\circ$

b) Tìm $x; y$ trong hình vẽ bên:



c) Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây. Tính khoảng cách giữa chúng. (làm tròn đến mét)



Bài 5 (1,0 điểm). Chứng minh rằng với mọi a, b, c thì $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$.

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 4

SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases}$$

b) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = 2m \\ mx + y = 1 - m \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm duy nhất đó theo m

Câu 2. (2,0 điểm) Nhà bác Tám vừa thu hoạch vườn bưởi nhà mình được 2170 quả bưởi. Bác phân làm hai loại bưởi và bán với giá 25000 đồng một quả bưởi loại I, 20000 đồng một quả bưởi loại II. Sau khi bán hết toàn bộ số bưởi đã thu hoạch, bác tính ra còn thiếu 200000 đồng nữa thì được 50000000 đồng. Hỏi nhà bác Tám đã thu hoạch được bao nhiêu tạ bưởi, biết rằng trung bình mỗi quả bưởi loại I nặng 1,2 kg và mỗi quả bưởi loại II nặng 0,9 kg ?

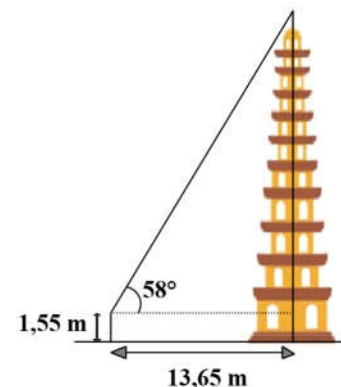
Câu 3. (3,0 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau :

a) $\left(\frac{2x}{3} + 4\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) = 0$

b) $\frac{1}{2x-3} + \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5}{x}$

c) $\frac{x-1}{6} + \frac{x+1}{2} \leq \frac{3x-5}{4} + \frac{1}{2}$

Câu 4. (3,0 điểm) Một người đứng cách chân tháp 13,65 m nhìn lên đỉnh tháp với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng 58° . Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng 1,55 m, hỏi tháp cao bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)



Câu 5 (1,0 điểm) Cho $x; y$ là hai số dương. Chứng minh rằng: $2(x^3 + y^3) \geq (x+y)(x^2 + y^2)$

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 5
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau
$$\begin{cases} x + y = \frac{4x - 3}{5} \\ x + 3y = \frac{5 - 9y}{4} \end{cases}$$

b) Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} (m + 1)x + y = m - 1 \\ (m - 1)x - y = m - 2 \end{cases}$. Tìm nghiệm duy nhất đó theo m .

Câu 2. (2,0 điểm) Tìm hai số nguyên dương biết tổng của chúng bằng 1006, nếu lấy số lớn chia cho số bé được thương là 2 và số dư là 124.

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $(4x - 1)^2 - 9x^2 = 0$

b) $\frac{1}{x} + \frac{x + 2}{x - 2} = \frac{-2}{x^2 - 2x}$

2) Chứng minh phương trình $(m^2 + 1)x + 3 = 0$ luôn là phương trình bậc nhất một ẩn.

Câu 4. (3,0 điểm)

a) Giải bất phương trình sau: $\frac{x - 3}{3} - \frac{x - 1}{6} \leq \frac{x + 2}{4}$

b) Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $7,5m$. Các tia nắng Mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 42° . Tính chiều cao của cột đèn *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)*.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho $x; y$ là hai số dương. Chứng minh rằng: $\left(\frac{x + y}{2}\right)^3 \leq \frac{x^3 + y^3}{2}$.

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 6
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải các hệ phương trình sau :
$$\begin{cases} 3(y - 5) + 2(x - 3) = 0 \\ 7(x - 4) + 3(x + y - 1) - 14 = 0 \end{cases}$$

b) Tìm m để hệ phương trình sau vô nghiệm:
$$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ y = (2m - 4)x + 10 \end{cases}$$

Câu 2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 2 giờ thì cả hai người làm được 50% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình thì trong bao lâu sẽ xong?

Câu 3. (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $x^2 + x = -3x - 6$

b)
$$\frac{3}{2x+1} + \frac{7}{3x+2} = \frac{21x+10}{(2x+1)(3x+2)}$$

2) Tìm m để phương trình $(m^2 - 1)x + m - 1 = 0$ có nghiệm duy nhất.

Câu 4. (3,0 điểm)

a) Giải bất phương trình :
$$\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$$

b) Một chiếc thang có chiều dài từ chân lên đến nấc thang cuối là 5 m được đặt vào thân cây cau như hình vẽ dưới đây, người ta đo được khoảng cách từ chân thang đến gốc cây cau là 2,5 m. Tính góc α tạo bởi thang và thân cây cau (làm tròn kết quả đến độ).



Câu 5. (1,0 điểm) Cho các số a, b, c không âm. Chứng minh rằng

$$a(b^2 + c^2) + b(c^2 + a^2) + c(a^2 + b^2) \geq 6abc$$

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 7

SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(6x + 2)^2 - 64x^2 = 0$

b) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} = 1$

c) $\frac{5-2x}{2} + 3 \geq \frac{x+1}{3}$

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = -7 \end{cases};$$

b) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x - m^2y = -7 \end{cases}$$
. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(1; 2)$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Bài 3. (1,5 điểm) Một người đi đến cửa hàng đồ chơi mua một bộ ghép hình và một chiếc xe ô tô điều khiển từ xa. Biết tổng số tiền theo giá niêm yết của hai sản phẩm là 900 000 đồng. Cửa hàng đang có chương trình giảm giá, bộ ghép hình được giảm giá 15%, xe ô tô điều khiển từ xa được giảm giá 10% nên thực tế người đó chỉ phải thanh toán tổng số tiền của hai sản phẩm là 780 000 đồng. Tính giá niêm yết của bộ ghép hình và ô tô điều khiển từ xa.

Bài 4. (1,0 điểm)

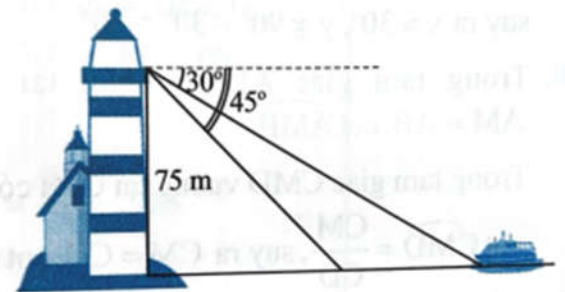
a) Chứng minh rằng $a + 3 < b + 5$, biết $a \leq b$

b) Chứng minh rằng $(a + 1)^2 \leq 2a + 2$, biết $a^2 \leq 1$.

Bài 5. (3,0 điểm)

a) Giải tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$.

b) Một người đứng trên một tháp hải đăng ở vị trí cao 75m so với mặt nước biển đã quan sát hai lần thấy một chiếc thuyền đang hướng về phía tháp hải đăng với góc hạ lần lượt là 30° và 45° (như hình vẽ). Hỏi thuyền đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Bài 6 (1,0 điểm) Chứng minh rằng, với mọi a, b, c ta có

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a + b + c}{3} \right)^2$$

ĐỀ SỐ 8

SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(-2x + 5)\left(\frac{3}{4}x - 6\right) = 0$

b) $\frac{2x - 1}{3} < \frac{x + 6}{2}$

c) $\frac{1}{x + 1} - \frac{x}{x^2 - x + 1} = \frac{3x}{x^3 + 1}$

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} (x - 1)(y + 3) = xy + 27 \\ (x - 2)(y + 1) = xy + 8 \end{cases}$$

b) Tìm x, y để cân bằng phương trình hóa học sau: $x\text{NO} + y\text{O}_2 \rightarrow \text{N}_2\text{O}_5$

Bài 3 (1,5 điểm) Hai bạn An và Bình cùng may khẩu trang để ủng hộ địa phương đang có dịch bệnh Cov-19 thì mất hai ngày mới hoàn thành công việc. Nếu chỉ có một mình bạn An làm việc trong 4 ngày rồi nghỉ và bạn Bình làm tiếp 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người làm riêng một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Bài 4 (1,0 điểm)

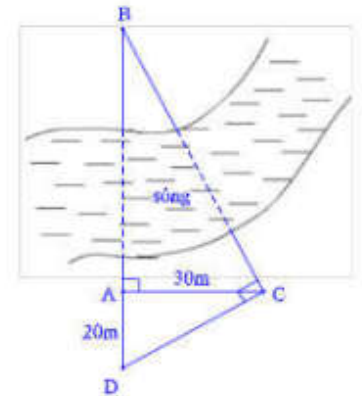
a) Cho hai số m, n thỏa mãn $0 < m^2 < n^2$. Chứng minh rằng $\frac{3}{2}m^2 < 2n^2$.

b) Bạn Minh Hiền có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 7 nghìn đồng. Hỏi bạn Minh Hiền mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

Bài 5 (3,0 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 15\text{cm}$, $\widehat{B} = 50^\circ$. Hãy tính độ dài AB, BC và phân giác CD (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

b) Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, bạn Minh Hiền vạch một đường vuông góc với AB . Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng $AC = 30\text{m}$, rồi vạch CD vuông góc với phương BC cắt AB tại D (xem hình vẽ). Đo $AD = 20\text{m}$, từ đó bạn Minh Hiền tính được khoảng cách từ A đến B . Em hãy tính độ dài AB và số đo góc.



Bài 6 (1,0 điểm) Chứng minh rằng, với mọi a, b ta có

$$(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a + b)^2$$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 9

SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2$ b) $\frac{x+3}{x-4} = \frac{x+6}{x-8}$ c) $(x-3)^3 - 2(x-1) - x(x-2)^2 - 5x^2$

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -12 \\ x + \frac{1}{3}y = -\frac{7}{3} \end{cases};$$

b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = (2m-5)x - 5m$ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): 2x + 3y = 7$ và $(d_2): 3x + 2y = 13$.

Bài 3 (1,5 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một ca nô chạy xuôi dòng một khúc sông dài 72km, rồi chạy ngược dòng khúc sông ấy 64km hết tất cả 7 giờ. Nếu ca nô chạy xuôi dòng 120km rồi chạy ngược dòng 32 km cũng hết 7 giờ. Tính vận tốc riêng của ca nô và vận tốc nước.

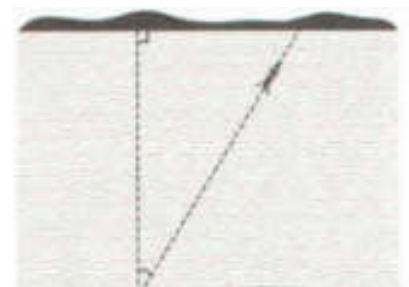
Bài 4. (1,0 điểm)

a) Cho $a > b > 0$. Chứng minh $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

b) Áp dụng kết quả trên, so sánh $\frac{2022}{2023}$ và $\frac{2023}{2024}$.

Bài 5. (3,0 điểm)

1) Một con thuyền qua khúc sông với vận tốc $3,5\text{km/h}$ mất hết 6 phút. Do dòng nước chảy mạnh nên đã đẩy con thuyền đi qua con sông trên đường đi tạo với bờ một góc 25° . Hãy tính chiều rộng của con sông? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)



2) Cho tam giác ABC vuông tại A , góc $\widehat{C} = 30^\circ$, $BC = 10\text{cm}$

a) Tính AB, AC

b) Kẻ từ A các đường thẳng AM, AN lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc B . Chứng minh $MN = AB$

c) Chứng minh các tam giác MAB và ABC đồng dạng. Tìm tỉ số đồng dạng.

Bài 6. (1,0 điểm) Chứng minh rằng, với mọi a, b, c ta có: $2(a^4 + b^4) \geq (a + b)(a^3 + b^3)$

----- HẾT -----



MathExpress
Sang mãi niềm tin

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



MathExpress
Sang mại niềm tin

ĐỀ SỐ 1

SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(x-5)(2x+4)=0$

b) $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$

c) $\frac{x-3}{3} - \frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4}$

Lời giải:

<p>a) $(x-5)(2x+4)=0$ TH1: $x-5=0$ Suy ra: $x=5$ TH2: $2x+4=0$ Suy ra: $x=-2$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x=5$ và $x=-2$</p>	<p>b) $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{4}{x-1}$ (ĐKXĐ: $x \neq 0; x \neq 1$) $\frac{4}{x(x-1)} + \frac{3(x-1)}{x(x-1)} = \frac{4x}{x(x-1)}$ $4 + 3 \cdot (x-1) = 4x$ (Vì $x \neq 0; x \neq 1$) $4 + 3x - 3 = 4x$ $x = 1$ (không thỏa mãn điều kiện) Vậy phương trình đã cho vô nghiệm</p>
<p>c) $\frac{x-3}{3} - \frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4}$ $\frac{4 \cdot (x-3)}{12} - \frac{2 \cdot (x-1)}{12} \leq \frac{3 \cdot (x+2)}{12}$ $4 \cdot (x-3) - 2 \cdot (x-1) \leq 3 \cdot (x+2)$ (vì $12 > 0$) $4x - 12 - 2x + 2 \leq 3x + 6$ $4x - 2x - 3x \leq 12 - 2 + 6$ $-x \leq 16$ $x \geq -16$ Vậy bất phương trình có nghiệm $x \geq -16$.</p>	

Bài 2. (3,0 điểm)

1) Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} - 2y = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

2) Tìm các hệ số x, y để cân bằng phương trình hóa học: $\text{Fe} + x\text{FeCl}_3 \rightarrow y\text{FeCl}_2$.**Lời giải:**

$$\text{1) a) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \\ \frac{x}{3} - 2y = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{a) Có: } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 2y + 3x - 3y = 4 \\ x + y + 2x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$\text{Thu gọn ta được: } \begin{cases} 5x - y = 4 \quad (1) \\ 3x - y = 5 \quad (2) \end{cases}$$

Trừ vế với vế của hai phương trình (1) và (2) ta được phương trình: $2x = -1$

$$\text{Suy ra } x = \frac{-1}{2}.$$

$$\text{Thay } x = \frac{-1}{2} \text{ vào phương trình (1) ta có: } 5 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right) - y = 4 \quad (4)$$

$$\text{Giải phương trình (4) ta được: } y = \frac{-13}{2}$$

$$\text{Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất } (x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \quad (1) \\ \frac{x}{3} - 2y = -\frac{5}{3} \quad (2) \end{cases}$$

Nhân 2 vế của phương trình (1) với 4 và giữ nguyên phương trình (2) ta được hệ phương trình

sau:
$$\begin{cases} 4x - 2y = 2 & (3) \\ \frac{x}{3} - 2y = -\frac{5}{3} & (2) \end{cases}$$

Trừ vế với vế của hai phương trình (3) và (2) ta nhận được phương trình: $\frac{11}{3}x = \frac{11}{3}$ (4)

Giải phương trình (4) ta được $x = 1$. Thay $x = 1$ vào phương trình (3) ta được phương trình:

$$4 \cdot 1 - 2y = 2 \quad (5)$$

Giải phương trình (5) ta tìm được $y = 1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (1; 1)$.

