MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 1
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{x+8\sqrt{x}}{x-4}+\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0;x\ne 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Cho $P=A:B$. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $P.x=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-1\right)$

Câu II: (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 1000 m^2. Nếu tăng chiều dài thêm 10 m, giảm chiều rộng đi 5 m thì diện tích của mảnh vườn không thay đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.

2) Một hộp chứa 4 quả bóng xanh, 4 quả bóng trắng và 2 quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của biến cố A: "Quả bóng lấy ra không có màu đỏ".

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=ax^2$ $(a\ne 0)$. Xác định hệ số a, biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $E\left(-2;2\right)$. Vẽ đồ thị của hàm số ứng với giá trị a tìm được.

2) Một thương hiệu chè của Việt Nam có sản phẩm đóng gói 100g. Phòng kiểm soát chất lượng của công ty kiểm tra ngẫu nhiên 40 túi chè, thu được khối lượng của các túi chè như sau:

100	100	102	99	98	99	100	100	101	100
100	101	100	100	100	100	101	100	101	100
100	101	98	99	100	101	102	100	100	100
100	100	100	100	100	100	99	100	100	100

Hãy lập bảng tần số tương đối theo khối lượng túi chè.

Câu IV: (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BC của đường tròn (O), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Kẻ $OH \perp CD (H \in CD)$.

a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng thuộc một đường tròn ;

b) Chứng minh $\Delta OHC \backsim \Delta ABC$ và $CH.CA = 2R^2$;

c) Gọi N là giao điểm của BH và DO. Kẻ $AK \perp BH (K \in BH)$, AK cắt BD tại I. Chứng minh các điểm C, N, I thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm) Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c \geq 0$ và $a^2+b^2+c^2=3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a+b+c)+ab+bc+ca$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Cho $P=B:A$. Tìm các giá trị x là số thực để P có giá trị là một số chính phương.

Câu II: (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Lúc 7 giờ sáng, một chiếc ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B, cách nhau 36km, rồi ngay lập tức quay trở về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính tốc độ của ca nô khi xuôi dòng, biết tốc độ của dòng chảy là 6km/h.

2) Bạn Minh gieo một đồng xu cân đối đồng chất và bạn Thông rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ cùng loại ghi các số 1, 2, 3, 4, 5. Tính xác suất của biến cố A: “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp”.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=(m-1)x^2$ $(m\ne 1)$. Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $F(x;y)$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=-3\\ x+y=9\end{cases}$.

2) Bảng dưới đây cho biết tần số và tần số tương đối ghép nhóm của một mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	Tần số ghép nhóm (n)	Tần số tương đối ghép nhóm (%)
[10;15)	4	f_1
[15;20)	11	27,5
[20;25)	7	17,5
[25;30)	8	20
[30;35)	a	f_5
Cộng	N = 40	100

Tìm các giá trị của $a; f_1; f_5$

Câu IV. (3,0 điểm)

Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC. Vẽ đường kính CD của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh $\widehat{AOB} = \widehat{BDC}$;

c) Đoạn thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Tiếp tuyến với (O) tại điểm E cắt AO tại điểm I. Gọi F là giao điểm của EO và BC. Chứng minh AE song song với FI.

Câu V: (0,5 điểm)

Một khách sạn có 100 phòng cùng giá tiền cho thuê. Qua khảo sát người ta thấy rằng: nếu ban đầu mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 480 nghìn đồng trong một ngày thì luôn kín các phòng, tuy nhiên khi tăng giá phòng thêm $x\%(x>0)$ so với mức giá ban đầu thì số lượng phòng cho thuê giảm đi $\frac{4x}{5}\%$ phòng. Hỏi khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là bao nhiêu để khách sạn đạt doanh thu một ngày cao nhất?

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{6\sqrt{x}}{x-9}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$ với $x>0;x\neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$;

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$;

c) Đặt $P=\dfrac{B}{A}$. Tìm x để $P\le\sqrt{x}-\dfrac{16}{5}$.

Câu II: (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một tổ máy trộn bê tông phải sản xuất $450\,\text{m}^3$ bê tông cho một đập thủy lợi theo một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động mỗi ngày $4,5\,\text{m}^3$ nên 4 ngày trước thời gian quy định tổ đã sản xuất được 96% công việc. Hỏi thời gian quy định đó là bao nhiêu ngày?

2) Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất I và II. Tính xác suất của biến cố B: "Số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc lớn hơn 3".

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$. Tìm a và b để đường thẳng $y=ax+b$ cắt đồ thị của hàm số đã cho tại hai điểm M và N có hoành độ lần lượt bằng 1 và -2.

2) Một trường THCS thống kê số giờ (trung bình) chơi thể thao trong một tuần của 420 học sinh. Kết quả mẫu số liệu thống kê đó được cho ở bảng tần số sau:

Số giờ chơi thể thao (x)	8	9	10	12	Cộng
Tần số (n)	147	126	84	63	N = 420

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối dưới dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê trên?

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC, vẽ đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N.

Gọi H là giao điểm của BN và CM.

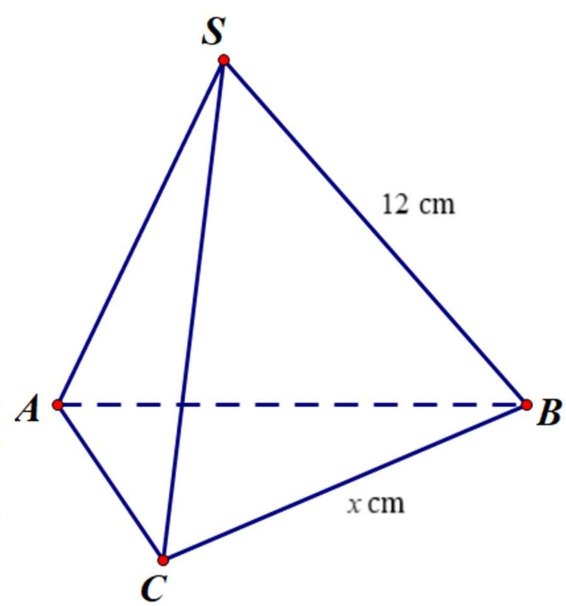
a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp được trong một đường tròn;

b) Gọi K là giao điểm của BC với AH. Chứng minh $\Delta BHK \backsim \Delta ACK$;

c) Chứng minh $KM + KN \le BC$. Dấu bằng xảy ra khi nào?

Câu V: (0,5 điểm)

Một mô hình đồ chơi bằng gỗ có dạng hình chóp tam giác đều. Biết các cạnh bên của hình chóp là các thanh gỗ có chiều dài bằng 12 cm. Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là x cm ($0 < x < 24$). Để diện tích xung quanh của đồ chơi trên đạt giá trị lớn nhất thì x bằng bao nhiêu? (*coi các đường mép gấp là không đáng kể*).



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 1
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$ với $x\geq 0; x\neq 1$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của x để $P=-1$

c) So sánh P với 1.

Câu II: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B . Biết tốc độ của xe du lịch lớn hơn tốc độ của xe khách là 20 km/h. Do vậy xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính tốc độ của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km .

2) Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

Thời gian (giây)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Số học sinh	5	20	15

Em hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=ax^2$ với $a\neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

a) Xác định a biết parabol (P) đi qua điểm $A(1;-2)$;

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y=ax^2$ với a vừa tìm được ở trên.

2) Cho phương trình $2x^2-4x+a=0$ (*)

a) Biết rằng trong hai nghiệm của phương trình có một nghiệm là $x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm x_1,x_2 của phương trình.

b) Tìm a để phương trình (*) có hai nghiệm x_1,x_2 là các số tự nhiên.

Câu IV: (3,0 điểm)

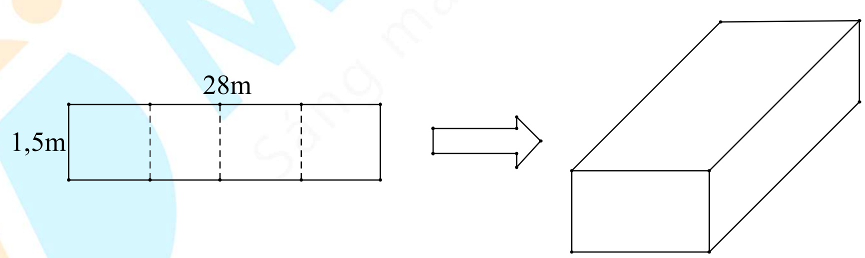
Cho đường tròn tâm O, dây cung BC, J là trung điểm của BC. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB<AC$. Gọi AD,BE,CF là các đường cao của tam giác ABC. Đường thẳng EF và đường thẳng BC cắt nhau tại I.

a) Chứng minh bốn điểm B,C,E,F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $IB.IC=IE.IF$.

c) Đường thẳng đi qua D và song song với EF, cắt AB và AC lần lượt tại M và N. Chứng minh $DF=DM$ và $\widehat{MIJ}=\widehat{MNJ}$

Câu V: (0,5 điểm) Một tấm bạt có dạng hình chữ nhật dài 28 mét, rộng $1,5$ mét được gập tại ba vị trí dọc theo chiều rộng để quây thành các mặt xung quanh của một bể bơi mini có dạng hình hộp chữ nhật. Em hãy xác định ba vị trí này để lượng nước chứa được là nhiều nhất và tính lượng nước đó theo mét khối.



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{8}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=64$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu II: (2,5 điểm)

1) Theo kế hoạch, một xưởng sản xuất phải may xong 680 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn kế hoạch 6 bộ quần áo nên đã hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu bộ quần áo?

2) Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số	1	5	9	5

a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.

b) Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra trên.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=(2m+1)x^2$ (P)

a) Tính giá trị của m để đồ thị hàm số (P) đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};4\right)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số $y=(2m+1)x^2$ với m tìm được ở câu a.

2) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 sao cho biểu thức

$A=x_1(x_1-2x_2)+x_2(x_2-2x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BC của đường tròn (O), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Kẻ $OH \perp CD$ $(H \in CD)$.

a) Chứng minh tứ giác $ABOH$ nội tiếp

b) Chứng minh ΔOHC đồng dạng với ΔABC và tính $CH.CA$ theo R.

c) Gọi N là giao điểm của BH và DO. Kẻ $AK \perp BH$ $(K \in BH)$, AK cắt BD tại I. Chứng minh CN đi qua trung điểm của BD.

Câu V: (0,5 điểm)

Từ một sợi dây thép dài 16 dm, người ta uốn thành một hình chữ nhật. Trong các hình chữ nhật có thể uốn được thành hình nào có diện tích lớn nhất?

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{3\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{2-5\sqrt{x}}{x-4}$

với $x>0; x\neq 1;\ x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{1}{4}$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Xét biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$. Tìm x để $\sqrt{P}>\sqrt{2}$

Câu II: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một nhóm học sinh được giao nhiệm vụ trồng 60 cây. Nhưng khi thực hiện nhóm đó được tăng cường thêm 3 học sinh nên mỗi học sinh đã trồng ít hơn 1 cây so với dự định. Hỏi lúc đầu nhóm có bao nhiêu học sinh? (Biết rằng số cây mỗi học sinh trồng là như nhau).

2) Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	$[8,4;8,6)$	$[8,6;8,8)$	$[8,8;9,0)$	$[9,0;9,2)$	$[9,2;9,4)$	Tổng
Số cây	5	12	25	44	14	100

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Một vật rơi tự do từ độ cao 234 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động S (tính bằng mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (tính bằng giây) được cho bởi công thức $S=\dfrac{11}{2}t^2$

a) Hỏi sau khoảng thời gian 6 giây vật này cách mặt đất là bao nhiêu mét?

b) Sau thời gian bao lâu thì vật cách mặt đất là $96,5$ mét?

2) Cho phương trình $2x^2+(m+1)x+m-1=0$

a) Giải phương trình với $m=2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn 2.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một dây DE cố định khác đường kính. Lấy F là một điểm bất kỳ thuộc cung lớn DE sao cho ΔFDE nhọn và $FD<FE$. Kẻ EM vuông góc với DF tại M, kẻ FN vuông góc với DE tại N. Kẻ đường kính FP của đường tròn (O). Gọi Q là hình chiếu vuông góc của E trên FP.

a) Chứng minh bốn điểm F,N,Q,E cùng thuộc một đường tròn.

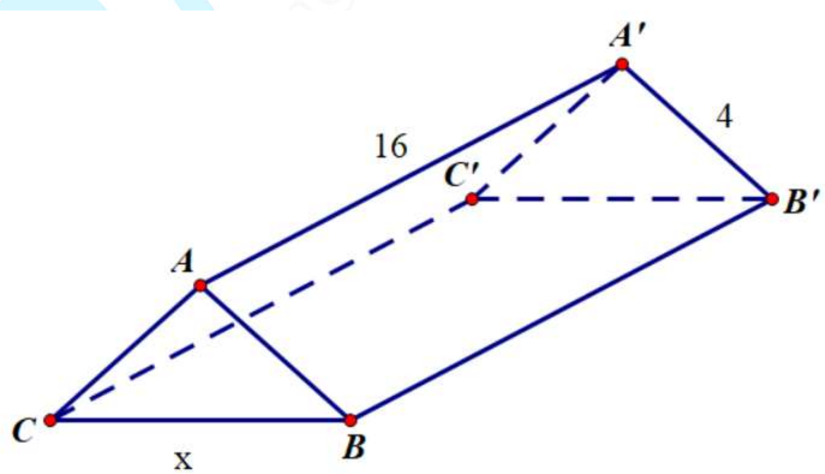
b) Tia phân giác của $\widehat{DFE}$ cắt DE tại G và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là H.

Chứng minh: $\Delta FDN \backsim \Delta FPE$ và $FN.FP=FG.FH$.

c) Gọi K là trung điểm của DE. Chứng minh khi điểm F di động trên cung lớn DE và thỏa mãn điều kiện của đề bài thì ba điểm M,K,Q thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm)

Một hành lang giữa hai nhà có dạng hình lăng trụ đứng (hình vẽ). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 16 m, rộng 4 m. Gọi x (m) là độ dài của cạnh BC. Tìm x để thể tích không gian hành lang lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 1
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\dfrac{x}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$, với $x>0$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị biểu thức A tại $x=4$

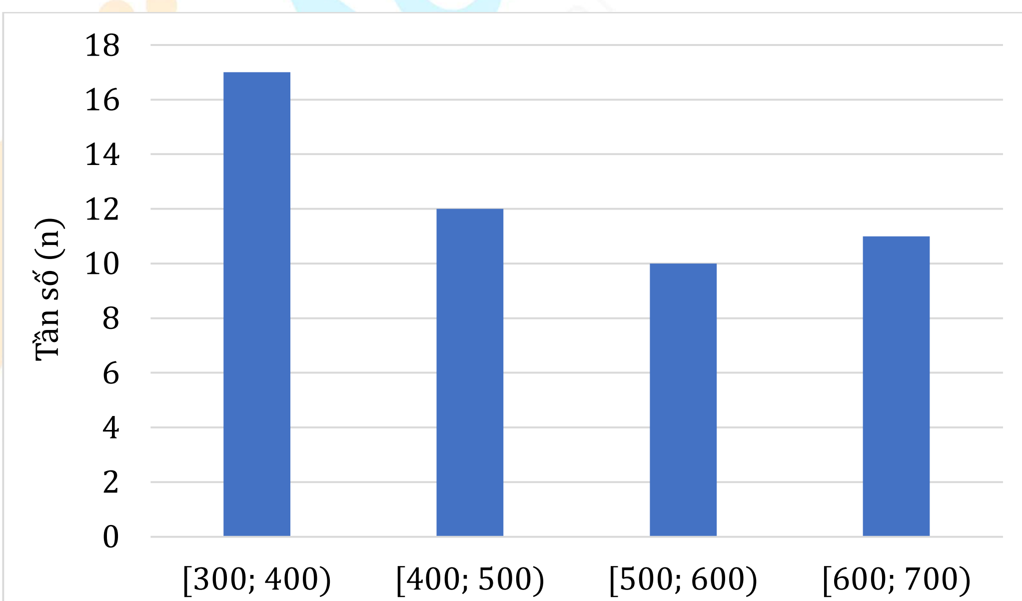
c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A\ge\dfrac{1}{3\sqrt{x}}$.

Câu II. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một xe ô tô và một xe máy khởi hành cùng lúc từ địa điểm A đi đến địa điểm B cách nhau 60 km với tốc độ không đổi, biết tốc độ của xe ô tô lớn hơn tốc độ của xe máy là 20 km/h và xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Tính tốc độ của mỗi xe.

2) Sau khi điều tra số tiền điện phải trả của 50 hộ gia đình trong một tháng (đơn vị: nghìn đồng), người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[500;600)$.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

Xác định a và vẽ đồ thị hàm số biết parabol (P) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng -1.

2) Cho phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$ (*). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{x_2}{x_1 + 2} + \dfrac{x_1}{x_2 + 2}$

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính MN, điểm P thuộc nửa đường tròn $(PM > PN)$. Kẻ bán kính OK vuông góc với MN cắt dây MP tại E. Gọi d là tiếp tuyến tại P của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua E và song song với MN cắt d ở F. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $NPEO$ nội tiếp đường tròn

b) $ME \cdot MP = MO \cdot MN$

c) $OF // MP$

Câu V. (0,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 961 m². Người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành đường tròn đi qua các điểm của hình chữ nhật như hình vẽ. Biết tâm đường tròn trùng với tâm hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất của 4 phần đất được mở rộng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0$, $x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge\dfrac{x}{4}+5$.

Câu II. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một đội máy xúc được thuê đào 20000 m^3 đất để mở rộng hồ. Ban đầu đội dự định đào mỗi ngày đào một lượng đất nhất định để hoàn thành công việc, nhưng khi đào được 5000 m^3 đất thì đội tăng cường thêm một số máy xúc nên mỗi ngày đào thêm được 100 m^3, do đó hoàn thành công việc trong 35 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày đào bao nhiêu m^3 đất?

2) Chiều cao của các bạn học sinh lớp 9A được ghi lại dưới dạng bảng số liệu sau:

Chiều cao	Số học sinh
$[160;165)$	10
$[165;170)$	12
$[170;175)$	10
$[175;180)$	7
$[180;185)$	1

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[170;175)$.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=\frac{1}{3}ax^2$ với $a\neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

Xác định a và vẽ đồ thị hàm số biết parabol (P) đi qua điểm $A(1;-1)$.

2) Cho phương trình $x^2-2x+a=0$ (*)

a) Giải phương trình với $a=-1$.

b) Biết rằng hai nghiệm của phương trình $x^2-2x+a=0$ có một nghiệm là $x=1-\sqrt{3}$.

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M nằm trên nửa đường tròn $(M\neq A, B)$. Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) lần lượt tại C và D.

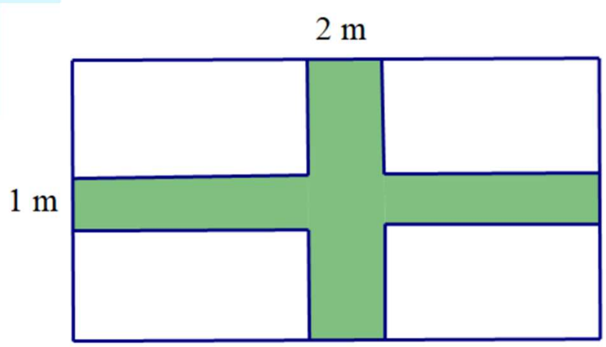
a) Chứng minh rằng: tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $DO\perp MB$ và $\widehat{CAM}=\widehat{ODM}$

c) Gọi P là giao điểm CD và AB, E là giao điểm của AM và BD; F là giao điểm của AC và BM. Chứng minh: E,F,P thẳng hàng.

Câu V. (0,5 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 128 m². Người ta làm lối đi trong mảnh đất như hình vẽ. Phần đất còn lại trồng cây ăn quả. Tính các kích thước của mảnh đất để diện tích trồng cây ăn quả là lớn nhất và tính diện tích lớn nhất đó.