2) Phương trình hóa học: $\text{Fe} + x\text{FeCl}_3 \rightarrow y\text{FeCl}_2$

Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với Fe và Cl, ta có:
$$\begin{cases} 1 + x = y \\ 3x = 2y \end{cases}$$

Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1 + x = y & (1) \\ 3x = 2y & (2) \end{cases}$$

Thế $y = 1 + x$ vào phương trình (2) ta được phương trình: $3x = 2(x + 1)$ (3)

Giải phương trình (3): $3x = 2(x + 1)$

$$3x = 2x + 2$$

$$x = 2$$

Thay $x = 2$ vào (1) ta được $y = 1 + 2 = 3$

Do đó hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 3)$.

Vậy ta có phương trình sau khi cân bằng: $\text{Fe} + 2\text{FeCl}_3 \rightarrow 3\text{FeCl}_2$.

Bài 3 (1,5 điểm) Trong cuộc thi “Đố vui để học”, mỗi thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi của ban tổ chức. Mỗi câu hỏi gồm bốn phương án, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu hỏi, nếu trả lời đúng thì được cộng 5 điểm, trả lời sai bị trừ 2 điểm. Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Thí sinh nào đạt từ 50 điểm trở lên sẽ được vào vòng thi tiếp theo. Hỏi thí sinh phải trả lời đúng ít nhất bao nhiêu câu thì được vào vòng thi tiếp theo?

Lời giải:

Gọi số câu hỏi mà thí sinh cần phải trả lời đúng để được vào vòng tiếp theo là x (câu hỏi)
 $(x \in \mathbb{N}^*; x \leq 12)$

Biết thí sinh phải trả lời 12 câu hỏi, nên số câu trả lời sai là: $12 - x$ (câu hỏi)

Với mỗi câu trả lời đúng thí sinh sẽ được cộng 5 điểm nên số điểm cộng của thí sinh sẽ là: $5x$ (điểm)

Với mỗi câu trả lời sai thí sinh sẽ bị trừ 2 điểm nên số điểm trừ của thí sinh là: $2 \cdot (12 - x)$ (điểm)

Khi bắt đầu cuộc thi, mỗi thí sinh có sẵn 20 điểm. Nên tổng điểm của thí sinh là:

$$5x - 2 \cdot (12 - x) + 20 \text{ (điểm)}$$

Để được vào vòng tiếp theo thí sinh phải đạt từ 50 điểm trở lên, nên ta có bất phương trình:

$$5x - 2 \cdot (12 - x) + 20 \geq 50$$

$$5x - 24 + 2x + 20 - 50 \geq 0$$

$$7x - 54 \geq 0$$

$$7x \geq 54$$

$$x \geq \frac{54}{7} \approx 7,7$$

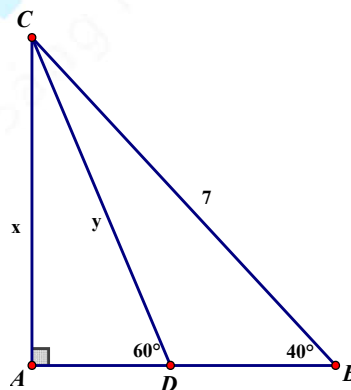
Vì $x \in \mathbb{N}^*$ và $x \leq 12$ nên suy ra $x \in \{8; 9; 10; 11; 12\}$

Vậy thí sinh phải trả lời đúng ít nhất 8 câu hỏi để được vào vòng tiếp theo.

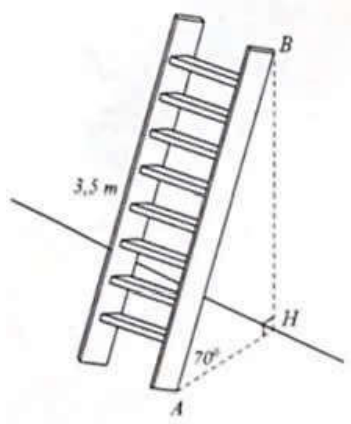
Bài 4. (3,0 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 5 \text{ cm}$ và $BC = 13 \text{ cm}$. Tính độ dài cạnh còn lại và các góc của tam giác vuông ABC .

b) Tìm $x; y$ trong hình vẽ dưới đây:



c) Một chiếc thang dài 3,5 m. Cần đặt chân thang cách chân tường một khoảng cách bằng bao nhiêu để nó tạo được với mặt đất một góc "an toàn" là 70° (để thang không bị đổ khi sử dụng). Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Lời giải:

a) Xét tam giác ABC vuông tại A có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$5^2 + AC^2 = 13^2$$

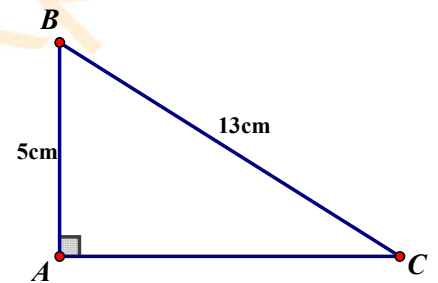
$$AC^2 = 13^2 - 5^2 = 144 = 12^2. \text{ Suy ra: } AC = 12\text{cm}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13} \text{ Suy ra: } \hat{B} \approx 67^\circ 23'$$

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{13} \text{ Suy ra: } \hat{C} \approx 22^\circ 37'$$

Vậy tam giác ABC có $AB = 5\text{ cm}$; $BC = 13\text{ cm}$; $AC = 12\text{ cm}$;

$$\hat{B} \approx 67^\circ 23'; \hat{C} \approx 22^\circ 37'; \hat{A} = 90^\circ.$$



b) Xét tam giác ABC vuông tại A , ta có:

$$\sin B = \frac{AC}{CB}$$

$$\sin 40^\circ = \frac{x}{7}$$

$$x = \sin 40^\circ \cdot 7 \approx 4,5$$

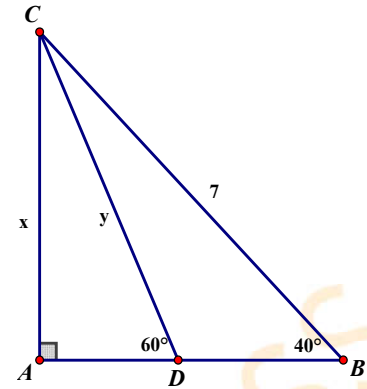
Xét tam giác ACD vuông tại A , ta có:

$$\sin D = \frac{AC}{CD}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{4,5}{y}$$

$$y = \frac{4,5}{\sin 60^\circ} = 3\sqrt{3}$$

Vậy $x = 4,5$ và $y = 3\sqrt{3}$



c) Từ hình vẽ ta thấy rằng AB là chiều dài của chiếc thang; AH là khoảng cách từ chân cầu thang đến chân tường; BH là bóng của chiếc cầu thang lên tường. Lúc này tam giác ABH vuông tại H .

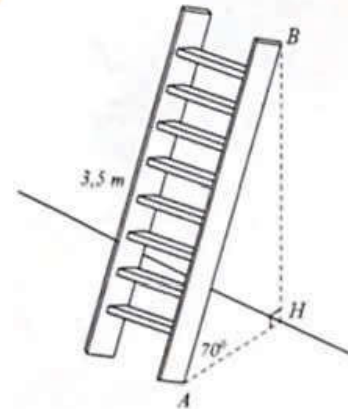
Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có:

$$\cos A = \frac{AH}{AB} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\cos 70^\circ = \frac{AH}{3,5}$$

$$AH = \cos 70^\circ \cdot 3,5 \approx 1,2$$

Vậy để nó tạo được với mặt đất một góc "an toàn" thì khoảng cách giữa chân cầu thang và chân tường là $1,2m$.



Bài 5. (1,0 điểm) Chứng minh rằng với mọi a, b, c thì $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a + b + c}{3}\right)^2$

Lời giải:

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^2$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac}{9}$$

$$3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - (a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac) \geq 0$$

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac \geq 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (a^2 - 2ac + c^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 \geq 0$$

Nhận thấy: $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi $a; b \in \mathbb{R}$

$$(b-c)^2 \geq 0 \text{ với mọi } b; c \in \mathbb{R}$$

$$(a-c)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a; c \in \mathbb{R}$$

Do đó: $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 \geq 0$ với mọi $a; b; c \in \mathbb{R}$

Suy ra $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^2$ với mọi $a; b; c \in \mathbb{R}$

Dấu “=” xảy ra khi $a = b = c$

Vậy $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3} \right)^2$ với mọi $a; b; c \in \mathbb{R}$

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 2

SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(5x-3)^2 - (4x-7)^2 = 0$ b) $\frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$ c) $x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$

Lời giải:

<p>a) $(5x-3)^2 - (4x-7)^2 = 0$ $(5x-3-4x+7)(5x-3+4x-7) = 0$ $(x+4)(9x-10) = 0$ TH1: $x+4=0$ Suy ra: $x=-4$ TH2: $9x-10=0$ Suy ra: $x=\frac{10}{9}$</p> <p>Vậy phương trình có nghiệm $x=-4$ và $x=\frac{10}{9}$</p>	<p>b) $\frac{2x+1}{2x} - \frac{x}{x+2} = 0$ (ĐKXD: $x \neq 0; x \neq -2$) $\frac{(2x+1)(x+2)}{2x(x+2)} - \frac{x \cdot 2x}{2x(x+2)} = 0$ $\frac{2x^2 + x + 4x + 2 - 2x^2}{2x(x+2)} = 0$ $\frac{5x+2}{2x(x+2)} = 0$ $5x+2=0$ (Vì $x \neq 0; x \neq -2$) $x = \frac{-2}{5}$ (thỏa mãn điều kiện xác định)</p> <p>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = \frac{-2}{5}$</p>
<p>c) $x^2 - 3x + 1 > 2(x-1) - x(3-x)$ $x^2 - 3x + 1 > 2x - 2 - 3x + x^2$ $x^2 - 3x + 1 - 2x + 2 + 3x - x^2 > 0$ $3 - 2x > 0$ $-2x > -3$ $x < \frac{3}{2}$</p> <p>Vậy bất phương trình có nghiệm $x < \frac{3}{2}$</p>	

Bài 2 (1 điểm)

1) Giải các hệ phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 9 \\ 5(x+y) - 7(x-y) = 8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x - \frac{y}{2} = -1 \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{-2}{3} \end{cases}$$

2) Tìm m để ba đường thẳng $(d_1): 2x - y = 0$; $(d_2): x + y = 3$; $(d_3): 2x - 3y = m$ đồng quy.**Lời giải:**

$$1\text{a) Sử dụng phép nhân đa thức ta được: } \begin{cases} 2x + 2y + 3x - 3y = 9 \\ 5x + 5y - 7x + 7y = 8 \end{cases}$$

$$\text{Thu gọn đa thức ta được: } \begin{cases} 5x - y = 9 & (1) \\ -2x + 12y = 8 & (2) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (1) với 12 và giữ nguyên phương trình (2) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 60x - 12y = 108 & (3) \\ -2x + 12y = 8 & (2) \end{cases}$$

Cộng vế với vế của hai phương trình (3) và (2) ta được: $58x = 116$. Suy ra: $x = 2$ Thay $x = 2$ vào phương trình (1) ta được: $5 \cdot 2 - y = 9$ Suy ra $y = 1$.Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$

$$1\text{b) Ta có hệ phương trình } \begin{cases} 3x - \frac{y}{2} = -1 & (1) \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{3} = \frac{-2}{3} & (2) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (2) với 12 và giữ nguyên phương trình (1) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x - \frac{y}{2} = -1 & (1) \\ 3x - 4y = -8 & (3) \end{cases}$$

Trừ vế với vế của hai phương trình (1) và (3) ta được phương trình: $\frac{7y}{2} = 7$, suy ra: $y = 2$

Thay $y = 2$ vào phương trình (3) ta được: $3x - 4.2 = -8$

Giải phương trình trên ta tìm được: $x = 0$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(x; y) = (0; 2)$

2) Gọi $M(x; y)$ là giao điểm của (d_1) và (d_2) . Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ phương trình

$$\text{sau: } \begin{cases} 2x - y = 0 & (1) \\ x + y = 3 & (2) \end{cases}$$

Cộng vế với vế của 2 phương trình (1) và (2) ta được: $3x = 3$. Suy ra: $x = 1$

Thay $x = 1$ vào phương trình (2) ta được: $1 + y = 3$. Suy ra: $y = 2$

Do đó tọa độ của điểm $M(1; 2)$

Để $(d_1), (d_2)$ và (d_3) đồng quy thì (d_3) đi qua giao điểm của (d_1) và (d_2) . Hay (d_3) đi qua M .