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\dfrac{3\sqrt{x}}{x-25}$ với $x>0$; $x\neq 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$.

b) Cho $P=A.B$, chứng minh rằng $P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$.

c) Chứng minh rằng không tồn tại giá trị nào của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu II. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một nhóm công nhân đặt kế hoạch sản xuất 200 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu, họ sản xuất đạt mức kế hoạch đề ra. Những ngày còn lại họ đã làm vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm, nên đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nhóm công nhân cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

2) Vào đầu và cuối năm học, người ta lựa chọn ngẫu nhiên một số học sinh lớp 8 để kiểm tra tình trạng cân nặng. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Tình trạng cân nặng	Thiếu cân	Bình thường	Thừa cân	Béo phì
Đầu năm học	6	24	8	2
Cuối năm học	4	38	5	3

Tính tần số tương đối của số học sinh theo tình trạng cân nặng vào đầu năm học và cuối năm học.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=-ax^2\ (a\neq 0)$ có đồ thị là (P). Xác định hệ số a, biết rằng đồ thị (P) của hàm số cắt đường thẳng $d: y=-2x+4$ tại điểm E có hoành độ bằng 1. Vẽ đồ thị (P) của hàm số với a vừa tìm được.

2) Cho phương trình bậc hai $x^2-2(m+1)x+m^2+3m-1=0$ (x là ẩn số, m là tham số) (1).

a) Giải phương trình (1) khi $m=1$;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Gọi H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh $4OH.AH=BC^2$;

c) Trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ lấy điểm D sao cho tiếp tuyến tại D của (O) cắt tia MN tại I. Gọi F là hình chiếu của điểm D trên OI. Chứng minh rằng $OH.OA=OF.OI$ và $IA=ID$.

Câu V. (0,5 điểm)

Đón đầu xu thế bảo vệ môi trường, một cửa hàng bán xe máy đã tập trung kinh doanh xe máy điện với chi phí nhập vào mỗi chiếc lá là 15 triệu và bán ra với giá 19 triệu. Với giá bán này thì số lượng khách mua trong một tháng là 50 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn lượng tiêu thụ, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng mỗi khi giá bán giảm 100 nghìn đồng/ một chiếc thì lượng xe bán ra trong tháng tăng thêm 5 chiếc. Vậy cửa hàng nên định giá mới bao nhiêu để sau khi thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

------------------------------ HẾT ------------------------------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 1
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{x+8\sqrt{x}}{x-4}+\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Cho $P=A:B$. Tìm tất cả các giá trị của x thỏa mãn $P.x=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-1\right)$

Lời giải

a) Thay $x=16$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta được :

$$A=\frac{2+\sqrt{16}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{2}$$

Vậy với $x=16$ thì $A=\dfrac{3}{2}$.

b) Với $x>0;x\neq 4$ ta có:

$$B=\frac{x+8\sqrt{x}}{x-4}+\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+8\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{x+8\sqrt{x}+x-3\sqrt{x}+2-x-3\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$B=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ Vậy với $x>0;x\neq 4$ thì $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.
c) Với $x>0;x\neq 4$ ta có: $P=A:B=\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}:\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}.\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}}=\dfrac{x-4}{x}$ Ta có: $P.x=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-1\right)$ $\dfrac{x-4}{x}.x=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-1\right)$ $x-4=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-1\right)$ $x-\dfrac{3}{2}\sqrt{x}-\dfrac{5}{2}=0$ $x+\sqrt{x}-\dfrac{5}{2}\sqrt{x}-\dfrac{5}{2}=0$ $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)-\dfrac{5}{2}\left(\sqrt{x}+1\right)=0$ $\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-\dfrac{5}{2}\right)=0$ Suy ra $\sqrt{x}-\dfrac{5}{2}=0$ (vì $\sqrt{x}+1\geq 1>0$ với mọi $x>0$) $\sqrt{x}=\dfrac{5}{2}$ Do đó $x=\dfrac{25}{4}$ (thỏa mãn điều kiện xác định) Vậy $x=\dfrac{25}{4}$ thì $P.x=\dfrac{3}{2}\left(\sqrt{x}-1\right)$.

Câu II: (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 1000 m². Nếu tăng chiều dài thêm 10 m, giảm chiều rộng đi 5 m thì diện tích của mảnh vườn không thay đổi. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu.

2) Một hộp chứa 4 quả bóng xanh, 4 quả bóng trắng và 2 quả bóng đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Chọn ra ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp. Tính xác suất của biến cố A: "Quả bóng lấy ra không có màu đỏ".

Lời giải

1) Gọi chiều dài của mảnh vườn hình chữ nhật đó là x (Điều kiện: $0<x<1000$; đơn vị: mét)

Diện tích mảnh vườn bằng 1000 m² nên chiều rộng của mảnh vườn là: $\dfrac{1000}{x}$ (m)

Diện tích của mảnh vườn sau khi tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng đi 5 m là:

$$(x+10)\left(\frac{1000}{x}-5\right)\ (\text{m}^2)$$

Vì nếu tăng chiều dài mảnh vườn thêm 10 m và giảm chiều rộng đi 5 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi nên ta có phương trình:

$$(x+10)\left(\frac{1000}{x}-5\right)=1000$$

$$1000x+10000-5x^2-50x=1000x$$

$$5x^2+50x-10000=0$$

$$5(x-40)(x+50)=0$$

$x=40$ (thoả mãn điều kiện)

Hoặc $x=-50$ (không thoả mãn điều kiện)

Do đó chiều dài của mảnh vườn là 40 m và chiều rộng của mảnh vườn là: $\dfrac{1000}{40}=25$ (m)

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn lần lượt là 40 m và 25 m.

2) Xét phép thử : "Lấy ngẫu nhiên một quả bóng trong hộp".

Có 10 quả bóng trong hộp nên khi thực hiện phép thử trên sẽ có 10 kết quả có thể xảy ra.

Do 10 quả bóng có kích thước và khối lượng như nhau nên 10 kết quả có thể trên là đồng khả năng.

Xét biến cố A: "Quả bóng lấy ra không có màu đỏ".

Vì hộp chứa 4 quả bóng xanh, 4 quả bóng trắng nên có $4+4=8$ kết quả thuận lợi cho biến cố A

Do đó $P(A)=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

Vậy xác suất của biến cố A là $\frac{4}{5}$.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=ax^2$ $(a\neq 0)$. Xác định hệ số a, biết đồ thị của hàm số đi qua điểm $E(-2;2)$. Vẽ đồ thị của hàm số ứng với giá trị a tìm được.

2) Một thương hiệu chè của Việt Nam có sản phẩm đóng gói 100g. Phòng kiểm soát chất lượng của công ty kiểm tra ngẫu nhiên 40 túi chè, thu được khối lượng của các túi chè như sau:

100	100	102	99	98	99	100	100	101	100
100	101	100	100	100	100	101	100	101	100
100	101	98	99	100	101	102	100	100	100
100	100	100	100	100	100	99	100	100	100

Hãy lập bảng tần số tương đối theo khối lượng túi chè.

Lời giải

1)

*) Vì đồ thị hàm số $y=ax^2$ đi qua điểm $E(-2;2)$ nên thay $x=-2; y=2$ vào hàm số ta có :

$2=a(-2)^2$ suy ra $2=a.4$ nên $a=\frac{1}{2}$.

Vậy hệ số a của hàm số là $\frac{1}{2}$.

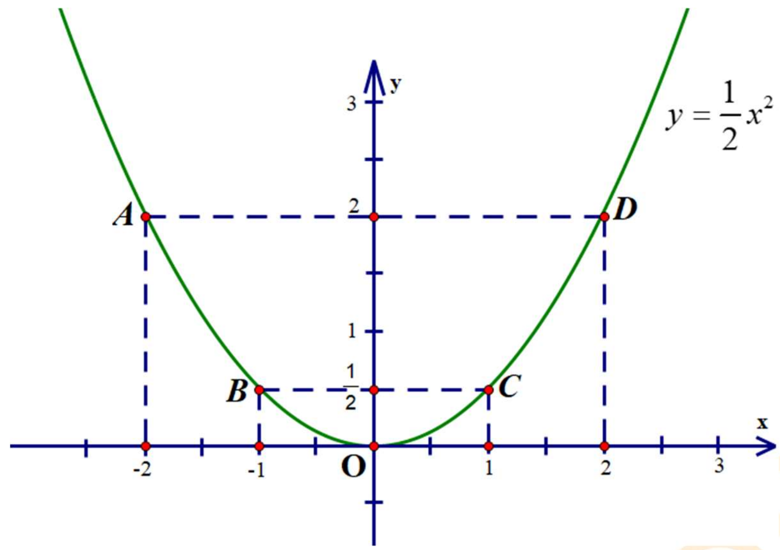
*) Vẽ đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$:

- Ta có bảng giá trị của y tương ứng với giá trị của x như sau :

x	-2	-1	0	1	2
$y=\frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

- Vẽ các điểm $A(-2;2); B\left(-1;\frac{1}{2}\right); O(0;0); C\left(1;\frac{1}{2}\right); D(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

- Vẽ đường parabol đi qua 5 điểm A, B, O, C, D, ta nhận được đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^2$ (hình vẽ).



2) Mẫu số liệu thống kê trên có 40 số liệu.

Tần số tương đối của túi chè có khối lượng 98g là: $\frac{2}{40}\% = 5\%$

Tần số tương đối của túi chè có khối lượng 99g là: $\frac{4}{40}\% = 10\%$

Tần số tương đối của túi chè có khối lượng 100g là: $\frac{26}{40}\% = 65\%$

Tần số tương đối của túi chè có khối lượng 101g là: $\frac{6}{40}\% = 15\%$

Tần số tương đối của túi chè có khối lượng 102g là: $\frac{2}{40}\% = 5\%$

Do đó ta có bảng tần số tương đối theo khối lượng túi chè là:

Khối lượng (g)	98	99	100	101	102
Tần số tương đối (%)	5	10	65	15	5

Câu IV: (3,0 điểm)

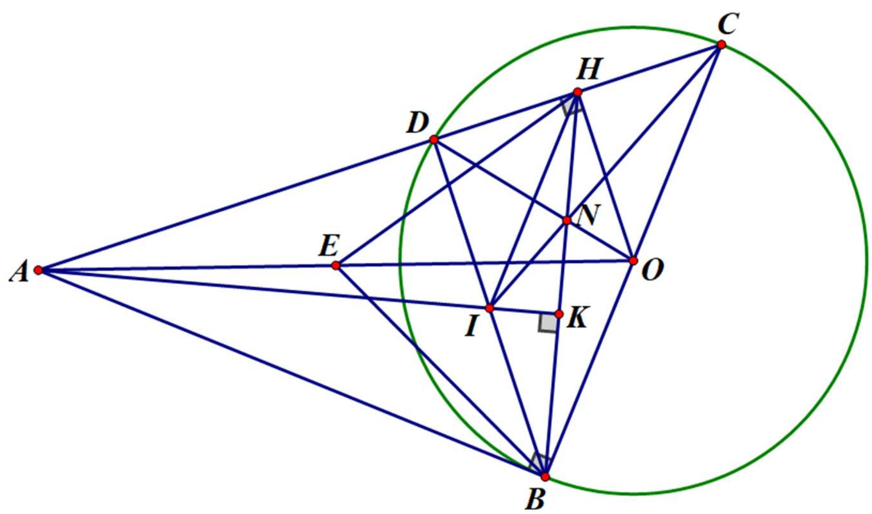
Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BC của đường tròn (O), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Kẻ $OH \perp CD\,(H \in CD)$.

a) Chứng minh bốn điểm A, B, O, H cùng thuộc một đường tròn ;

b) Chứng minh $\Delta OHC \backsim \Delta ABC$ và $CH.CA = 2R^2$;

c) Gọi N là giao điểm của BH và DO. Kẻ $AK \perp BH\,(K \in BH)$, AK cắt BD tại I. Chứng minh các điểm C, N, I thẳng hàng.

Lời giải



a) Vì AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AB \perp BO$. Suy ra $\widehat{ABO} = 90^\circ$ hay ΔABO vuông tại B.

Vì $OH \perp CD$ nên $OH \perp AH$. Suy ra ΔAHO vuông tại H.

Gọi E là trung điểm của AO.

Xét ΔAHO vuông tại H có: HE là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO. Suy ra:

$HE = EA = EO = \dfrac{AO}{2}$ (tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔABO vuông tại B có: BE là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO. Suy ra:

$BE = EA = EO = \dfrac{AO}{2}$ (tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A,B,O,H cùng thuộc đường tròn $\left(E;\dfrac{AO}{2}\right)$. Vậy bốn điểm A,B,O,H cùng thuộc một đường tròn (điều phải chứng minh).
b) Vì $OH\perp CD$ nên $\widehat{OHC}=90^\circ$ Xét ΔOHC và ΔABC có: $\widehat{OHC}=\widehat{ABC}=90^\circ$ (chứng minh trên) $\widehat{ACB}$ chung Suy ra $\Delta OHC\backsim\Delta ABC\,(g.g)$ (điều phải chứng minh). Do đó $\dfrac{CH}{BC}=\dfrac{OC}{AC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) Hay $CH.AC=OC.BC=R.2R=2R^2$ (điều phải chứng minh).
c) Xét (O) có: $\widehat{BDC}=90^\circ$ (góc nội tếp chắn nửa đường tròn) suy ra $BD\perp AH$ Xét ΔABH có: $AK\perp BH$ (giả thiết) $BD\perp AH$ (chứng minh trên) BD cắt AK tại I Nên I là trực tâm của ΔABH. Do đó $HI\perp AB$. Mà $AB\perp BC$ nên $HI\,//\,BC$ (quan hệ từ vuông góc đến song song) Xét ΔODC có: $OD=OC=R$ suy ra ΔODC cân tại O. Do đó OH vừa là đường cao vừa là trung tuyến ứng với CD. Suy ra $HC=HD$. Xét ΔBDC có: $HI\,//\,BC$ (chứng minh trên) H là trung điểm của CD (chứng minh trên)

Suy ra I là trung điểm của BD

Xét ΔBDC có:

$HD = HC$

$OB = OC = R$

BH và DO cắt nhau tại N

Suy ra CN là đường trung tuyến của ΔBDC

Mà CI là đường trung tuyến của ΔBDC (do I là trung điểm của BD)

Suy ra C, N, I thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu V: (0,5 điểm) Xét các số thực a, b, c thỏa mãn $a+b+c \ge 0$ và $a^2+b^2+c^2=3$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(a+b+c)+ab+bc+ca$.

Lời giải

+) Ta có $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \ge 0$ với mọi a, b, c

$a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ac+a^2 \ge 0$

$2(a^2+b^2+c^2)-2(ab+bc+ca) \ge 0$

Suy ra $a^2+b^2+c^2 \ge ab+bc+ca$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c$

Mà $a^2+b^2+c^2=3$ nên $ab+bc+ca \le 3$

Lại có $2(ab+bc+ca) \le 2(a^2+b^2+c^2)$ nên $2(ab+bc+ca)+a^2+b^2+c^2 \le 3(a^2+b^2+c^2)$

Do đó $(a+b+c)^2 \le 3.3 = 9$ nên $a+b+c \le 3$

Suy ra $P = 4(a+b+c)+ab+bc+ca \le 4.3+3 = 15$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=c=1$

Vậy giá trị lớn nhất của P là 15 khi $a=b=c=1$.

+) Ta có: $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

Nên $2\left(ab+bc+ca\right)=\left(a+b+c\right)^2-\left(a^2+b^2+c^2\right)=\left(a+b+c\right)^2-3\ge -3$ (vì $\left(a+b+c\right)^2\ge 0$ với mọi a,b,c).

Suy ra $ab+bc+ca\ge -\dfrac{3}{2}$

Do đó $P\ge 4.0+\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}a+b+c=0\\a^2+b^2+c^2=3\end{cases}$

Suy ra $\left(a,b,c\right)=\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2};-\dfrac{\sqrt{6}}{2};0\right)$ và các hoán vị.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\dfrac{3}{2}$ khi $\left(a,b,c\right)=\left(\dfrac{\sqrt{6}}{2};-\dfrac{\sqrt{6}}{2};0\right)$ và các hoán vị.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

SÁCH CÁNH DIỀU

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Cho $P=B:A$. Tìm các giá trị x là số thực để P có giá trị là một số chính phương.

Lời giải

a) Ta có : $x=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}=\left|\sqrt{3}-1\right|+\left|\sqrt{3}-2\right|=\sqrt{3}-1+2-\sqrt{3}=1$

Thay $x=1$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta được :

$$A=\frac{\sqrt{1}-2}{\sqrt{1}+9}=\frac{1-2}{1+9}=\frac{-1}{10}$$

Vậy khi $x=\sqrt{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}+\sqrt{\left(\sqrt{3}-2\right)^2}$ thì $A=\dfrac{-1}{10}$.

b) Với $x\ge 0; x\ne 4$ ta có:

$$B=\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}+\frac{9\sqrt{x}-10}{4-x}$$

$$B=\frac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{9\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{3\sqrt{x}-6+x+2\sqrt{x}-9\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy với $x \ge 0; x \ne 4$ thì $B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$.
c) Với $x \ge 0; x \ne 4$ ta có: $P = B : A = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} : \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+9} = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} . \dfrac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}-2} = \dfrac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)+7}{\sqrt{x}+2} = 1 + \dfrac{7}{\sqrt{x}+2}$ Với $x \ge 0$ ta có $\sqrt{x} \ge 0$ suy ra $\sqrt{x}+2 \ge 2$ nên $\dfrac{7}{\sqrt{x}+2} \le \dfrac{7}{2}$. Do đó $1 + \dfrac{7}{\sqrt{x}+2} \le 1 + \dfrac{7}{2} = \dfrac{9}{2}$ hay $P \le \dfrac{9}{2}$ (1) Với $x \ge 0$ ta có $\sqrt{x} \ge 0$ suy ra $\sqrt{x}+2 \ge 2 > 0$ nên $\dfrac{7}{\sqrt{x}+2} > 0$. Do đó $1 + \dfrac{7}{\sqrt{x}+2} > 1$ hay $P > 1$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $1 < P \le \dfrac{9}{2}$ Mà P là số chính phương nên $P = 4$. Suy ra $\dfrac{\sqrt{x}+9}{\sqrt{x}+2} = 4$ $\sqrt{x}+9 = 4\left(\sqrt{x}+2\right)$ $3\sqrt{x} = 1$ $\sqrt{x} = \dfrac{1}{3}$ $x = \dfrac{1}{9}$ (thỏa mãn điều kiện xác định) Vậy $x = \dfrac{1}{9}$ thì P có giá trị là một số chính phương.

Câu II: (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Lúc 7 giờ sáng, một chiếc ca nô xuôi dòng từ bến A đến bến B, cách nhau 36km, rồi ngay lập tức quay trở về và đến bến A lúc 11 giờ 30 phút. Tính tốc độ của ca nô khi xuôi dòng, biết tốc độ của dòng chảy là 6km/h.

2) Bạn Minh gieo một đồng xu cân đối đồng chất và bạn Thông rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ cùng loại ghi các số 1, 2, 3, 4, 5. Tính xác suất của biến cố A: "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp".

Lời giải

1) Đổi 11 giờ 30 phút = 11,5 giờ

Gọi tốc độ thực của ca nô là x (km/h) $(x>6)$

Tốc độ của ca nô khi xuôi dòng là $x+6$ (km/h)

Tốc độ của ca nô khi ngược dòng là $x-6$ (km/h)

Thời gian lúc ca nô đi xuôi dòng là $\dfrac{36}{x+6}$ (giờ)

Thời gian lúc ca nô đi ngược dòng là $\dfrac{36}{x-6}$ (giờ)

Thời gian ca nô đi và về là: $11,5-7=4,5=\dfrac{9}{2}$ (giờ)

Theo đề bài, ta có phương trình:

$$\frac{36}{x+6}+\frac{36}{x-6}=\frac{9}{2}$$

$$\frac{36.2.(x-6)}{2(x+6)(x-6)}+\frac{36.2.(x+6)}{2(x+6)(x-6)}=\frac{9(x+6)(x-6)}{2(x+6)(x-6)}$$

$$72(x-6)+72(x+6)=9(x+6)(x-6)$$

$$72x-432+72x+432=9x^2-324$$

$$9x^2-144x-324=0$$

$$x^2-16x-36=0$$

$$x^2+2x-18x-36=0$$

$$x(x+2)-18(x+2)=0$$

$$(x+2)(x-18)=0$$

Suy ra $x=-2$ (không thỏa mãn điều kiện) hoặc $x=18$ (thỏa mãn điều kiện)

Do đó tốc độ thực của ca nô là 18 km/h nên tốc độ của ca nô khi xuôi dòng là: $18+6=24\,(\text{km/h})$ Vậy tốc độ của ca nô khi xuôi dòng là 24 km/h.
2) Có 2 kết quả có thể xảy ra khi bạn Minh gieo một đồng xu cân đối là sấp (S), ngửa (N) và 2 kết quả trên là đồng khả năng. Có 5 kết quả có thể xảy ra khi bạn Thông rút ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp chứa 5 tấm thẻ có ghi các số 1;2;3;4;5 và 5 kết quả trên là đồng khả năng. Do đó ta có không gian mẫu $\Omega=\{1S;\ 1N;\ 2S;\ 2N;\ 3S;\ 3N;\ 4S;\ 4N;\ 5S;\ 5N\}$ Suy ra có 10 kết quả có thể xảy ra khi Minh gieo đồng xu và Thông rút ngẫu nhiên một tấm thẻ và 10 kết quả này là đồng khả năng. Xét biến cố A: "Rút được tấm thẻ ghi số chẵn và đồng xu xuất hiện mặt sấp". Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $2S;4S$ Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{2}{10}=0,2$ Vậy xác suất của biến cố A là $0,2$.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=(m-1)x^2$ $(m\neq 1)$. Tìm m để đồ thị của hàm số đã cho đi qua điểm $F(x;y)$ với $(x;y)$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}2x-y=-3\\x+y=9\end{cases}$.