Thay $x = 1; y = 2$ vào phương trình đường thẳng (d_3) ta được: $2.1 - 3.2 = m$. Suy ra: $m = -4$

Vậy với $m = -4$ thì ba đường thẳng $(d_1), (d_2)$ và (d_3) đồng quy.

Bài 3 (1,5 điểm) Đến ngày 31/12/2024, gia đình cô Thúy đã tiết kiệm được số tiền là 250 triệu đồng. Sau thời điểm đó, mỗi tháng gia đình cô Thúy đều tiết kiệm được 10 triệu đồng. Gia đình cô Thúy dự định mua một chiếc ô tô tải nhỏ để vận chuyển hàng hoá với giá tối thiểu là 370 triệu đồng. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng gia đình cô Thúy có thể mua được chiếc ô tô tải đó bằng số tiền tiết kiệm được?

Lời giải:

Gọi số tháng cô Thúy tiết kiệm đủ tiền để mua ô tô tải là x (tháng) ($x \in \mathbb{N}^*$)

Vì mỗi tháng cô Thúy tiết kiệm được 10 triệu đồng nên sau x tháng số tiền cô tiết kiệm được là: $10x$ (triệu đồng)

Do cô đã tiết kiệm được 250 triệu đồng từ trước đó, nên số tiền cô Thúy có được sau x tháng là: $10x + 250$ (triệu đồng)

Để mua được ô tô tải cô Thúy cần tối thiểu 370 triệu đồng nên ta có bất phương trình sau:

$$10x + 250 \geq 370$$

$$10x \geq 120$$

$$x \geq 12$$

Mà $x \in \mathbb{N}^*$; x là nhỏ nhất. Suy ra $x = 12$ (tháng)

Vậy cô Thúy cần ít nhất 12 tháng để có thể đủ tiền mua ô tô tải.

Bài 4 (1 điểm) Một máy bay cất cánh từ vị trí A , bay lên theo đường AB tạo với phương nằm ngang một góc $\alpha = 30^\circ$, sau một khoảng thời gian 30 giây máy bay đạt được độ cao là $BH = 2,8$ km. Tính vận tốc trung bình của máy bay.

Lời giải:

Tam giác AHB có $\widehat{AHB} = 90^\circ$ (giả thiết)

Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông ta có :

$$AB = \frac{HB}{\sin A}$$

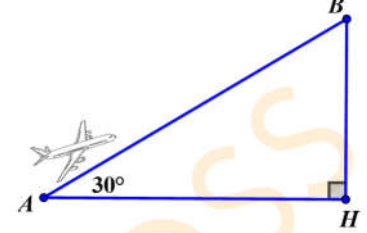
$$AB = \frac{2,8}{\sin 30^\circ}$$

Suy ra: $AB = 5,6$ (km)

Sau 30 giây cất cánh máy bay bay được 5,6km

$$\text{Đổi } 30s = \frac{1}{120} \text{ giờ}$$

$$\text{Vận tốc trung bình của máy bay là } v = \frac{s}{t} = \frac{5,6}{\frac{1}{120}} = 672 \text{ (km / h)}$$



Bài 5 (2,0 điểm) Cho $\triangle ABC$ vuông tại A , AD là phân giác góc A , ($D \in BC$).

a) Biết $\tan \widehat{ABC} = \frac{4}{3}$, $AB = 3$ cm. Tính độ dài AC .

b) Tính độ dài CD và BD .

Lời giải:

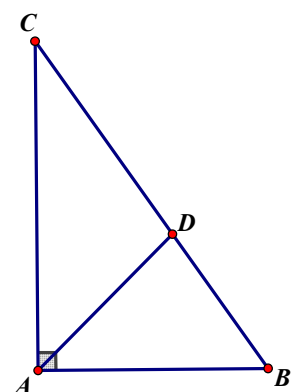
a) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A

$$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} \text{ (Tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\text{Do đó: } \frac{4}{3} = \frac{AC}{3}. \text{ Suy ra: } AC = 4 \text{ cm}$$

b) Xét $\triangle ABC$ vuông tại A , theo định lí Pythagore ta có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$



$$3^2 + 4^2 = BC^2$$

$$BC^2 = 25 = 5^2. \text{ Suy ra } BC = 5 \text{ cm}$$

$$\text{Vì } D \in BC \text{ nên } BC = BD + DC. \text{ Suy ra: } BD + DC = 5 \text{ (1)}$$

Do AD là phân giác góc \widehat{CAB} , theo tính chất đường phân giác ta có:

$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3}. \text{ Suy ra: } DC = \frac{4}{3}DB$$

$$\text{Thay } DC = \frac{4}{3}DB \text{ vào (1) ta được: } \frac{4}{3}DB + DB = 5. \text{ Suy ra: } DB = \frac{15}{7} \text{ cm}$$

$$\text{Mà } DC = \frac{4}{3}DB. \text{ Suy ra: } DC = \frac{15}{7} \cdot \frac{4}{3} = \frac{20}{7} \text{ cm}$$

$$\text{Vậy } DB = \frac{15}{7} \text{ cm và } DC = \frac{20}{7} \text{ cm.}$$

Bài 6 (1,0 điểm) Chứng minh rằng: $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$.

Lời giải:

$$\text{Ta có: } a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$$

$$2a^2 + 2b^2 + 2 \geq 2ab + 2a + 2b$$

$$2a^2 + 2b^2 + 2 - 2ab - 2a - 2b \geq 0$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0 \text{ (luôn đúng)}$$

$$\text{Vì nhận thấy: } (a-b)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a; b \in \mathbb{R}$$

$$(a-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a \in \mathbb{R}$$

$$(b-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } b \in \mathbb{R}$$

$$\text{Do đó: } (a-b)^2 + (a-1)^2 + (b-1)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a; b \in \mathbb{R}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = 1$

Vậy $a^2 + b^2 + 1 \geq ab + a + b$ với mọi $a; b; c \in \mathbb{R}$ (điều phải chứng minh)

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 3

SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm). Giải phương trình và bất phương trình sau:

$$a) (x+6)\left(\frac{x^2+3}{2}-1\right)=0$$

$$b) -3x+22 < -8x+17$$

$$c) \frac{14}{x^2-9}=1-\frac{1}{3-x}$$

Lời giải:

$$a) (x+6)\left(\frac{x^2+3}{2}-1\right)=0$$

$$\text{TH1: } x+6=0 \text{ Suy ra: } x=-6$$

$$\text{TH2: } \frac{x^2+3}{2}-1=0$$

$$\frac{x^2+3}{2}=1$$

$$x^2+3=2$$

$$x^2=-1 \text{ (vô lý vì } x^2 \geq 0 \forall x \in \mathbb{R})$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=-6$.

$$b) -3x+22 < -8x+17$$

$$-3x+8x < 17-22$$

$$5x < -5$$

$$x < -1.$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $x < -1$.

$$c) \frac{14}{x^2-9}=1-\frac{1}{3-x} \quad \text{ĐKXĐ: } x \neq \pm 3$$

$$\frac{14}{(x-3)(x+3)}-1+\frac{1}{3-x}=0$$

$$\frac{14}{(x-3)(x+3)}-\frac{(x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)}-\frac{(x+3)}{(x-3)(x+3)}=0$$

$$14-(x-3)(x+3)-(x+3)=0 \text{ (vì } x \neq \pm 3)$$

$$14-(x^2-9)-x-3=0$$

$$14-x^2+9-x-3=0$$

$$x^2+x-20=0$$

$$(x^2+5x)-(4x+20)=0$$

$$x(x+5)-4(x+5)=0$$

$$(x+5)(x-4)=0$$

TH1: $x+5=0$ Suy ra: $x=-5$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

TH2: $x-4=0$ Suy ra: $x=4$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy phương trình có nghiệm $x=-5$ và $x=4$.

Bài 2 (3,0 điểm).

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} (x-3)(2y+5) = (2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6) = (6x-1)(2y+3) \end{cases}$$

b) Xác định $a; b$ để đường thẳng $y = ax + b$ đi qua điểm $A(2;1)$ và $B(1;2)$

c) Xác định m để hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ mx + y = 2m \end{cases}$$
 có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm duy nhất đó theo m .

Lời giải:

a)
$$\begin{cases} (x-3)(2y+5) = (2x+7)(y-1) \\ (4x+1)(3y-6) = (6x-1)(2y+3) \end{cases}$$

Dùng phép nhân các đa thức ta được
$$\begin{cases} 2xy - 6y + 5x - 15 = 2xy + 7y - 2x - 7 \\ 12xy + 3y - 24x - 6 = 12xy - 2y + 18x - 3 \end{cases}$$

Chuyển vế và thu gọn ta được hệ phương trình
$$\begin{cases} -7x + 13y = -8 & (1) \\ -42x + 5y = 3 & (2) \end{cases}$$

Nhân cả hai vế của phương trình (1) với 6 và giữ nguyên phương trình (2) ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} -42x + 78y = -48 & (3) \\ -42x + 5y = 3 & (2) \end{cases}$$

Trừ vế với vế của hai phương trình (3) và (2) ta được phương trình: $73y = -51$. Suy ra: $y = \frac{-51}{73}$

Thay $y = \frac{-51}{73}$ vào phương trình (1) ta được: $-7x + 13 \cdot \frac{-51}{73} = -8$ (4)

Giải phương trình (4) ta được: $x = \frac{-79}{511}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = \left(\frac{-79}{511}; \frac{-51}{73} \right)$

b) Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;1)$ nên ta thay $x = 2; y = 1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta được phương trình: $1 = 2.a + b$ (1)

Vì đường thẳng (d) đi qua điểm $B(1;2)$ nên ta thay $x = 1$; $y = 2$ vào phương trình đường thẳng (d) ta được phương trình: $2 = 1.a + b$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = 2 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được:
$$\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $(a;b) = (-1;3)$ thỏa mãn yêu cầu đề.

c) Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì $\frac{m}{1} \neq \frac{1}{1}$ hay $m \neq 1$.

$$\begin{cases} x + y = 1 & (1) \\ mx + y = 2m & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có: $x = 1 - y$ (3). Thay (3) vào (2) ta được:

$$m(1 - y) + y = 2m$$

$$m - my + y = 2m$$

$$(1 - m)y = m \quad (\text{vì } m \neq 1)$$

$$y = \frac{m}{1 - m}$$

Thay $y = \frac{m}{1 - m}$ vào phương trình (3) ta được: $x = 1 - \frac{m}{1 - m} = \frac{1 - 2m}{1 - m}$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $(\frac{1 - 2m}{1 - m}; \frac{m}{1 - m})$

Bài 3(1,5 điểm) Để đổi từ độ Fahrenheit (độ F) sang độ Celsius (độ C), người ta dùng công thức sau:

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

a) Giả sử nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 95°F . Hỏi nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là bao nhiêu độ C?

b) Giả sử nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 30°C . Hỏi nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là bao nhiêu độ F?

Lời giải:

a) Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 95°F thì ta có: $F \geq 95$

Suy ra: $F - 32 \geq 95 - 32 = 63$ (Trừ cả 2 vế của bất phương trình với 32)

$$\frac{5}{9}(F - 32) \geq \frac{5}{9} \cdot 63 = 35 \text{ (Nhân cả 2 vế của bất phương trình với } \frac{5}{9} > 0 \text{)}$$

Suy ra $C \geq 35$.

Vậy nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 95°F , thì nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là 35°C .

b) Ta có: $C = \frac{5}{9}(F - 32)$

$$9C = 5(F - 32)$$

Suy ra: $F = \frac{9C + 160}{5}$

Nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 30°C , thì ta có $C \geq 30$

Suy ra: $9C \geq 30 \cdot 9 = 270$ (Nhân cả 2 vế của bất phương trình với $9 > 0$)

$$9C + 160 \geq 270 + 160 = 430 \text{ (Cộng cả 2 vế của bất phương trình với 160)}$$

$$\frac{9C + 160}{5} \geq 430 : 5 = 86 \text{ (Chia cả 2 vế của bất phương trình với } 5 > 0 \text{)}$$

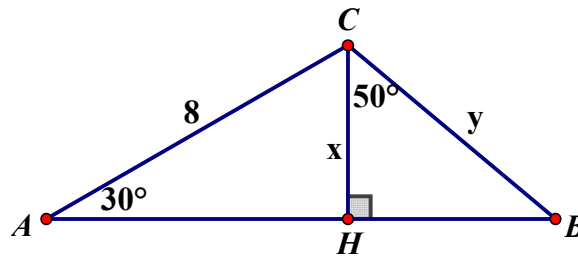
Suy ra: $F \geq 86$

Vậy nếu nhiệt độ ngoài trời của một ngày mùa hè ít nhất là 30°C , thì nhiệt độ ngoài trời khi đó ít nhất là 86°F .

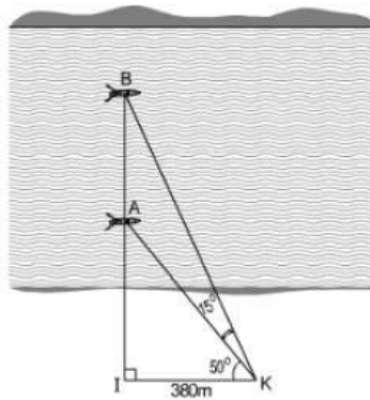
Bài 4 (3,0 điểm).

a) Giải tam giác ABC vuông tại A . Cho biết $AB = 14\text{cm}$, $\widehat{C} = 30^{\circ}$

b) Tìm $x; y$ trong hình vẽ bên



c) Hai chiếc thuyền A và B ở vị trí được minh họa như hình dưới đây. Tính khoảng cách giữa chúng. (làm tròn đến mét)



Lời giải:

a) Ta có $\hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$ (2 góc phụ nhau)

Mà $\hat{C} = 30^\circ$. Suy ra: $\hat{B} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

Xét tam giác ABC vuông tại A.

Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn ta có:

$$\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

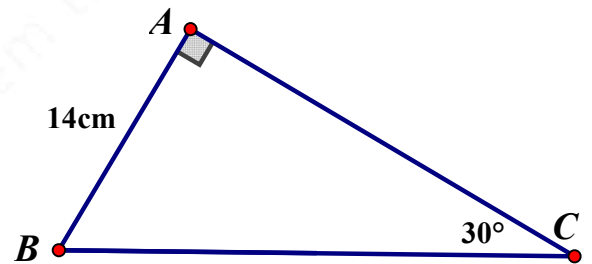
$$\sin 30^\circ = \frac{14}{BC}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{AC}{28}$$

$$BC = \frac{14}{\sin 30^\circ} = 28 \text{ cm}$$

$$AC = 28 \cdot \sin 60^\circ = 14\sqrt{3} \text{ cm}$$

Vậy $AC = 14\sqrt{3} \text{ cm}$; $BC = 28 \text{ cm}$ và $\hat{B} = 60^\circ$



b) Xét tam giác ACH vuông tại H .

$$\sin A = \frac{CH}{CA} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{8}$$

$$\text{Suy ra: } x = 8 \cdot \sin 30^\circ = 4$$

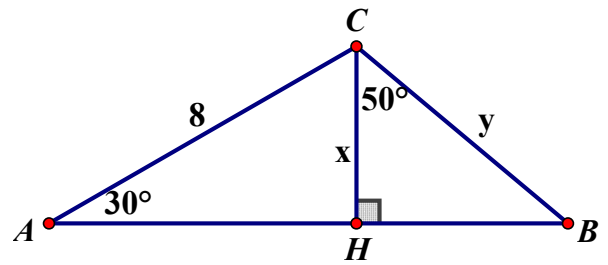
Xét tam giác BCH vuông tại H .

$$\cos \widehat{HCB} = \frac{CH}{CB} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\cos 50^\circ = \frac{4}{y}$$

$$\text{Suy ra: } y = \frac{4}{\cos 50^\circ} \approx 6,2$$

$$\text{Vậy } x = 4; y \approx 6,2.$$



c) Xét tam giác AIK vuông tại I

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ta có:

$$\tan \widehat{AKI} = \frac{AI}{IK}$$

$$\tan 50^\circ = \frac{AI}{380}$$

$$\text{Suy ra: } AI = 380 \cdot \tan 50^\circ \approx 453 \text{ m}$$

$$\text{Có } \widehat{BKI} = \widehat{BKA} + \widehat{AKI} = 50^\circ + 15^\circ = 65^\circ$$

Xét tam giác BIK vuông tại I .

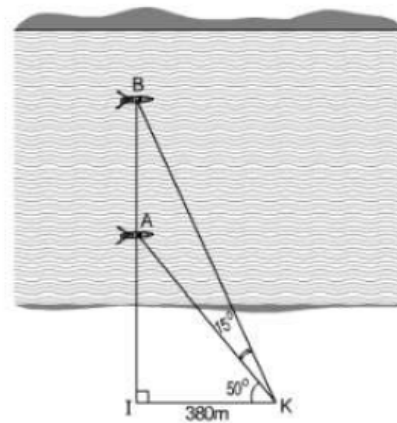
$$\tan \widehat{BKI} = \frac{BI}{IK} \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)}$$

$$\tan 65^\circ = \frac{BI}{380}$$

$$\text{Suy ra: } BI = 380 \cdot \tan 65^\circ \approx 815 \text{ m}$$

$$\text{Ta có: } AB = BI - AI = 815 - 453 = 362 \text{ m}$$

$$\text{Vậy khoảng cách từ giữa 2 tàu là: } 362 \text{ m}$$



Bài 5 (1,0 điểm). Chứng minh rằng với mọi a, b, c thì $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$.

Lời giải:

$$\begin{aligned} & \text{Ta có } a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \\ &= \left[(a^2)^2 + 2a^2b^2 + (b^2)^2 \right] - (2a^3b + 2ab^3) \\ &= (a^2 + b^2)^2 - 2ab(a^2 + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a^2 - 2ab + b^2) \\ &= (a^2 + b^2)(a - b)^2 \end{aligned}$$

Ta có $a^2 \geq 0$, với mọi $a \in \mathbb{R}$; $b^2 \geq 0$, với mọi $b \in \mathbb{R}$; $(a - b)^2 \geq 0$, với mọi $a; b \in \mathbb{R}$

Suy ra $(a^2 + b^2)(a - b)^2 \geq 0$, với mọi $a; b \in \mathbb{R}$. Dấu “=” xảy ra khi $a = b$

Vậy $a^4 - 2a^3b + 2a^2b^2 - 2ab^3 + b^4 \geq 0$ với mọi $a; b \in \mathbb{R}$ (điều phải chứng minh).

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 4
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{5} + 1 \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} \quad (1) \\ \frac{x}{2} = \frac{y}{5} + 1 \quad (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có:

$$\frac{2(x+y)}{4} = \frac{x-y}{4}$$

$$2(x+y) = x-y$$

$$2x + 2y - x + y = 0$$

$$x + 3y = 0$$

$$x = -3y \quad (3)$$

Thay $x = -3y$ vào phương trình (2) ta được: $\frac{-3y}{2} = \frac{y}{5} + 1$

$$\text{Hay } -15y = 2y + 10$$

Suy ra $y = \frac{-10}{17}$. Thay $y = \frac{-10}{17}$ vào (3), ta có:

$$x = -3 \cdot \frac{-10}{17} = \frac{30}{17}$$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $\left(\frac{-10}{17}; \frac{30}{17}\right)$

b) Cho hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + my = 2m \\ mx + y = 1 - m \end{cases}$$

Tìm m để hệ phương trình có nghiệm duy nhất. Tìm nghiệm duy nhất đó theo m .

Lời giải

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì $\frac{1}{m} \neq \frac{m}{1}$

Hay $m^2 \neq 1$ suy ra $m \neq \pm 1$

Ta có hệ:
$$\begin{cases} x + my = 2m & (1) \\ mx + y = 1 - m & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) suy ra $x = 2m - my$ (3)

Thay (3) vào phương trình (2) ta có:

$$m(2m - my) + y = 1 - m$$

Suy ra $2m^2 - m^2y + y = 1 - m$

$$\text{Hay } (m^2 - 1)y = 2m^2 + m - 1$$

$$(m - 1)(m + 1)y = (2m - 1)(m + 1)$$

Vì $m \neq \pm 1$ nên $y = \frac{2m - 1}{m - 1}$. Thay vào phương trình (3) ta có:

$$\text{Khi đó } x = 2m - \frac{m(2m - 1)}{m - 1} = \frac{-m}{m - 1}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(x; y) = \left(\frac{-m}{m - 1}; \frac{2m - 1}{m - 1} \right)$

Câu 2. (2,0 điểm) Nhà bác Tám vừa thu hoạch vườn bưởi nhà mình được 2170 quả bưởi. Bác phân làm hai loại bưởi và bán với giá 25000 đồng một quả bưởi loại I, 20000 đồng một quả bưởi loại II. Sau khi bán hết toàn bộ số bưởi đã thu hoạch, bác tính ra còn thiếu 200000 đồng nữa thì được 50000000 đồng. Hỏi nhà bác Tám đã thu hoạch được bao nhiêu tạ bưởi, biết rằng trung bình mỗi quả bưởi loại I nặng 1,2 kg và mỗi quả bưởi loại II nặng 0,9 kg ?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số bưởi loại I và loại II ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 2170$).

Vì vườn bưởi nhà bác Tám có 2170 quả nên ta có phương trình $x + y = 2170$ (1)

Số tiền thu được khi bán x quả bưởi loại I là $25\,000x$ (đồng)

Số tiền thu được khi bán y quả bưởi loại II là $20\,000y$ (đồng)

Số tiền bác Tám thu được sau khi bán số bưởi đã thu hoạch là:

$$50\,000\,000 - 200\,000 = 49\,800\,000$$

Khi đó ta có phương trình $25\,000x + 20\,000y = 49\,800\,000$ hay $25x + 20y = 49\,800$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 2170 \\ 25x + 20y = 49\,800 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được $x = 1280, y = 890$ (thoả mãn)

Khối lượng bưởi được thu hoạch là: $1,2 \cdot 1280 + 0,9 \cdot 890 = 2337$ (kg) = 23,37 (tạ).

Câu 3. (3,0 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau :

a) $\left(\frac{2x}{3} + 4\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) = 0$

b) $\frac{1}{2x-3} + \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5}{x}$

c) $\frac{x-1}{6} + \frac{x+1}{2} \leq \frac{3x-5}{4} + \frac{1}{2}$

Lời giải

a) $\left(\frac{2x}{3} + 4\right)\left(\frac{x}{2} - 1\right) = 0$

TH1: $\frac{2x}{3} + 4 = 0$ suy ra $\frac{2x}{3} = -4$ hay $x = -4 : \frac{2}{3} = -6$

TH2: $\frac{x}{2} - 1 = 0$ suy ra $\frac{x}{2} = 1$ hay $x = 2$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $\frac{x}{2} = 1$ và $x = 2$

b) $\frac{1}{2x-3} + \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5}{x}$

Điều kiện xác định: $x \neq 0; x \neq \frac{3}{2}$

$$\frac{x}{x(2x-3)} + \frac{3}{x(2x-3)} = \frac{5(2x-3)}{x(2x-3)}$$

$$x + 3 = 10x - 15 \quad (\text{Vì } x \neq 0; x \neq \frac{3}{2})$$

$$-9x = -18$$

$$x = 2 \quad (\text{thoả mãn điều kiện})$$

Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x = 2$

c) $\frac{x-1}{6} + \frac{x+1}{2} \leq \frac{3x-5}{4} + \frac{1}{2}$

$$\frac{2(x-1)}{12} + \frac{6(x+1)}{12} \leq \frac{3(3x-5)}{12} + \frac{6}{12}$$

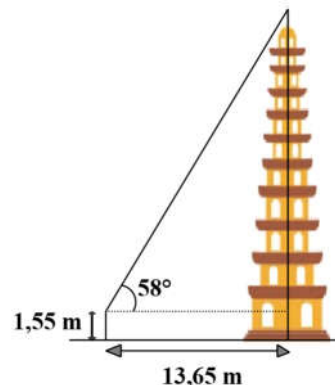
$$2x - 2 + 6x + 6 \leq 9x - 15 + 6$$

$$-x \leq -13$$

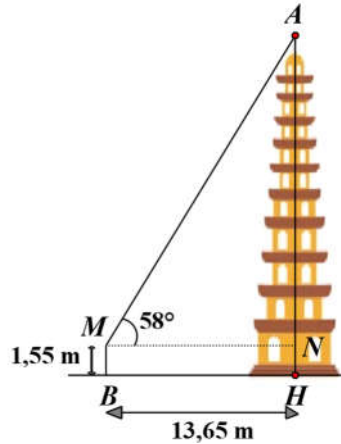
$$x \geq 13$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x \geq 13$

Câu 4. (2,0 điểm) Một người đứng cách chân tháp 13,65 m nhìn lên đỉnh tháp với phương nhìn hợp với phương nằm ngang một góc bằng 58° . Biết mắt của người đó cách chân của mình một khoảng 1,55 m, hỏi tháp cao bao nhiêu mét? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải



Gọi N là hình chiếu của M lên đoạn AH .

Suy ra: $NH = MB = 1,55$ m; $MN = BH = 13,65$ m.

+ Tam giác ANM vuông tại N nên:

$AN = MN \cdot \tan \widehat{M}$ (hệ thức giữa hai cạnh góc vuông)

$AN = 13,65 \cdot \tan 58^\circ \approx 21,84$ (m)

Ta có: $AH = AN + NH$

$AH = MN \cdot \tan M + NH$

$AH = 13,65 \cdot \tan 58^\circ + 1,55 \approx 23,39$ (m)

Vậy chiều cao của tháp là 23,39 mét.