2) Bảng dưới đây cho biết tần số và tần số tương đối ghép nhóm của một mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	Tần số ghép nhóm (n)	Tần số tương đối ghép nhóm (%)
[10;15)	4	f_1
[15;20)	11	27,5
[20;25)	7	17,5
[25;30)	8	20
[30;35)	a	f_5
Cộng	N = 40	100

Tìm các giá trị của $a; f_1; f_5$

Lời giải

1) Ta có : $y=(m-1)x^2$ ($m\neq 1$) (1) $\begin{cases}2x-y=-3\\x+y=9\end{cases}$ $\begin{cases}y=2x+3\\x+2x+3=9\end{cases}$ $\begin{cases}x=2\\y=7\end{cases}$ Suy ra $F(2;7)$ thuộc đồ thị hàm số $y=(m-1)x^2$ Thay $x=2, y=7$ vào (1) ta có: $7=(m-1).2^2$ $m-1=\frac{7}{4}$ $m=\frac{11}{4}$ (thỏa mãn $m\neq 1$) Vậy $m=\frac{11}{4}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.
2) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [10;15) là: $f_1=\frac{4}{40}\%=10\%$ Tần số ghép nhóm của nhóm [30;35) là: $a=40-4-11-7-8=10$ Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30;35) là: $f_5=\frac{10}{40}\%=25\%$ Vậy $a=10$; $f_1=10\%$; $f_5=25\%$

Câu IV. (3,0 điểm)

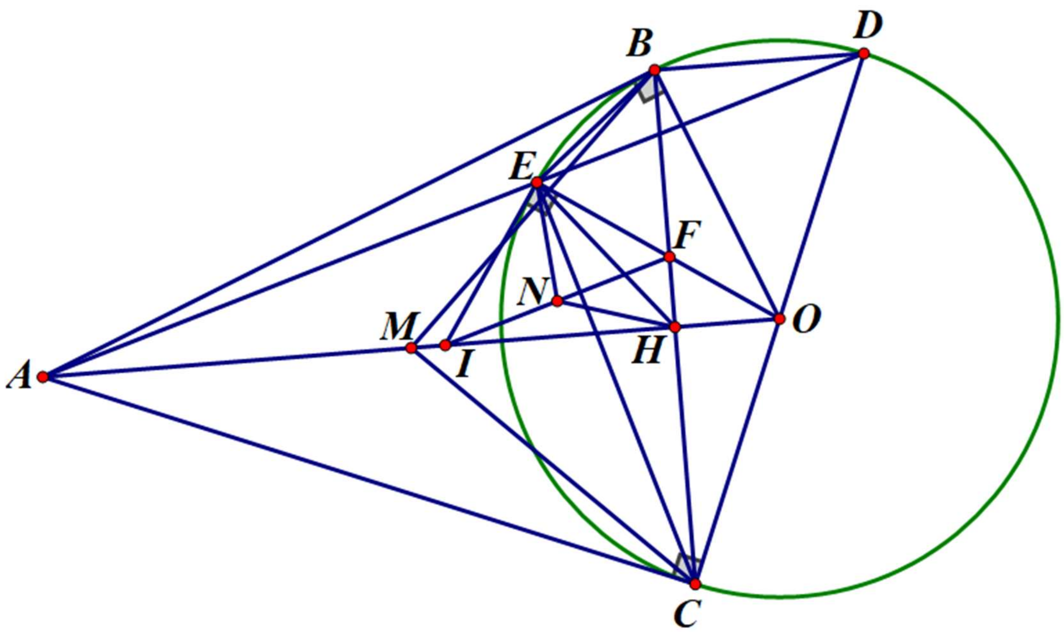
Từ điểm A nằm bên ngoài đường tròn $(O;R)$ vẽ hai tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của AO và BC. Vẽ đường kính CD của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh $\widehat{AOB}=\widehat{BDC}$;

c) Đoạn thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là E. Tiếp tuyến với (O) tại điểm E cắt AO tại điểm I. Gọi F là giao điểm của EO và BC. Chứng minh AE song song với FI.

Lời giải



a) Vì AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $AB \perp BO, AC \perp CO$.

Suy ra $\widehat{ABO} = 90°$ hay ΔABO vuông tại B, $\widehat{ACO} = 90°$ hay ΔACO vuông tại C.

Gọi M là trung điểm của AO.

Xét ΔABO vuông tại B có: BM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO. Suy ra:

$BM = MA = MO = \dfrac{AO}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔACO vuông tại C có: CM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO. Suy ra:

$CM = MA = MO = \dfrac{AO}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn $\left(M; \dfrac{AO}{2}\right)$.

Vậy tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn $\left(M; \dfrac{AO}{2}\right)$ (điều phải chứng minh).

b) Vì AB, AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) Nên OA là tia phân giác của $\widehat{BOC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) suy ra $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (3) Xét (O) có: $\widehat{BDC}$ là góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{BC}$ $\widehat{BOC}$ là góc ở tâm chắn $\overset{\frown}{BC}$ Suy ra $\widehat{BDC} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (góc nội tiếp và góc ở tâm cùng chắn một cung) (4) Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{BDC} = \widehat{AOB}$ (điều phải chứng minh).
c) Xét ΔBOC có: $OB = OC = R$ Suy ra ΔBOC cân tại O nên OH vừa là tia phân giác vừa là đường cao (tính chất tam giác cân) Do đó $OH \perp BC$ nên $\widehat{FHI} = 90^\circ$ suy ra ΔFHI vuông tại H Vì IE là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại E nên $IE \perp EO$ suy ra ΔFEI vuông tại E. Gọi N là trung điểm của FI. Xét ΔFEI vuông tại E có: EN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền FI. Suy ra: $EN = NI = NF = \frac{IF}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (5) Xét ΔFIH vuông tại H có: HN là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền FI. Suy ra: $HN = NI = NF = \frac{IF}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (6) Từ (5) và (6) suy ra bốn điểm H, I, E, F cùng thuộc đường tròn $\left(N; \frac{IF}{2}\right)$. Do đó tứ giác $HIEF$ nội tiếp đường tròn $\left(N; \frac{IF}{2}\right)$ Suy ra $\widehat{HEF} = \widehat{HIF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HF}$) hay $\widehat{HEO} = \widehat{HIF}$ (7)

Xét ΔOHC và ΔOCA có : $\widehat{AOC}$ chung ; $\widehat{OHC}=\widehat{OCA}=90^\circ$ suy ra $\Delta OHC \backsim \Delta OCA(g.g)$

Do đó $\dfrac{OH}{OC}=\dfrac{OC}{OA}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) suy ra $OC^2=OH.OA=OE^2$. Nên $\dfrac{OH}{OE}=\dfrac{OE}{OA}$

Xét ΔOEH và ΔOAE có: $\dfrac{OH}{OE}=\dfrac{OE}{OA}$ (chứng minh trên); $\widehat{AOE}$ chung

Suy ra $\Delta OEH \backsim \Delta OAE(c.g.c)$. Do đó $\widehat{HEO}=\widehat{EAO}$ (hai góc tương ứng) (8)

Từ (7) và (8) suy ra $\widehat{EAO}=\widehat{HIF}$

Mà hai góc $\widehat{EAO}$ và $\widehat{HIF}$ ở vị trí đồng vị nên $FI\,//\,AE$ (dấu hiệu nhận biết)

Vậy $FI\,//\,AE$ (điều phải chứng minh).

Câu V: (0,5 điểm)

Một khách sạn có 100 phòng cùng giá tiền cho thuê. Qua khảo sát người ta thấy rằng: nếu ban đầu mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 480 nghìn đồng trong một ngày thì luôn kín các phòng, tuy nhiên khi tăng giá phòng thêm $x\%\,(x>0)$ so với mức giá ban đầu thì số lượng phòng cho thuê giảm đi $\dfrac{4x}{5}\%$ phòng. Hỏi khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là bao nhiêu để khách sạn đạt doanh thu một ngày cao nhất?

Lời giải

Vì sau khi tăng giá phòng thêm $x\%$ so với mức giá ban đầu thì số lượng phòng cho thuê giảm đi $\dfrac{4x}{5}\%$ phòng nên số phòng cho thuê lúc giá phòng tăng $x\%$ là:

$$100-100.\frac{4x}{5}\%=100-0,8x \text{ (phòng)}$$

Sau khi tăng giá $x\%$ thì khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là:

$$480+480.x\%=480+4,8x \text{ (nghìn đồng)}$$

Do đó, sau khi tăng giá thì doanh thu trong một ngày của khách sạn là:

$$P=(100-0,8x)(480+4,8x)=0,8(125-x).4,8(100+x)=3,84.(125-x)(100+x) \text{ (nghìn đồng)}$$

Ta có $(a-b)^2 \ge 0$ với mọi a,b nên $a^2+b^2 \ge 2ab$, suy ra $(a+b)^2 \ge 4ab$ hay $ab \le \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^2$ (*)

Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng (*) với $a=125-x,\ b=100+x$ ta được:

$$(125-x)(100+x) \le \left(\frac{125-x+100+x}{2}\right)^2 = \left(\frac{225}{2}\right)^2 = \frac{50625}{4}$$

Suy ra $P = 3,84(125-x)(100+x) \le 3,84.\dfrac{50625}{4} = 48600$ (nghìn đồng)

Dấu "=" xảy ra khi $125-x=100+x$ hay $x=12,5$.