Câu 5 (1,0 điểm) Cho $x; y$ là hai số dương. Chứng minh rằng: $2(x^3 + y^3) \geq (x + y)(x^2 + y^2)$

Lời giải

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 & 2(x^3 + y^3) - (x + y)(x^2 + y^2) \\
 &= 2(x + y)(x^2 - xy + y^2) - (x + y)(x^2 + y^2) \\
 &= (x + y) \cdot [2(x^2 - xy + y^2) - (x^2 + y^2)] \\
 &= (x + y) \cdot (2x^2 - 2xy + 2y^2 - x^2 - y^2) \\
 &= (x + y) \cdot (x^2 - 2xy + y^2) \\
 &= (x + y) \cdot (x - y)^2
 \end{aligned}$$

Vì $x; y$ là hai số dương ta có $x + y > 0$; $(x - y)^2 \geq 0$.

Do đó, $(x + y)(x - y)^2 \geq 0$.

Suy ra, $2(x^3 + y^3) - (x + y)(x^2 + y^2) \geq 0$.

Dấu “=” xảy ra khi $x = y$

Vậy $2(x^3 + y^3) \geq (x + y)(x^2 + y^2)$ (điều phải chứng minh).

-----Hết-----



ĐỀ SỐ 5
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau :

$$\begin{cases} x + y = \frac{4x - 3}{5} \\ x + 3y = \frac{5 - 9y}{4} \end{cases}$$

Lời giải

$$\begin{cases} x + y = \frac{4x - 3}{5} & (1) \\ x + 3y = \frac{5 - 9y}{4} & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có: $x = -3 - 5y$ (3)

Thay $x = -3 - 5y$ vào phương trình (2) ta được: $-3 - 5y + 3y = \frac{5 - 9y}{4}$

Hay $-12 - 8y = 5 - 9y$

Suy ra $y = 17$. Thay $y = 17$ vào (3) ta có:

$x = -3 - 5 \cdot 17 = -88$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm là $(-88; 17)$

b) Tìm m để hệ phương trình sau có nghiệm duy nhất $\begin{cases} (m+1)x + y = m-1 \\ (m-1)x - y = m-2 \end{cases}$. Tìm nghiệm duy nhất đó theo m .

Lời giải

Để hệ phương trình có nghiệm duy nhất thì $\frac{m+1}{m-1} \neq \frac{1}{-1}$

Hay $-m - 1 \neq m - 1$

Suy ra $m \neq 0$

Vậy với $m \neq 0$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.

$$\begin{cases} (m+1)x + y = m-1 & (1) \\ (m-1)x - y = m-2 & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có: $y = m-1 - (m+1)x$ (3). Thay $y = m-1 - (m+1)x$ vào phương trình (2) ta có:

$$\begin{aligned} (m-1)x - [m-1 - (m+1)x] &= m-2 \\ mx - x - m + 1 + mx + x &= m-2 \\ 2mx &= 2m-3 \end{aligned}$$

Với điều kiện $m \neq 0$ ta suy ra $x = \frac{2m-3}{2m}$

Thay $x = \frac{2m-3}{2m}$ vào phương trình (3) ta có: $y = m-1 - (m+1) \cdot \frac{2m-3}{2m} = \frac{-m+3}{2m}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $(\frac{2m-3}{2m}; \frac{-m+3}{2m})$

Câu 2. (2 điểm) Tìm hai số nguyên dương biết tổng của chúng bằng 1006, nếu lấy số lớn chia cho số bé được thương là 2 và số dư là 124.

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số lớn và số bé cần tìm ($x, y \in \mathbb{Z}^+; 124 < y < x < 1006$).

Tổng của chúng bằng 1006, nên ta có phương trình: $x + y = 1006$ (1)

Lấy số lớn chia cho số bé được thương là 2 và số dư là 124, nên ta có phương trình: $x = 2y + 124$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1006 \\ x - 2y = 124 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} x = 712 \\ y = 294 \end{cases} \text{ (thoả mãn điều kiện)}$$

Vậy số lớn là 712, số bé là 294.

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $(4x - 1)^2 - 9x^2 = 0$

b) $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{-2}{x^2 - 2x} \quad (x \neq 0; x \neq 2)$

Lời giải

a) $(4x - 1)^2 - 9x^2 = 0$

$$(4x - 1 - 3x)(4x - 1 + 3x) = 0$$

$$(x - 1)(7x - 1) = 0$$

TH1: $x - 1 = 0$ suy ra $x = 1$

TH2: $7x - 1 = 0$ suy ra $x = \frac{1}{7}$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 1$ và $x = \frac{1}{7}$

b) $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{-2}{x^2 - 2x}$

Điều kiện xác định: $x \neq 0; x \neq 2$

$$\frac{x-2}{x(x-2)} + \frac{x(x+2)}{x(x-2)} = \frac{-2}{x(x-2)}$$

$$x - 2 + x^2 + 2x = -2 \quad (\text{Vì } x \neq 0; x \neq 2)$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x+3) = 0$$

Suy ra $x = 0$ hoặc $x = -3$ (thoả mãn điều kiện)

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = 0$ và $x = -3$

2) Chứng minh phương trình $(m^2 + 1)x + 3 = 0$ luôn là phương trình bậc nhất một ẩn

Lời giải

Để phương trình đã cho là phương trình bậc nhất một ẩn thì $m^2 + 1 \neq 0$

Điều này luôn đúng vì $m^2 \geq 0 \quad \forall m$ suy ra $m^2 + 1 > 0 \quad \forall m$

Vậy phương trình đã cho luôn là phương trình bậc nhất một ẩn (điều phải chứng minh).

Câu 4. (3 điểm)

a) Giải bất phương trình sau: $\frac{x-3}{3} - \frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4}$

b) Một cột đèn có bóng trên mặt đất dài $7,5m$. Các tia nắng Mặt trời tạo với mặt đất một góc xấp xỉ bằng 42° . Tính chiều cao của cột đèn (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải

a) $\frac{x-3}{3} - \frac{x-1}{6} \leq \frac{x+2}{4}$

$$\frac{4x-12}{12} - \frac{2x-2}{12} \leq \frac{3x+6}{12}$$

$$4x-12-2x+2 \leq 3x+6 \quad (\text{Vì } 12 > 0)$$

$$-x \leq 16$$

$$x \geq -16$$

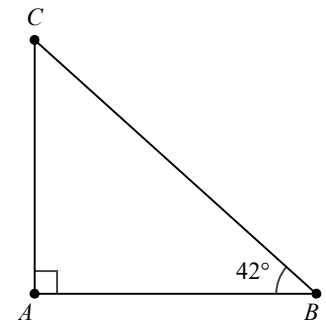
Vậy bất phương trình có nghiệm $x \geq -16$

b) Ta có chiều cao cột đèn là AC ; $AB = 7,5m$

và $\widehat{ABC} = 42^\circ$

Xét tam giác ACB vuông tại A , áp dụng hệ thức giữa hai cạnh góc vuông, ta có: $AC = AB \cdot \tan B = 7,5 \cdot \tan 42^\circ \approx 6,753 (m)$

Vậy cột đèn cao $6,753$ mét.



Câu 5 (1 điểm) Cho $x; y$ là hai số dương. Chứng minh rằng: $\left(\frac{x+y}{2}\right)^3 \leq \frac{x^3+y^3}{2}$.

Lời giải

Xét hiệu:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x+y}{2}\right)^3 - \frac{x^3+y^3}{2} \\ &= \frac{(x+y)^3}{8} - \frac{4 \cdot (x^3+y^3)}{8} \\ &= \frac{(x+y)^3 - 4 \cdot (x^3+y^3)}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x+y)^3 - 4(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{8} \\
 &= \frac{(x+y) \cdot [(x+y)^2 - 4(x^2 - xy + y^2)]}{8} \\
 &= \frac{(x+y) \cdot (x^2 + 2xy + y^2 - 4x^2 + 4xy - 4y^2)}{8} \\
 &= \frac{(x+y) \cdot (-3x^2 + 6xy - 3y^2)}{8} \\
 &= \frac{-3(x+y) \cdot (x-y)^2}{8}
 \end{aligned}$$

Vì x, y là hai số dương ta có $x+y > 0$; $(x-y)^2 \geq 0$.

Do đó, $(x+y)(x-y)^2 \geq 0$.

Hay $\frac{-3(x+y) \cdot (x-y)^2}{8} \leq 0$. Suy ra, $\left(\frac{x+y}{2}\right)^3 - \frac{x^3+y^3}{2} \leq 0$.

Dấu “=” xảy ra khi $x = y$

Vậy $\left(\frac{x+y}{2}\right)^3 \leq \frac{x^3+y^3}{2}$.

Hết

ĐỀ SỐ 6
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Giải các hệ phương trình sau
$$\begin{cases} 3(y-5) + 2(x-3) = 0 \\ 7(x-4) + 3(x+y-1) - 14 = 0 \end{cases}$$

b) Tìm m để hệ phương trình sau vô nghiệm
$$\begin{cases} y = 2x + 20 \\ y = (2m - 4)x + 10 \end{cases}$$

Lời giải

a)
$$\begin{cases} 3(y-5) + 2(x-3) = 0 \\ 7(x-4) + 3(x+y-1) - 14 = 0 \end{cases}$$

Sử dụng phép nhân đa thức ta được
$$\begin{cases} 3y - 15 + 2x - 6 = 0 \\ 7x - 28 + 3x + 3y - 3 - 14 = 0 \end{cases}$$

Thu gọn ta được
$$\begin{cases} 2x + 3y = 21 \quad (1) \\ 10x + 3y = 45 \quad (2) \end{cases}$$

Trừ từng vế của phương trình (1) cho phương trình (2) ta được:

$$2x + 3y - 10x - 3y = 21 - 45$$

$$-8x = -24$$

$$x = 3$$

Thay $x = 3$ vào phương trình (1) ta có: $2 \cdot 3 + 3y = 21$. Suy ra $y = 5$

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (3; 5)$.

Câu 2. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 4 giờ 30 phút thì xong. Nếu người thứ nhất làm một mình trong 3 giờ và người thứ hai làm một mình trong 2 giờ thì cả hai người làm được 50% công việc. Hỏi mỗi người làm công việc đó một mình thì trong bao lâu sẽ xong?

Lời giải

Đổi 4 giờ 30 = 4,5 giờ

Gọi thời gian người thứ nhất làm một mình xong công việc là x (giờ)

Thời gian người thứ hai làm một mình xong công việc là y (giờ)

$$\left(x > 4,5 = \frac{9}{2}; y > \frac{9}{2} \right)$$

Trong 1 giờ, người thứ nhất làm một mình được là: $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ, người thứ hai làm một mình được là: $\frac{1}{y}$ (công việc)

Trong 1 giờ, cả hai người làm được là: $1 : \frac{9}{2} = \frac{2}{9}$ (công việc)

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9}$ (1)

Trong 3 giờ, người thứ nhất làm một mình được là: $\frac{3}{x}$ (công việc)

Trong 2 giờ, người thứ hai làm một mình được là: $\frac{2}{y}$ (công việc)

Ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{9} \\ \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này ta được $\begin{cases} x = 18 \\ y = 6 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy thời gian người thứ nhất, người thứ hai làm một mình xong công việc lần lượt là 18 giờ, 6 giờ.

Câu 3. (2 điểm)

1) Giải các phương trình sau :

a) $x^2 + x = -3x - 6$

b) $\frac{3}{2x+1} + \frac{7}{3x+2} = \frac{21x+10}{(2x+1)(3x+2)}$

Lời giải

<p>a) $x^2 + x = -3x - 6$ $x^2 + 4x + 6 = 0$ $(x+2)^2 + 2 = 0$ (vô lý)</p> <p>Vì $(x+2)^2 + 2 > 0 \forall x$ nên phương trình đã cho vô nghiệm.</p>	<p>b) $\frac{3}{2x+1} + \frac{7}{3x+2} = \frac{21x+10}{(2x+1)(3x+2)}$</p> <p>Điều kiện xác định: $x \neq \frac{-1}{2}; x \neq \frac{-2}{3}$</p> $\frac{9x+6}{(2x+1)(3x+2)} + \frac{14x+7}{(2x+1)(3x+2)} = \frac{21x+10}{(2x+1)(3x+2)}$ $9x+6+14x+7 = 21x+10$ $2x = -3$ $x = \frac{-3}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}$ <p>Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{-3}{2}$.</p>
--	---

2) Tìm m để phương trình $(m^2 - 1)x + m - 1 = 0$ có nghiệm duy nhất.**Lời giải**Để phương trình có nghiệm duy nhất thì $m^2 - 1 \neq 0$.Suy ra $m \neq \pm 1$ Vậy với $m \neq \pm 1$ thì phương trình đã cho có nghiệm duy nhất.**Câu 4. (3 điểm)**

a) Giải bất phương trình : $\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$

Lời giải

$$\frac{3x+5}{2} - 1 \leq \frac{x+2}{3} + x$$

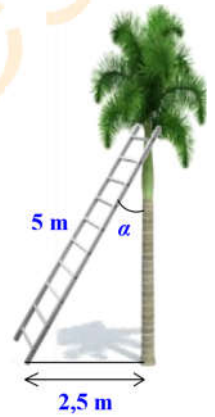
$$\frac{9x+15}{6} - \frac{6}{6} \leq \frac{2x+4}{6} + \frac{6x}{6}$$

$$9x+15-6 \leq 2x+4+6x$$

$$x \leq -5$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x \leq -5$

b) Một chiếc thang có chiều dài từ chân lên đến nấc thang cuối là 5 m được đặt vào thân cây cau như hình vẽ dưới đây, người ta đo được khoảng cách từ chân thang đến gốc cây cau là 2,5 m. Tính góc α tạo bởi thang và thân cây cau (làm tròn kết quả đến độ).



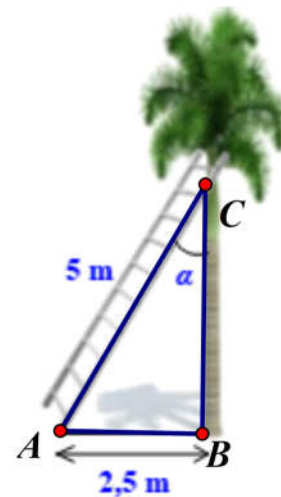
Lời giải

Gọi A là chân của chiếc thang, C là điểm tựa của chiếc thang lên cây cau, B là gốc của cây cau.

Từ đó ta có $\triangle ABC$ vuông tại B , $AB = 2,5m$; $AC = 5m$

$$\text{Nên } \sin \alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Vậy góc hợp bởi thang và thân cây cau là $\alpha = 30^\circ$.



Câu 5. (1 điểm) Cho a, b, c là độ dài ba cạnh một tam giác. Chứng minh rằng:

$$a^3 + b^3 + c^3 > a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2$$

Lời giải

Vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác nên: $a+b > c$; $a+c > b$; $b+c > a$

Do đó, $a+b-c > 0$; $a+c-b > 0$; $b+c-a > 0$.

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 & (a^3 + b^3 + c^3) - [a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2] \\
 &= [a^3 - a(b-c)^2] + [b^3 - b(c-a)^2] + [c^3 - c(a-b)^2] \\
 &= a[a^2 - (b-c)^2] + b[b^2 - (c-a)^2] + c[c^2 - (a-b)^2] \\
 &= a(a-b+c)(a+b-c) + b(b-c+a)(b+c-a) + c(c-a+b)(c+a-b)
 \end{aligned}$$

Mà a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác nên $a, b, c > 0$

$$a + b - c > 0; a + c - b > 0; b + c - a > 0$$

$$\text{Suy ra: } a(a-b+c)(a+b-c) + b(b-c+a)(b+c-a) + c(c-a+b)(c+a-b) > 0$$

$$\text{Suy ra: } (a^3 + b^3 + c^3) - [a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2] > 0 \text{ (điều phải chứng minh)}$$

$$\text{Vậy } a^3 + b^3 + c^3 > a(b-c)^2 + b(c-a)^2 + c(a-b)^2$$

-----Hết-----



MathExpress
Sang mãi niềm tin

ĐỀ SỐ 7
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG
TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1. (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(6x + 2)^2 - 64x^2 = 0$

b) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} = 1$

c) $\frac{5-2x}{2} + 3 \geq \frac{x+1}{3}$

Lời giải:

<p>a) $(6x + 2)^2 - 64x^2 = 0$ $(6x + 2)^2 - (8x)^2 = 0$ $(6x + 2 - 8x)(6x + 2 + 8x) = 0$ $(2 - 2x)(14x + 2) = 0$ TH1: $2 - 2x = 0$, suy ra $x = 1$ TH2: $14x + 2 = 0$, suy ra $x = \frac{-1}{7}$ Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x = 1$ và $x = \frac{-1}{7}$</p>	<p>b) $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} = 1$ Điều kiện xác định: $x \neq 2$ và $x \neq 0$ $\frac{x+2}{x-2} - \frac{2}{x(x-2)} = 1$ $\frac{x(x+2)}{x(x-2)} - \frac{2}{x(x-2)} = 1$ $\frac{x^2+2x}{x^2-2x} - \frac{2}{x^2-2x} = 1$ $x^2+2x-2 = x^2-2x$ (Vì $x^2-2x \neq 0$) $4x-2=0$ $x = \frac{1}{2}$ (thỏa mãn điều kiện xác định) Vậy phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{1}{2}$</p>
<p>c) $\frac{5-2x}{2} + 3 \geq \frac{x+1}{3}$ $\frac{3(5-2x)}{6} + \frac{18}{6} \geq \frac{2(x+1)}{6}$ $15 - 6x + 18 \geq 2x + 2$ $33 - 6x - 2x - 2 \geq 0$ $31 - 8x \geq 0$ $8x \leq 31$ $x \leq \frac{31}{8}$ Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \leq \frac{31}{8}$</p>	

Bài 2. (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = -7 \end{cases};$$

b) Cho hệ phương trình
$$\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x - m^2y = -7 \end{cases}$$
. Tìm các giá trị của tham số m để cặp số $(1; 2)$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Lời giải:

a)
$$\begin{cases} \sqrt{2}x - 2y = 3 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = -7 \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình thứ nhất với 3, ta được:

$$\begin{cases} 3\sqrt{2}x - 6y = 9 \\ 3\sqrt{2}x - 6y = -7 \end{cases}$$

Trừ từng vế hai phương trình của hệ, ta được: $0 = 16$ (Vô lí)

Vậy hệ phương trình vô nghiệm.

b)
$$\begin{cases} -mx + y = -2m \\ x - m^2y = -7 \end{cases}$$

Theo đề cặp số $(1; 2)$ là nghiệm của hệ phương trình đã cho. Thay $x = 1; y = 2$ vào hệ ta có:

$$\begin{cases} -m + 2 = -2m \\ 1 - 2m^2 = -7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m + 2 = 0 \\ -2m^2 = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -2 \\ m^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -2 \\ m = \pm 2 \end{cases}$$

$$m = -2$$

Vậy với $m = -2$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y) = (1; 2)$

Bài 3. (1,5 điểm) Một người đi đến cửa hàng đồ chơi mua một bộ ghép hình và một chiếc xe ô tô điều khiển từ xa. Biết tổng số tiền theo giá niêm yết của hai sản phẩm là 900 000 đồng. Cửa hàng đang có chương trình giảm giá, bộ ghép hình được giảm giá 15%, xe ô tô điều khiển từ xa được giảm giá 10% nên thực tế người đó chỉ phải thanh toán tổng số tiền của hai sản phẩm là 780 000 đồng. Tính giá niêm yết của bộ ghép hình và ô tô điều khiển từ xa.

Lời giải:

Gọi giá niêm yết của bộ ghép hình là x (đồng) ($0 < x < 900\,000$ đồng)

giá niêm yết của một chiếc xe ô tô điều khiển từ xa là y (đồng) ($0 < y < 900\,000$ đồng)

Tổng số tiền theo giá niêm yết của hai sản phẩm là 900 000 đồng. Do đó:

$$x + y = 900\,000 \quad (1)$$

Do được giảm giá 15% nên giá tiền thực tế của bộ ghép hình là:

$$x \cdot (100 - 15) = 85 \cdot x = 0,85x \text{ (đồng)}$$

Do được giảm giá 10% nên giá tiền thực tế của chiếc xe ô tô điều khiển từ xa là:

$$y \cdot (100 - 10) = 90 \cdot y = 0,9y \text{ (đồng)}$$

Thực tế người đó chỉ phải thanh toán tổng số tiền của hai sản phẩm là 780 000 đồng, nên ta có:

$$0,85x + 0,9y = 780\,000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 900\,000 \quad (1) \\ 0,85x + 0,9y = 780\,000 \quad (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có: $x = 900\,000 - y$ (3)

Thay $x = 900\,000 - y$ vào phương trình (2), ta được:

$$0,85(900\,000 - y) + 0,9y = 780\,000$$

$$765\,000 - 0,85y + 0,9y = 780\,000$$

$$0,05y = 15\,000$$

$$y = 300\,000 \text{ đồng (thỏa mãn điều kiện)}$$

Thay $y = 300\,000$ vào phương trình (3) ta được: $x = 600\,000$ đồng (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá niêm yết của bộ ghép hình là 600 000 đồng, giá niêm yết của ô tô điều khiển từ xa là 300 000 đồng.

Bài 4. (1,0 điểm)

a) Chứng minh rằng $a + 3 < b + 5$, biết $a \leq b$

b) Chứng minh rằng $(a + 1)^2 \leq 2a + 2$, biết $a^2 \leq 1$.

Lời giải:

a) Chứng minh rằng $a + 3 < b + 5$, biết $a \leq b$

Ta có: $a \leq b$

Suy ra $a + 3 \leq b + 3$ (cộng cả 2 vế của bất phương trình với 3)

Mà $b + 3 < b + 5$

Do đó $a + 3 < b + 5$ (điều phải chứng minh)

Vậy $a + 3 < b + 5$ khi $a \leq b$

b) Chứng minh rằng $(a+1)^2 \leq 2a+2$, biết $a^2 \leq 1$

Ta có: $a^2 \leq 1$

Suy ra: $a^2 + 2a + 1 \leq 1 + 2a + 1$ (cộng hai vế của bất phương trình với $2a + 1$)

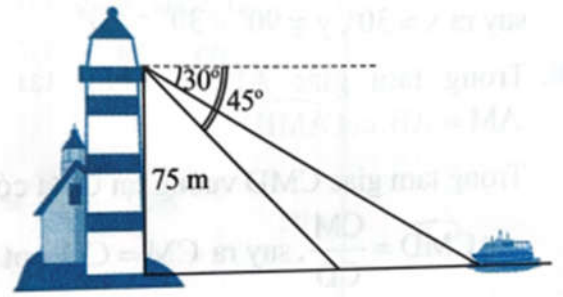
$$(a+1)^2 \leq 2a+2 \text{ (điều phải chứng minh)}$$

Vậy $(a+1)^2 \leq 2a+2$ khi $a^2 \leq 1$

Bài 5.(3,0 điểm)

a) Giải tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$.

b) Một người đứng trên một tháp hải đăng ở vị trí cao 75m so với mặt nước biển đã quan sát hai lần thấy một chiếc thuyền đang hướng về phía tháp hải đăng với góc hạ lần lượt là 30° và 45° (như hình vẽ). Hỏi thuyền đi được bao nhiêu mét giữa hai lần quan sát? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải:

a) Xét tam giác vuông ABC vuông tại A có:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$6^2 + 8^2 = BC^2$$

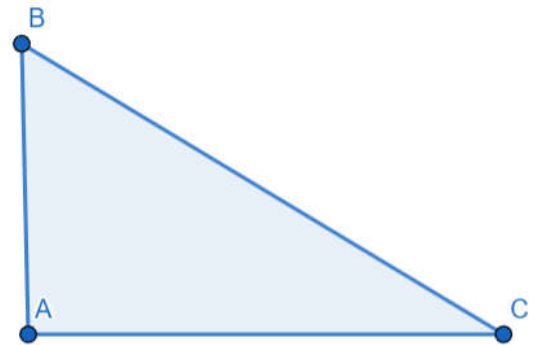
$$BC^2 = 100$$

Suy ra: $BC = 10\text{ cm}$

Ta có: $\sin \widehat{B} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$. Suy ra $\widehat{B} \approx 53,13^\circ$

$$\sin \widehat{C} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}. \text{ Suy ra } \widehat{C} \approx 36,87^\circ$$

Vậy $BC = 10\text{ cm}$; $\widehat{B} \approx 53,13^\circ$; $\widehat{C} \approx 36,87^\circ$



b) Đặt tên gọi cho các điểm như hình vẽ bên:

Ta có: $\widehat{xBC} = \widehat{BCA} = 30^\circ$ (hai góc so le trong; $Bx \parallel AC$)

$\widehat{xBD} = \widehat{ADB} = 45^\circ$ (hai góc so le trong; $Bx \parallel AC$)

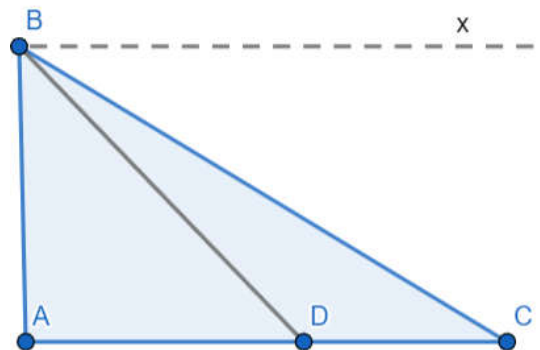
$$\text{Ta có: } \tan \widehat{BCA} = \frac{BA}{AC}$$

$$\text{Suy ra: } AC = \frac{BA}{\tan \widehat{BCA}} = \frac{75}{\tan 30^\circ} = 75 : \frac{\sqrt{3}}{3} = 75\sqrt{3} (m)$$

$$\text{Ta có: } \tan \widehat{BDA} = \frac{BA}{AD}$$

$$\text{Suy ra: } AD = \frac{BA}{\tan \widehat{BDA}} = \frac{75}{\tan 45^\circ} = \frac{75}{1} = 75 (m)$$

$$\text{Do đó: } DC = AC - AD = 75\sqrt{3} - 75 \approx 54,90 (m)$$



Vậy sau 2 lần quan sát thuyền đi được khoảng 54,90 mét.

Bài 6 (1,0 điểm) Chứng minh rằng, với mọi a, b, c ta có $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$

Lời giải:

Ta có: $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \frac{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac}{9}$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} - \frac{a^2 + b^2 + c^2}{9} \geq \frac{2ab + 2bc + 2ac}{9}$$

$$\frac{2(a^2 + b^2 + c^2)}{9} \geq \frac{2ab + 2bc + 2ac}{9}$$

$$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2bc + 2ac$$

$$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (a^2 - 2ac + c^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 \geq 0$$

Nhận thấy: $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi $a; b \in \mathbb{R}$

$$(b-c)^2 \geq 0 \text{ với mọi } b; c \in \mathbb{R}$$

$$(a-c)^2 \geq 0 \text{ với mọi } a; c \in \mathbb{R}$$

Do đó: $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2 \geq 0$ với mọi $a; b; c \in \mathbb{R}$

Suy ra $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} \geq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^2$ với mọi $a; b; c \in \mathbb{R}$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = c$

Vậy bất đẳng thức được chứng minh.