Do đó, sau khi tăng giá $12,5\%$ thì giá niêm yết tiền thuê phòng mỗi ngày là:

$$480+4,8.12,5=540 \text{ (nghìn đồng)}$$

Vậy để doanh thu cao nhất thì khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là 540 nghìn đồng.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{6\sqrt{x}}{x-9}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$ với $x>0; x\neq 9$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$;

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$;

c) Đặt $P=\dfrac{B}{A}$. Tìm x để $P\leq\sqrt{x}-\dfrac{16}{5}$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta được: $$A=\dfrac{5}{\sqrt{4}\left(\sqrt{4}+3\right)}=\dfrac{1}{2}$$ Vậy với $x=4$ thì $A=\dfrac{1}{2}$.
b) Với $x>0; x\neq 9$ ta có: $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{6\sqrt{x}}{x-9}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+3}$ $B=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\dfrac{6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\dfrac{3\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $B=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)-6\sqrt{x}-3\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $B=\dfrac{x+3\sqrt{x}-6\sqrt{x}-3\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $B=\dfrac{x-6\sqrt{x}+9}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$B=\dfrac{\left(\sqrt{x}-3\right)^2}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$

Vậy với $x>0;x\neq 9$ thì $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$.

c) Với $x>0;x\neq 9$ ta có:

$P=\dfrac{B}{A}=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}:\dfrac{5}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}.\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{5}=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{5}$

Ta có: $P\le\sqrt{x}-\dfrac{16}{5}$

Hay $\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{5}\le\sqrt{x}-\dfrac{16}{5}$

$\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{5}\le\dfrac{5\sqrt{x}-16}{5}$

$\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)\le 5\sqrt{x}-16$

$x-3\sqrt{x}-5\sqrt{x}+16\le 0$

$x-8\sqrt{x}+16\le 0$

$\left(\sqrt{x}-4\right)^2\le 0$

Với $x>0$ ta có $\left(\sqrt{x}-4\right)^2\ge 0$. Do đó $\left(\sqrt{x}-4\right)^2=0$

$\sqrt{x}-4=0$

$\sqrt{x}=4$

Suy ra $x=16$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy $x=16$ thì $P\le\sqrt{x}-\dfrac{16}{5}$.

Câu II: (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một tổ máy trộn bê tông phải sản xuất $450\,m^3$ bê tông cho một đập thủy lợi theo một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động mỗi ngày $4,5\,m^3$ nên 4 ngày trước thời gian quy định tổ đã sản xuất được 96% công việc. Hỏi thời gian quy định đó là bao nhiêu ngày?

2) Gieo đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất I và II. Tính xác suất của biến cố B: "Số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc lớn hơn 3".

Lời giải

1) Gọi thời gian quy định mà tổ sản xuất phải trộn bê tông là x (ngày) $(x > 4)$

Do đó, năng suất lao động mỗi ngày theo quy định của tổ sản xuất bê tông là $\frac{450}{x}$ (m³)

Nhờ tăng năng suất lao động mỗi ngày $4,5\,m^3$ nên 4 ngày trước thời gian quy định tổ đã sản xuất được 96% công việc nên số lượng bê tông tổ sản xuất được khi đạt 96% công việc là:

$$450.96\% = 432\ (m^3)$$

Do đó, năng suất lao động mỗi ngày sau khi đã tăng trong thực tế là $\frac{432}{x-4}$ (m³)

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$\frac{450}{x} + 4,5 = \frac{432}{x-4}$$

$$\frac{450(x-4)}{x(x-4)} + \frac{4,5x(x-4)}{x(x-4)} = \frac{432x}{x(x-4)}$$

$$450(x-4) + 4,5x(x-4) = 432x$$

$$450x - 1800 + 4,5x^2 - 18x = 432x$$

$$4,5x^2 = 1800$$

$$x^2 = \frac{1800}{4,5}$$

$$x^2 = 400$$

Suy ra $x = 20$ (thỏa mãn điều kiện) hoặc $x = -20$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy thời gian quy định để tổ máy trộn bê tông hoàn thành công việc là 20 ngày.

2) Lập bảng như sau:

II \ I	1	2	3	4	5	6
1	$(1,1)$	$(1,2)$	$(1,3)$	$(1,4)$	$(1,5)$	$(1,6)$
2	$(2,1)$	$(2,2)$	$(2,3)$	$(2,4)$	$(2,5)$	$(2,6)$
3	$(3,1)$	$(3,2)$	$(3,3)$	$(3,4)$	$(3,5)$	$(3,6)$
4	$(4,1)$	$(4,2)$	$(4,3)$	$(4,4)$	$(4,5)$	$(4,6)$
5	$(5,1)$	$(5,2)$	$(5,3)$	$(5,4)$	$(5,5)$	$(5,6)$
6	$(6,1)$	$(6,2)$	$(6,3)$	$(6,4)$	$(6,5)$	$(6,6)$

Mỗi ô trong bảng trên là một kết quả có thể. Không gian mẫu là tập hợp 36 ô của bảng trên.
Như vậy không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega=\{(1,1);(1,2);(1,3);(1,4);(1,5);(1,6);(2,1);(2,2);(2,3);(2,4);(2,5);(2,6);(3,1);(3,2);(3,3);(3,4);$
$(3,5);(3,6);(4,1);(4,2);(4,3);(4,4);(4,5);(4,6);(5,1);(5,2);(5,3);(5,4);(5,5);(5,6);(6,1);(6,2);$
$(6,3);(6,4);(6,5);(6,6)\}$

B: "Số chấm xuất hiện trên cả hai con xúc xắc lớn hơn 3".

Có 9 kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $(4,4)$; $(4,5)$; $(4,6)$; $(5,4)$; $(5,5)$; $(5,6)$; $(6,4)$; $(6,5)$; $(6,6)$. Suy ra xác suất của biến cố B là $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{9}{36}=0,25$.

Vậy $P(B)=0,25$.

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{2}x^2$. Tìm a và b để đường thẳng $y=ax+b$ cắt đồ thị của hàm số đã cho tại hai điểm M và N có hoành độ lần lượt bằng 1 và -2.

2) Một trường THCS thống kê số giờ (trung bình) chơi thể thao trong một tuần của 420 học sinh. Kết quả mẫu số liệu thống kê đó được cho ở bảng tần số sau:

Số giờ chơi thể thao (x)	8	9	10	12	Cộng
Tần số (n)	147	126	84	63	N = 420

Hãy vẽ biểu đồ tần số tương đối dưới dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu thống kê trên?

Lời giải

1) Điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$. Thay $x_M=1$ vào hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$ ta được $y_M=\frac{-1}{2}$.

Do đó $M\left(1;\frac{-1}{2}\right)$.

Thay $M\left(1;\frac{-1}{2}\right)$ vào $y=ax+b$ ta có: $\frac{-1}{2}=a+b$ (1)

Điểm N thuộc đồ thị hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$. Thay $x_N=-2$ vào hàm số $y=-\frac{1}{2}x^2$ ta được $y_N=-2$.

Do đó $N(-2;-2)$.

Thay $N(-2;-2)$ vào $y=ax+b$ ta có: $-2=-2a+b$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{-1}{2}=a+b\\ -2=-2+b\end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases}a=\frac{-1}{2}\\ b=0\end{cases}$$

Vậy $a=\frac{-1}{2}, b=0$.

2) Tần số tương đối của nhóm học sinh chơi thể thao 8 giờ một tuần là: $\frac{147}{420}\%=35\%$

Tần số tương đối của nhóm học sinh chơi thể thao 9 giờ một tuần là: $\frac{126}{420}\%=30\%$

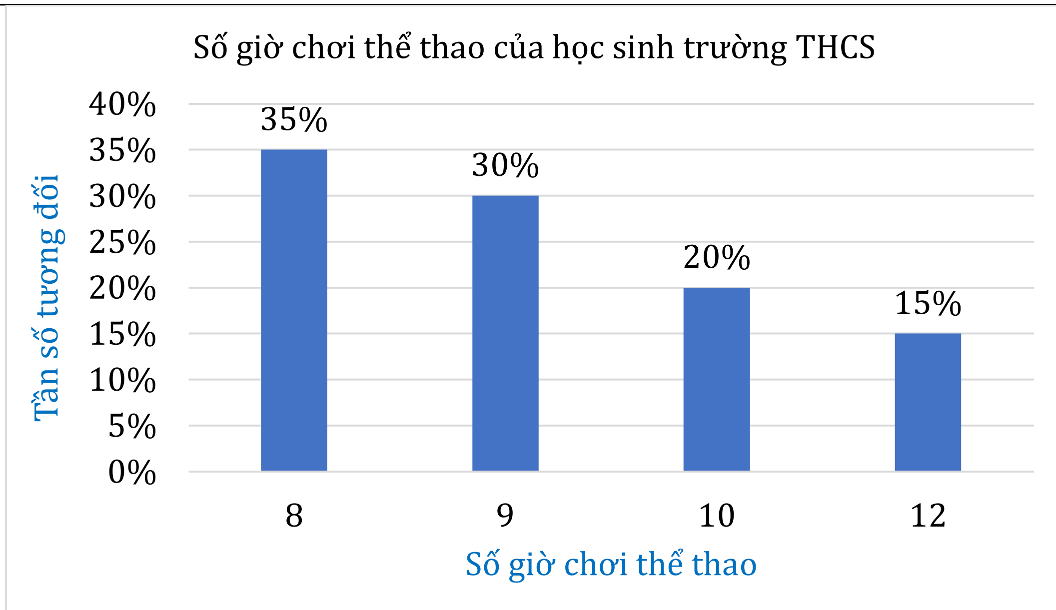
Tần số tương đối của nhóm học sinh chơi thể thao 10 giờ một tuần là: $\frac{84}{420}\%=20\%$

Tần số tương đối của nhóm học sinh chơi thể thao 12 giờ một tuần là: $\frac{63}{420}\%=15\%$

Do đó ta có bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên như sau:

Số giờ chơi thể thao	8	9	10	12
Tần số tương đối (%)	35%	30%	20%	15%

Từ bảng tần số tương đối của mẫu số liệu thống kê trên, ta vẽ được biểu đồ tần số tương đối biểu diễn mẫu số liệu trên như sau:



Câu IV. (3,0 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC, vẽ đường tròn đường kính BC cắt các cạnh AB, AC lần lượt tại M và N.