-----Hết-----

ĐỀ SỐ 8

SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 - 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm) Giải các phương trình và bất phương trình sau:

a) $(-2x+5)\left(\frac{3}{4}x-6\right)=0$

b) $\frac{2x-1}{3} < \frac{x+6}{2}$

c) $\frac{1}{x+1} - \frac{x}{x^2-x+1} = \frac{3x}{x^3+1}$

Lời giải:

<p>a) $(-2x+5)\left(\frac{3}{4}x-6\right)=0$</p> <p>Suy ra $-2x+5=0$ hoặc $\frac{3}{4}x-6=0$</p> <p>TH1: $-2x+5=0$ Suy ra $x=\frac{5}{2}$</p> <p>TH2: $\frac{3}{4}x-6=0$ Suy ra $x=8$</p> <p>Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x=\frac{5}{2}$ và $x=8$</p>	<p>b) $\frac{2x-1}{3} < \frac{x+6}{2}$</p> $\frac{2(2x-1)}{6} < \frac{3(x+6)}{6}$ $2(2x-1) < 3(x+6)$ $4x-2 < 3x+18$ $x < 20$ <p>Vậy bất phương trình đã cho có nghiệm là $x < 20$</p>
<p>c) $\frac{1}{x+1} - \frac{x}{x^2-x+1} = \frac{3x}{x^3+1}$</p> <p>Ta có: $x^2-x+1 = x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.</p> <p>Suy ra điều kiện xác định là: $x \neq -1$</p> $\frac{\frac{1}{x+1} - \frac{x}{x^2-x+1}}{\frac{x^2-x+1}{(x+1)(x^2-x+1)}} = \frac{\frac{3x}{x^3+1}}{\frac{x(x+1)}{(x+1)(x^2-x+1)}} = \frac{3x}{x^3+1}$ $\frac{x^2-x+1}{x^3+1} - \frac{x^2+x}{x^3+1} = \frac{3x}{x^3+1}$ $x^2-x+1-x^2-x=3x \text{ (vì } x^3+1 \neq 0)$ $5x=1$ $x=\frac{1}{5} \text{ (thỏa mãn điều kiện xác định)}$ <p>Vậy phương trình có nghiệm duy nhất $x=\frac{1}{5}$</p>	

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$$

b) Tìm x, y để cân bằng phương trình hóa học sau: $x \text{NO} + y \text{O}_2 \rightarrow \text{N}_2\text{O}_5$

Lời giải:

<p>a) $\begin{cases} (x-1)(y+3) = xy + 27 \\ (x-2)(y+1) = xy + 8 \end{cases}$</p> $\begin{cases} xy + 3x - y - 3 = xy + 27 \\ xy + x - 2y - 2 = xy + 8 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - y = 30 \quad (1) \\ x - 2y = 10 \quad (2) \end{cases}$ <p>Từ phương trình (2) ta có: $x = 2y + 10$</p> <p>Thay $x = 2y + 10$ vào phương trình (1) ta có:</p> $3 \cdot (2y + 10) - y = 30$ $6y + 30 - y = 30$ $5y = 0$ <p>Suy ra $y = 0$</p> <p>Thay $y = 0$ vào $x = 2y + 10$ ta có:</p> $x = 2 \cdot 0 + 10 = 10$ <p>Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (10; 0)$</p>	<p>b) Theo định luật bảo toàn nguyên tố đối với N (nitơ) và O (oxi) ta có: $\begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$</p> <p>Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x = 2 \\ x + 2y = 5(*) \end{cases}$</p> <p>Thay $x = 2$ vào (*) ta có: $2 + 2y = 5$. Suy ra $y = \frac{3}{2}$</p> <p>Do đó hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = \left(2; \frac{3}{2}\right)$</p> <p>Vậy ta có phương trình sau khi cân bằng:</p> $2 \text{NO} + \frac{3}{2} \text{O}_2 \rightarrow \text{N}_2\text{O}_5$
--	--

Bài 3 (1,5 điểm) Hai bạn An và Bình cùng may khẩu trang để ủng hộ địa phương đang có dịch bệnh Covid-19 thì mất hai ngày mới hoàn thành công việc. Nếu chỉ có một mình bạn An làm việc trong 4 ngày rồi nghỉ và bạn Bình làm tiếp 1 ngày nữa thì xong việc. Hỏi mỗi người làm riêng một mình thì sau bao lâu sẽ hoàn thành công việc.

Lời giải:

Gọi số ngày bạn An làm riêng một mình để hoàn thành công việc là x (ngày) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 4$);
số ngày bạn Bình làm riêng một mình để hoàn thành công việc là y (ngày) ($y \in \mathbb{N}^*, y > 1$)

Suy ra trong 1 ngày bạn An làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x}$ (công việc);

trong 1 ngày bạn Bình làm được số phần công việc là: $\frac{1}{y}$ (công việc)

Do đó trong 1 ngày nếu cả hai bạn làm chung thì sẽ làm được số phần công việc là: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai bạn làm xong công việc trong 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \quad (1)$$

Trong 4 ngày bạn An làm được số phần công việc là: $\frac{4}{x}$ (công việc)

Vì một mình bạn An làm việc trong 4 ngày rồi nghỉ và bạn Bình làm tiếp 1 ngày nữa thì xong việc nên ta có phương trình:

$$\frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = 1 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được:
$$\begin{cases} y = 3 \\ x = 6 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bạn An làm riêng một mình thì sau 6 ngày sẽ hoàn thành công việc;
bạn Bình làm riêng một mình thì sau 3 ngày sẽ hoàn thành công việc

Bài 4 (1,0 điểm)

a) Cho hai số m, n thỏa mãn $0 < m^2 < n^2$. Chứng minh rằng $\frac{3}{2}m^2 < 2n^2$.

b) Bạn Minh Hiền có 100 nghìn đồng. Bạn muốn mua một cái bút giá 18 nghìn đồng và một số quyển vở, mỗi quyển vở giá 7 nghìn đồng. Hỏi bạn Minh Hiền mua được nhiều nhất bao nhiêu quyển vở?

Lời giải:

a) Ta có: $0 < m^2 < n^2$

Suy ra: $\frac{3}{2}m^2 < \frac{3}{2}n^2$ (nhân cả 2 vế của bất phương trình với $\frac{3}{2}$)

Mà: $\frac{3}{2}n^2 < 2n^2$

Do đó: $\frac{3}{2}m^2 < 2n^2$ (điều phải chứng minh)

Vậy với mọi số thực $m; n$ thỏa mãn $0 < m^2 < n^2$ thì $\frac{3}{2}m^2 < 2n^2$

b) Gọi số quyển vở mà Minh Hiền có thể mua là x (quyển) ($x \in \mathbb{N}^*$).

Mà 1 quyển vở có giá 7 nghìn đồng nên số tiền mua x quyển vở là $7x$ (nghìn đồng).

Số tiền mà Minh Hiền mua một cái bút và một số quyển vở là $18 + 7x$ (nghìn đồng).

Do bạn Minh Hiền có 100 nghìn đồng mua một cái bút và một số quyển vở nên ta có bất phương trình:

$$18 + 7x \leq 100$$

$$7x \leq 82$$

$$x \leq \frac{82}{7} \approx 11,71$$

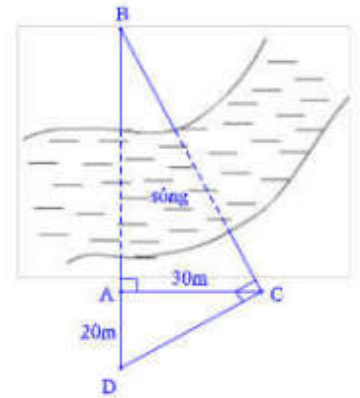
Vì $x \in \mathbb{N}^*$ nên Minh Hiền có thể mua được nhiều nhất là 11 quyển vở.

Vậy Minh Hiền có thể mua được nhiều nhất là 11 quyển vở

Bài 5 (3,0 điểm)

a) Cho tam giác ABC vuông tại A , có $AC = 15\text{cm}$, $\widehat{B} = 50^\circ$. Hãy tính độ dài AB, BC và phân giác CD (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

b) Muốn tính khoảng cách từ điểm A đến điểm B bên kia bờ sông, bạn Minh Hiền vạch một đường vuông góc với AB . Trên đường vuông góc này lấy một đoạn thẳng $AC = 30\text{m}$, rồi vạch CD vuông góc với phương BC cắt AB tại D (xem hình vẽ). Đo $AD = 20\text{m}$, từ đó bạn Minh Hiền tính được khoảng cách từ A đến B . Em hãy tính độ dài AB và số đo góc ACB .



Lời giải:

a) Ta có: $\tan \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$

Suy ra: $AB = \frac{AC}{\tan \widehat{B}} = \frac{15}{\tan 50^\circ} \approx 12,59(\text{cm})$

Vì tam giác ABC vuông tại A nên:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

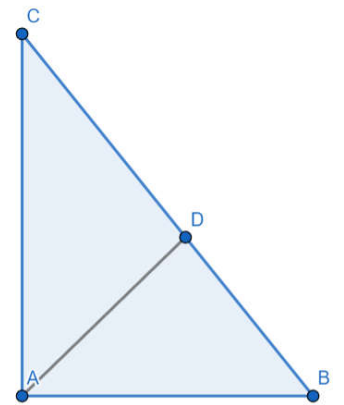
$$\left(\frac{15}{\tan 50^\circ}\right)^2 + 15^2 = BC^2$$

$$BC = \sqrt{\left(\frac{15}{\tan 50^\circ}\right)^2 + 15^2} \approx 19,58(\text{cm})$$

Ta có $\widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 90^\circ$ (hai góc phụ nhau)

Mà $\widehat{ABC} = 50^\circ$. Suy ra $\widehat{ACB} = 40^\circ$

Do CD là phân giác \widehat{ACB} nên $\widehat{ACD} = \frac{1}{2} \widehat{ACB} = \frac{1}{2} \cdot 40^\circ = 20^\circ$



Ta có: $\cos \widehat{ACD} = \frac{AC}{CD}$

Suy ra: $CD = \frac{AC}{\cos \widehat{ACD}} = \frac{15}{\cos 20^\circ} \approx 15,96 (cm)$

Vậy $AB \approx 12,59 (cm); BC \approx 19,58 cm; CD \approx 15,96 cm$

b) Xét tam giác vuông ADC vuông tại A có:

$$AD^2 + AC^2 = DC^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$20^2 + 30^2 = DC^2$$

$$DC^2 = 1300$$

Suy ra $DC = 10\sqrt{13} (cm)$

Ta có $\tan \widehat{D} = \frac{AC}{AD} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$

Suy ra $BC = DC \cdot \frac{3}{2} = 10\sqrt{13} \cdot \frac{3}{2} = 15\sqrt{13} (cm)$

Xét tam giác vuông BDC vuông tại C có:

$$BC^2 + CD^2 = BD^2 \text{ (định lý Pythagore)}$$

$$(15\sqrt{13})^2 + (10\sqrt{13})^2 = BD^2$$

$$BD^2 = 4225$$

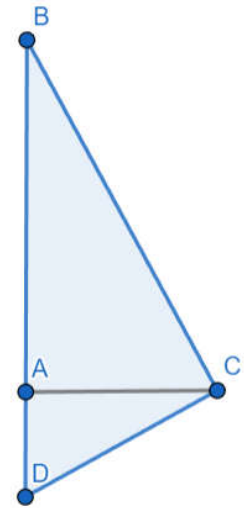
Suy ra $BD = 65 (cm)$

Do đó: $AB = BD - AD = 65 - 20 = 45 (cm)$

Ta có $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$

Suy ra $\widehat{ACB} \approx 56^\circ 19'$

Vậy $AB = 45 cm; \widehat{ACB} \approx 56^\circ 19'$



Bài 6 (1,0 điểm) Chứng minh rằng, với mọi a, b ta có $(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a + b)^2$

Lời giải:

Ta có: $(a^2 + b^2)^2 \geq ab(a + b)^2$

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \geq ab(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$a^4 + 2a^2b^2 + b^4 \geq a^3b + 2a^2b^2 + b^3a$$

$$a^4 + b^4 \geq a^3b + b^3a$$

$$a^4 + b^4 - a^3b - b^3a \geq 0$$

$$(a^4 - a^3b) + (b^4 - b^3a) \geq 0$$

$$a^3(a - b) + b^3(b - a) \geq 0$$

$$(a-b)(a^3-b^3) \geq 0$$

$$(a-b)(a-b)(a^2+ab+b^2) \geq 0$$

$$(a-b)^2(a^2+ab+b^2) \geq 0$$

Vì $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$. Do đó cần chứng minh: $a^2+ab+b^2 \geq 0$ (1)

Đặt $A = a^2+ab+b^2$. Suy ra: $2A = 2a^2+2ab+2b^2 = (a+b)^2+a^2+b^2$

Nhận xét: $(a+b)^2 \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$

$$a^2+b^2 \geq 0 \text{ với mọi } a, b \in \mathbb{R}$$

Do đó $(a+b)^2+a^2+b^2 \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$ hay $2A \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$

Suy ra: $A \geq 0$ với mọi a, b hay (1) luôn đúng với mọi $a, b \in \mathbb{R}$. Dấu "=" xảy ra khi $a=b$

Vậy với mọi $a, b \in \mathbb{R}$ thì $(a^2+b^2)^2 \geq ab(a+b)^2$

-----Hết-----



MathExpress
Sang mãi niềm tin

ĐỀ SỐ 9
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG
TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút (Không kể thời gian giao đề)

Bài 1 (1,5 điểm) Giải các phương trình sau:

a) $(x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2$ b) $\frac{x+3}{x-4} = \frac{x+6}{x-8}$ c) $(x-3)^3 - 2(x-1) = x(x-2)^2 - 5x^2$

Lời giải:

<p>a) $(x-1)^2 + x^2 \leq (x+1)^2 + (x+2)^2$</p> $x^2 - 2x + 1 + x^2 \leq x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4$ $-8x \leq 4$ $x \geq \frac{-1}{2}$ <p>Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq \frac{-1}{2}$</p>	<p>b) $\frac{x+3}{x-4} = \frac{x+6}{x-8}$</p> <p>Điều kiện xác định: $x \neq 4$ và $x \neq 8$</p> $\frac{(x+3)(x-8)}{(x-4)(x-8)} = \frac{(x+6)(x-4)}{(x-4)(x-8)}$ $(x+3)(x-8) = (x+6)(x-4)$ $x^2 + 3x - 8x - 24 = x^2 + 6x - 4x - 24$ $x^2 - 5x - 24 = x^2 + 2x - 24$ $-5x = 2x$ $-7x = 0$ $x = 0 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$ <p>Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = 0$</p>
<p>c) $(x-3)^3 - 2(x-1) = x(x-2)^2 - 5x^2$</p> $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 - 2x + 2 = x(x^2 - 4x + 4) - 5x^2$ $x^3 - 9x^2 + 27x - 27 - 2x + 2 = x^3 - 4x^2 + 4x - 5x^2$ $x^3 - 9x^2 + 25x - 25 = x^3 - 9x^2 + 4x$ $21x = 25$ $x = \frac{25}{21}$ <p>Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x = \frac{25}{21}$</p>	

Bài 2 (2,0 điểm)

a) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -12 \\ x + \frac{1}{3}y = -\frac{7}{3} \end{cases};$$

b) Tìm m để đường thẳng $(d): y = (2m - 5)x - 5m$ đi qua giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): 2x + 3y = 7$ và $(d_2): 3x + 2y = 13$.

Lời giải:

a)
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x - 2y = -12 & (1) \\ x + \frac{1}{3}y = -\frac{7}{3} & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (2) ta có: $x = \frac{-7}{3} - \frac{1}{3}y$ (3)

Thay $x = \frac{-7}{3} - \frac{1}{3}y$ vào phương trình (1) ta được: $\frac{1}{2}\left(\frac{-7}{3} - \frac{1}{3}y\right) - 2y = -12$

$$\frac{-7}{6} - \frac{1}{6}y - 2y = -12$$

$$\frac{-7}{6} - \frac{13}{6}y = -12$$

$$y = 5$$

Thay $y = 5$ vào (3) suy ra $x = \frac{-7}{3} - \frac{1}{3}.5 = -4$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là $(-4; 5)$

b) $(d_1): 2x + 3y = 7$ và $(d_2): 3x + 2y = 13$

Gọi giao điểm của hai đường thẳng $(d_1): 2x + 3y = 7$ và $(d_2): 3x + 2y = 13$ là A .

Toạ độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 & (1) \\ 3x + 2y = 13 & (2) \end{cases}$$

Từ phương trình (1) ta có: $x = \frac{7 - 3y}{2}$ (3). Thay $x = \frac{7 - 3y}{2}$ vào phương trình (2) được:

$$3. \frac{7-3y}{2} + 2y = 13$$

$$3.(7-3y) + 4y = 26$$

$$21 - 9y + 4y = 26$$

$$-5y = 5$$

$$y = -1$$

Thay $y = -1$ vào phương trình (3), ta được: $x = 5$

Suy ra $A(5; -1)$

Theo đề đường thẳng $(d): y = (2m - 5)x - 5m$ đi qua A , suy ra tọa độ điểm A thỏa mãn phương trình đường thẳng (d) . Thay $x = 5; y = -1$ vào phương trình đường thẳng (d) ta có:

$$-1 = (2m - 5).5 - 5m$$

$$10m - 25 - 5m = -1$$

$$5m = 24$$

$$m = \frac{24}{5}$$

Vậy $m = \frac{24}{5}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài 3 (1,5 điểm) Cô Hà sử dụng dịch vụ điện thoại di động với giá cước gọi nội mạng và gọi ngoại mạng lần lượt là 1 190 đồng/phút và 1 390 đồng/phút. Trong tháng 10, cô Hà đã sử dụng 500 phút gọi (cả nội mạng và ngoại mạng) với tiền cước là 635 000 đồng. Tính số phút gọi nội mạng và số phút gọi ngoại mạng trong tháng 10 của cô Hà.

Lời giải:

Gọi số phút gọi nội mạng của cô Hà trong tháng 10 là x (phút) ($0 < x < 500$)

số phút gọi ngoại mạng của cô Hà trong tháng 10 là y (phút) ($0 < y < 500$)

Cô Hà đã sử dụng 500 phút gọi (cả nội mạng và ngoại mạng) nên ta có phương trình:

$$x + y = 500. (1)$$

Tiền cước đã sử dụng nội mạng và ngoại mạng lần lượt là $1190x$ (đồng) và $1390y$ (đồng)

Vi tổng tiền cước là 635000 đồng nên ta có phương trình:

$$1190x + 1390y = 635000 \text{ hay } 119x + 139y = 63500(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 119x + 139y = 63500 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}$$

Vậy trong tháng 10 cô Hà đã sử dụng 300 phút gọi nội mạng và 200 phút gọi ngoại mạng.

Bài 4. (1,0 điểm)

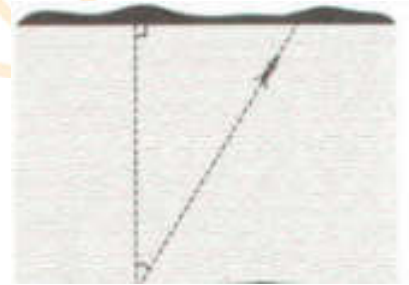
- a) Cho $a > b > 0$. Chứng minh $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.
- b) Áp dụng kết quả trên, so sánh $\frac{2022}{2023}$ và $\frac{2023}{2024}$.

Lời giải:

<p>a) Xét hiệu $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a-b}{ab}$</p> <p>Do $a > b > 0$ nên $a-b > 0, ab > 0$</p> <p>Suy ra $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a-b}{ab} > 0$</p> <p>Hay $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$</p>	<p>b) Ta có: $1 - \frac{2022}{2023} = \frac{1}{2023}$, $1 - \frac{2023}{2024} = \frac{1}{2024}$</p> <p>Vì $2023 < 2024$ nên $\frac{1}{2023} > \frac{1}{2024}$</p> <p>Hay $1 - \frac{2022}{2023} > 1 - \frac{2023}{2024}$</p> <p>Suy ra $\frac{2022}{2023} < \frac{2023}{2024}$</p>
--	--

Bài 5. (3,0 điểm)

1) Một con thuyền qua khúc sông với vận tốc $3,5 \text{ km/h}$ mất hết 6 phút. Do dòng nước chảy mạnh nên đã đẩy con thuyền đi qua con sông trên đường đi tạo với bờ một góc 25° . Hãy tính chiều rộng của con sông? (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)



2) Cho tam giác ABC vuông tại A , góc $\widehat{C} = 30^\circ$, $BC = 10 \text{ cm}$

- a) Tính AB, AC
- b) Kẻ từ A các đường thẳng AM, AN lần lượt vuông góc với các đường phân giác trong và ngoài của góc B . Chứng minh $MN = AB$
- c) Chứng minh các tam giác MAB và ABC đồng dạng. Tìm tỉ số đồng dạng.

Lời giải:

<p>1) Ta đặt tên gọi cho các điểm như hình vẽ bên:</p> <p>Đổi 6 phút = 0,1 (giờ)</p> <p>Quãng đường con thuyền đã đi là:</p> $3,5 \cdot 0,1 = 0,35 (\text{km}) = 350 \text{ m}$ <p>Xét tam giác ABC vuông tại A ta có: $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$</p> <p>Suy ra $AB = \cos \widehat{ABC} \cdot BC = \cos 25^\circ \cdot 350 \approx 317,21 (\text{m})$</p> <p>Vậy chiều rộng của con sông là 317,21 mét</p>	
---	--

2)

a) Ta có $\sin \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC}$

Suy ra $AB = \sin \widehat{ACB} \cdot BC = \sin 30^\circ \cdot 10 = 5 \text{ (cm)}$

Ta có $\cos \widehat{ACB} = \frac{AC}{BC}$

Suy ra $AC = \cos \widehat{ACB} \cdot BC = \cos 30^\circ \cdot 10 = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$

b) Vì BN là phân giác ngoài của \widehat{B} (giả thiết)

Suy ra $\widehat{B}_1 = \widehat{B}_2$

Vì BM là phân giác trong của \widehat{B} (giả thiết)

Suy ra $\widehat{B}_3 = \widehat{B}_4$

Ta có: $\widehat{B}_1 + \widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 + \widehat{B}_4 = 180^\circ$

$$\frac{1}{2}(\widehat{B}_2 + \widehat{B}_3) = 180^\circ$$

$$\widehat{B}_2 + \widehat{B}_3 = 90^\circ$$

$$\widehat{NBM} = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AMBN$ có:

$$\widehat{NBM} = 90^\circ \text{ (chứng minh trên);}$$

$$\widehat{AMB} = 90^\circ \text{ (vì } AM \perp BM \text{ theo giả thiết)}$$

$$\widehat{ANB} = 90^\circ \text{ (vì } AN \perp BN \text{ theo giả thiết)}$$

Suy ra tứ giác $AMBN$ là hình chữ nhật

Suy ra $MN = AB$ (hai đường chéo của hình chữ nhật)

c) Ta có $\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90^\circ$ (hai góc phụ nhau) mà $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Suy ra $\widehat{ABC} = 60^\circ$

Vì BM là phân giác trong của \widehat{B} (gt)

$$\text{Suy ra } \widehat{B}_3 = \widehat{B}_4 = \frac{1}{2} \widehat{ABC} = \frac{1}{2} 60^\circ = 30^\circ$$

Xét $\triangle MAB$ và $\triangle ABC$ có:

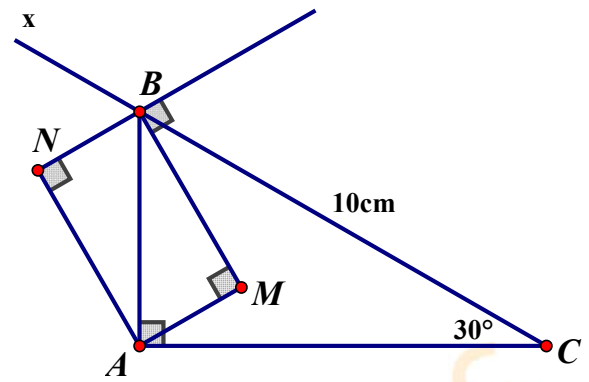
$$\widehat{MBA} = \widehat{ACB} \text{ (vì cùng } = 30^\circ)$$

$$\widehat{AMB} = \widehat{BAC} \text{ (vì cùng } = 90^\circ)$$

Suy ra $\triangle MAB \sim \triangle ABC$ (góc - góc)

$$\text{Do đó } \frac{MA}{AB} = \frac{MB}{AC} = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

Vậy tỉ số đồng dạng bằng $\frac{1}{2}$



Bài 6. (1,0 điểm) Chứng minh rằng, với mọi a, b, c ta có: $2(a^4 + b^4) \geq (a + b)(a^3 + b^3)$

Lời giải:

Xét hiệu:

$$\begin{aligned}
 & 2(a^4 + b^4) - (a + b)(a^3 + b^3) \\
 &= 2a^4 + 2b^4 - a^4 - ab^3 - ba^3 - b^4 \\
 &= a^4 + b^4 - a^3b - b^3a \\
 &= (a^4 - a^3b) + (b^4 - b^3a) \\
 &= a^3(a - b) + b^3(b - a) \\
 &= a^3(a - b) - b^3(a - b) \\
 &= (a - b)(a^3 - b^3) \\
 &= (a - b)(a - b)(a^2 + ab + b^2) \\
 &= (a - b)^2(a^2 + ab + b^2)
 \end{aligned}$$

Nhận thấy $(a - b)^2 \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$

Ta chứng minh $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$.

Thật vậy: Đặt $M = a^2 + ab + b^2$

Suy ra: $2M = 2a^2 + 2ab + 2b^2 = (a^2 + b^2) + (a^2 + b^2 + 2ab) = (a^2 + b^2) + (a + b)^2 \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$

Do đó: $M \geq 0$ với mọi $a, b \in \mathbb{R}$

Suy ra $2(a^4 + b^4) - (a + b)(a^3 + b^3) \geq 0$ hay $2(a^4 + b^4) \geq (a + b)(a^3 + b^3)$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = 0$

Vậy với mọi $a; b; c$ thì $2(a^4 + b^4) \geq (a + b)(a^3 + b^3)$

-----Hết-----