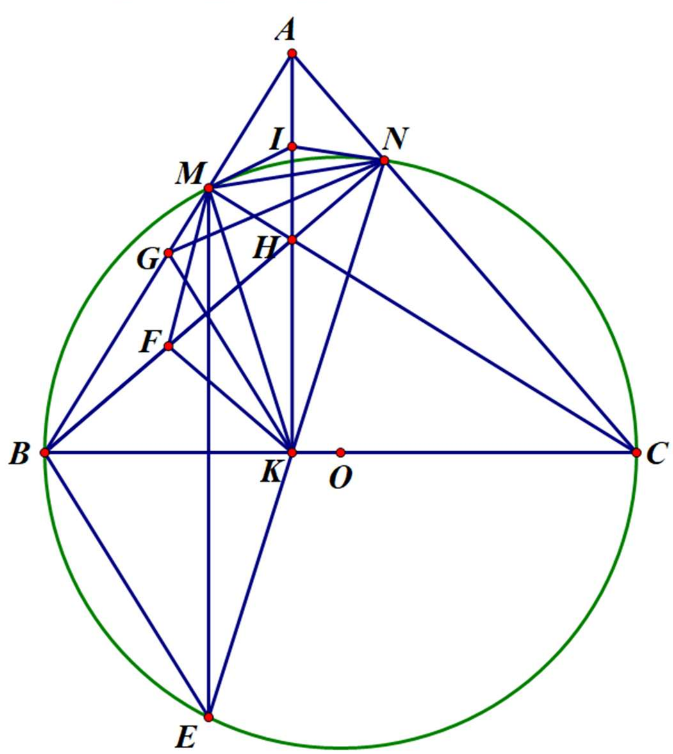
Gọi H là giao điểm của BN và CM.

a) Chứng minh tứ giác $AMHN$ nội tiếp được trong một đường tròn;

b) Gọi K là giao điểm của BC với AH. Chứng minh $\Delta BHK \backsim \Delta ACK$;

c) Chứng minh $KM + KN \leq BC$. Dấu bằng xảy ra khi nào?

Lời giải



a) Xét (O) có: $\widehat{BMC}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $CM\perp AB$ suy ra $\widehat{AMH}=90^\circ$

Xét (O) có: $\widehat{BNC}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BN\perp AC$ suy ra $\widehat{ANH}=90^\circ$

Gọi I là trung điểm của AH.

Xét ΔAMH vuông tại M có: MI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AH. Suy ra:

$MI=IA=IH=\dfrac{AH}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔANH vuông tại N có: NI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AH. Suy ra:

$NI=IA=IH=\dfrac{AH}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A,M,H,N cùng thuộc đường tròn $\left(I;\dfrac{AH}{2}\right)$.

Vậy tứ giác $AMHN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn $\left(I;\dfrac{AH}{2}\right)$ (điều phải chứng minh).

b) Xét ΔABC có:

$CM\perp AB$ (chứng minh trên)

$BN\perp AC$ (chứng minh trên)

CM cắt BN tại H

Suy ra $AH\perp BC$. Mà K là giao điểm của BC với AH nên $AK\perp BC$. Do đó $\widehat{HKB}=\widehat{CKA}=90^\circ$

Xét (O) có: $\widehat{NMC}=\widehat{NBC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{NC}$) hay $\widehat{HBK}=\widehat{NMH}$ (3)

Xét $\left(I;\dfrac{AH}{2}\right)$ có: $\widehat{NMH}=\widehat{NAH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HN}$) hay $\widehat{NMH}=\widehat{KAC}$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{HBK}=\widehat{KAC}$.

Xét ΔBHK và ΔACK có: $\widehat{HBK}=\widehat{KAC}$ (chứng minh trên); $\widehat{HKB}=\widehat{CKA}=90^\circ$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta BHK \backsim \Delta ACK\,(g.g)$ (điều phải chứng minh).

c) Gọi E là điểm đối xứng với M qua BC.

Mà BC đi qua tâm O của đường tròn (O) nên E nằm trên (O).

Suy ra BC là đường trung trực của ME. Mà $K \in BC$ nên $KM = KE$ và $\widehat{MKB} = \widehat{BKE}$.

+) Gọi F là trung điểm của BH.

Xét ΔBMH vuông tại M có: MF là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BH. Suy ra:

$MF = FB = FH = \dfrac{BH}{2}$ (tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (5)

Xét ΔBKH vuông tại K có: KF là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BH. Suy ra:

$KF = FB = FH = \dfrac{BH}{2}$ (tính chất trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (6)

Từ (5) và (6) suy ra bốn điểm H, M, B, K cùng thuộc đường tròn $\left(F; \dfrac{BH}{2}\right)$.

Do đó tứ giác $HMBK$ là tứ giác nội tiếp đường tròn $\left(F; \dfrac{BH}{2}\right)$

Nên $\widehat{MBH} = \widehat{MKH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{MH}$) (*)

+) Gọi G là trung điểm của AB.

Xét ΔABN vuông tại N có: NG là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AB. Suy ra:

$NG = GA = GB = \dfrac{AB}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (7)

Xét ΔABK vuông tại K có: KG là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AB. Suy ra:

$KG = GA = GB = \dfrac{AB}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (8)

Từ (7) và (8) suy ra bốn điểm A, B, K, N cùng thuộc đường tròn $\left(G; \dfrac{AB}{2}\right)$.

Do đó tứ giác $ABKN$ là tứ giác nội tiếp đường tròn $\left(G; \dfrac{AB}{2}\right)$

Nên $\widehat{ABN} = \widehat{AKN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset\frown{AN}$) hay $\widehat{MBH} = \widehat{AKN}$ (**)

Từ (*) và (**) suy ra $\widehat{MKH} = \widehat{AKN}$

Lại có: $\widehat{MKB} + \widehat{MKH} = 90^\circ$

$\widehat{NKC} + \widehat{NKH} = 90^\circ$

Do đó $\widehat{MKB} = \widehat{NKC}$

Mà $\widehat{MKB} = \widehat{BKE}$ (chứng minh trên) nên $\widehat{NKC} = \widehat{BKE}$

Mà $\widehat{NKC} + \widehat{NKB} = 180^\circ$ nên $\widehat{NKB} + \widehat{BKE} = 180^\circ$ suy ra N, K, E thẳng hàng

+) Ta có: $KM + KN = KE + KN = EN \le BC$ (quan hệ giữa đường kính và dây cung)

Dấu "=" xảy ra khi EN là đường kính của (O). Suy ra K là trung điểm của BC

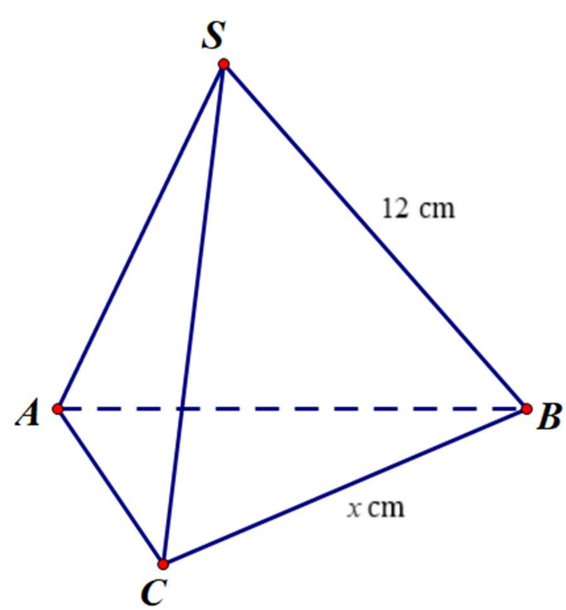
Xét ΔABC có: AK là đường cao đồng thời là đường trung tuyến ứng với cạnh BC.

Do đó ΔABC cân tại A.

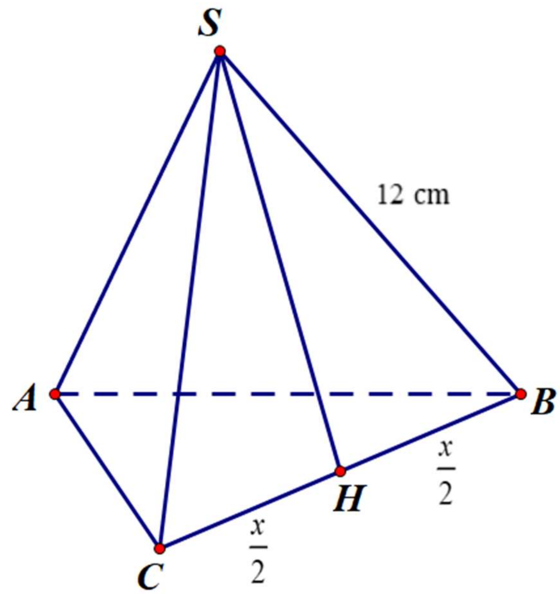
Vậy $KM + KN \le BC$. Dấu bằng xảy ra khi ΔABC cân tại A.

Câu V: (0,5 điểm)

Một mô hình đồ chơi bằng gỗ có dạng hình chóp tam giác đều. Biết các cạnh bên của hình chóp là các thanh gỗ có chiều dài bằng 12 cm. Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là x cm ($0 < x < 24$). Để diện tích xung quanh của đồ chơi trên đạt giá trị lớn nhất thì x bằng bao nhiêu? (*coi các đường mép gấp là không đáng kể*).



Lời giải



Diện tích mặt bên SBC là $S_1 = \frac{1}{2}SH.BC$, với SH là đường cao của ΔSBC

Tam giác SBC cân tại S ($SABC$ là hình chóp tam giác đều)

Nên SH là đường cao đồng thời là trung tuyến

Suy ra H là trung điểm của BC. Do đó $HB = HC = \frac{x}{2}$ (cm)

Xét ΔSHC vuông tại H có: $SH^2 + HC^2 = SC^2$ (định lí Pythagore)

$SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{12^2 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{576 - x^2}$ (cm). Suy ra $S_1 = \frac{1}{4}\cdot\sqrt{576 - x^2}\cdot x$ (cm²).

Gọi S là diện tích xung quanh của hình chóp thì $S = 3S_1 = \frac{3}{4}\cdot\sqrt{576 - x^2}\cdot x$ (cm²)

Ta có $(a-b)^2 \geq 0$ với mọi a, b nên $a^2 + b^2 \geq 2ab$, suy ra $a\cdot b \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$ (*)

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$.

Áp dụng (*) với $a = \sqrt{576 - x^2}$, $b = x$ ta được: $\sqrt{576 - x^2}\cdot x \leq \frac{576 - x^2 + x^2}{2} = 288$

Do đó $S \leq \frac{3}{4}\cdot 288 = 216$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{576 - x^2} = x$ suy ra $576 = 2x^2$ hay $x = 12\sqrt{2}$ (thỏa mãn)

Vậy $x = 12\sqrt{2}$ cm thì diện tích các mặt xung quanh của đồ chơi đã cho đạt giá trị lớn nhất.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 1
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm)

Cho biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$ với $x\ge 0; x\ne 1$

a) Rút gọn P

b) Tìm giá trị của x để $P=-1$

c) So sánh P với 1.

Lời giải

a) Với $x\ge 0; x\ne 1$ ta có:

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{6\sqrt{x}-4}{1-x}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(6\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$P=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$P=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$P=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy với $x\ge 0; x\ne 1$ thì $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$.

b) Ta có $P=-1$. Suy ra $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=-1$ $\sqrt{x}-1=-\sqrt{x}-1$ $2\sqrt{x}=0$ $x=0$ (thoả mãn điều kiện $x\geq 0;x\neq 1$) Vậy $x=0$ thì $P=-1$.
c) Xét hiệu: $P-1=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}-1=\frac{-2}{\sqrt{x}+1}$ Với $x\geq 0;x\neq 1$ ta có $\sqrt{x}\geq 0$ Suy ra $\sqrt{x}+1\geq 1>0$ với nên $\frac{-2}{\sqrt{x}+1}<0$ Khi đó: $P-1<0$ nên $P<1$ Vậy $P<1$.

Câu II: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một xe khách và một xe du lịch khởi hành đồng thời từ A đến B. Biết tốc độ của xe du lịch lớn hơn tốc độ của xe khách là 20 km/h. Do vậy xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút. Tính tốc độ của mỗi xe, biết quãng đường AB dài 100 km.

2) Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

Thời gian (giây)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Số học sinh	5	20	15

Em hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A.

Lời giải

1) Gọi tốc độ của xe khách là $x\ (\mathrm{km/h})(x>0)$

Khi đó tốc độ xe du lịch là $x+20\ (\mathrm{km/h})$.

Theo đề bài ta có:

+) Thời gian xe khách đi từ A đến B là $\dfrac{100}{x}$ (giờ)

+) Thời gian xe du lịch đi từ A đến B là $\dfrac{100}{x+20}$ (giờ)

Vì xe du lịch đến B trước xe khách 50 phút ($=\dfrac{5}{6}$ giờ) nên ta có phương trình :

$$\frac{100}{x}-\frac{100}{x+20}=\frac{5}{6}$$

Giải phương trình ta được $x=40$ (thỏa mãn) hoặc $x=-60$ (loại)

Do đó tốc độ của xe khách là 40 km/h, tốc độ của xe du lịch là: 40 + 20 = 60 (km/h).

Vậy tốc độ của xe khách là là 40 km/h, tốc độ của xe du lịch là 60 km/h.

2) Số học sinh trong lớp là $n=5+20+15=40$ (học sinh).

Tỉ lệ học sinh chạy hết thời gian từ 25 giây đến dưới 30 giây là: $\dfrac{5}{40}\cdot 100\%=12,5\%$.

Tỉ lệ học sinh chạy hết thời gian từ 30 giây đến dưới 35 giây là $\dfrac{20}{40}\cdot 100\%=50\%$.

Tỉ lệ học sinh chạy hết thời gian từ 35 giây đến dưới 40 giây là $\dfrac{15}{40}\cdot 100\%=37,5\%$.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A như sau:

Thời gian (giây)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Tần số tương đối	$12,5\%$	50%	$37,5\%$

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=ax^2$ với $a\neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

a) Xác định a biết parabol (P) đi qua điểm $A(1;-2)$;

b) Vẽ đồ thị của hàm số $y=ax^2$ với a vừa tìm được ở trên.

2) Cho phương trình $2x^2-4x+a=0$ (*)

a) Biết rằng trong hai nghiệm của phương trình có một nghiệm là $x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$. Tìm tổng bình phương hai nghiệm x_1,x_2 của phương trình.

b) Tìm a để phương trình (*) có hai nghiệm x_1,x_2 là các số tự nhiên.

Lời giải

1)

a) Vì parabol (P) đi qua điểm $A(1;-2)$ nên thay $x=1; y=-2$ vào hàm số $y=ax^2$ ta được:

$a\cdot 1^2=-2$ hay $a=-2$.

Vậy parabol (P) đi qua điểm $A(1;-2)$ khi $a=-2$.

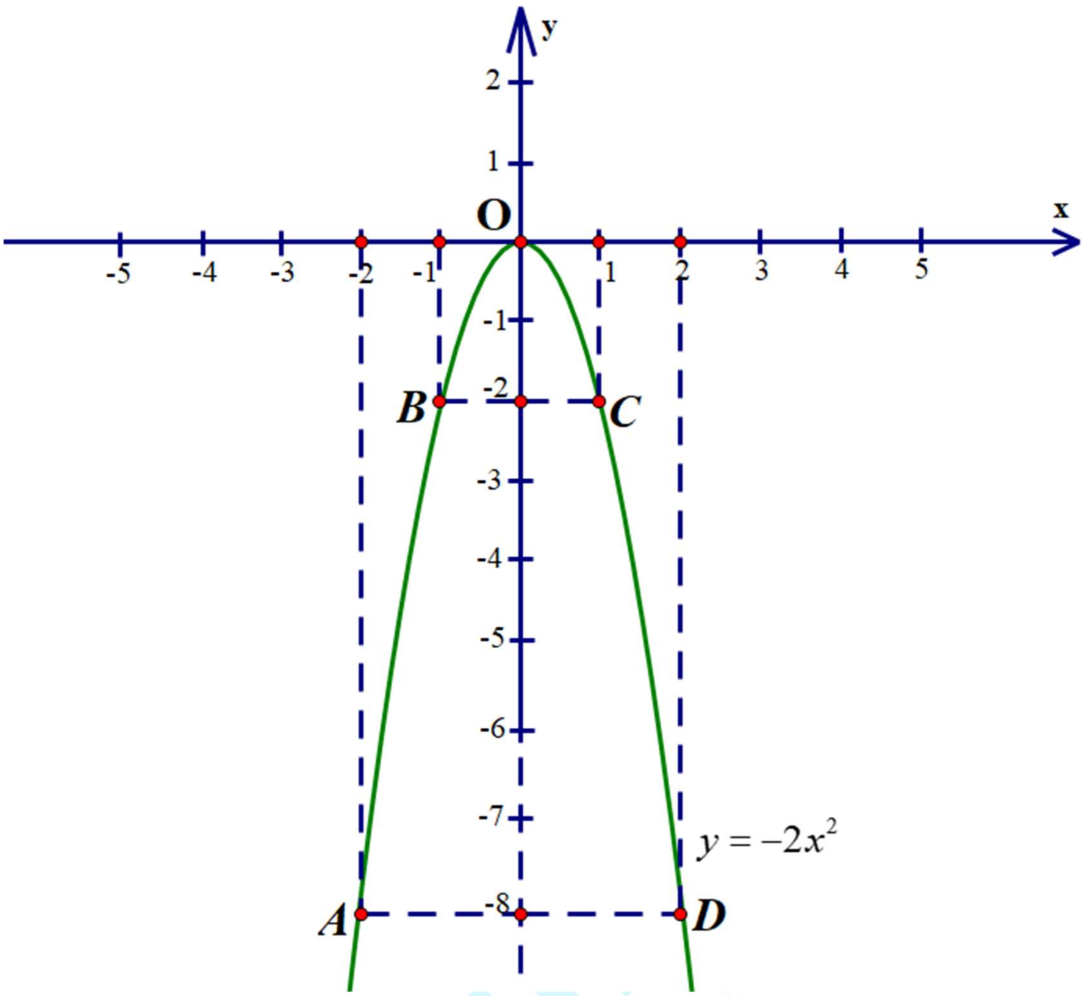
b) Vẽ đồ thị hàm số $y=-2x^2$:

- Ta có bảng giá trị của y tương ứng với giá trị của x như sau :

x	-2	-1	0	1	2
$y=-2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

- Vẽ các điểm $A(-2;-8); B(-1;-2); O(0;0); C(1;-2); D(2;-8)$ thuộc đồ thị hàm số $y=-2x^2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

- Vẽ đường parabol đi qua 5 điểm A,B,O,C,D, ta nhận được đồ thị hàm số $y=-2x^2$ (hình vẽ).



2) Thay $x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ vào phương trình (*) ta có:

$$2\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^2-4\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)+a=0$$

$$2.\frac{6-4\sqrt{2}}{4}-2.\left(2-\sqrt{2}\right)+a=0$$

$$3-2\sqrt{2}-4+2\sqrt{2}+a=0$$

$$a-1=0$$

$$a=1$$

Thay $a=1$ vào phương trình (*) ta được: $2x^2-4x+1=0$ (1)

Áp dụng định lý Viète cho phương trình (1) ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{-4}{2} = 2$$

Suy ra: $\frac{2-\sqrt{2}}{2} + x_2 = 2$

Do đó: $x_2 = 2 - \frac{2-\sqrt{2}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

Tổng bình phương hai nghiệm của phương trình là:

$$x_1^2 + x_2^2 = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{4-4\sqrt{2}+2+4+4\sqrt{2}+2}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm của phương trình (*) bằng 3.

b) Áp dụng định lý Viète cho phương trình (*) ta có:

$$x_1 + x_2 = -\frac{-4}{2} = 2;\ x_1x_2 = \frac{a}{2}$$

Vì x_1, x_2 là các số tự nhiên nên từ $x_1 + x_2 = -\frac{-4}{2} = 2$ ta xét các trường hợp sau:

TH1: $x_1 = 0$; $x_2 = 2$ suy ra $\frac{a}{2} = 0$ hay $a = 0$

TH2: $x_1 = 1$; $x_2 = 1$ suy ra $\frac{a}{2} = 1$ hay $a = 2$

Vậy với $a \in \{0;2\}$ thì phương trình (*) có hai nghiệm x_1, x_2 là các số tự nhiên.

Câu IV: (3,0 điểm)

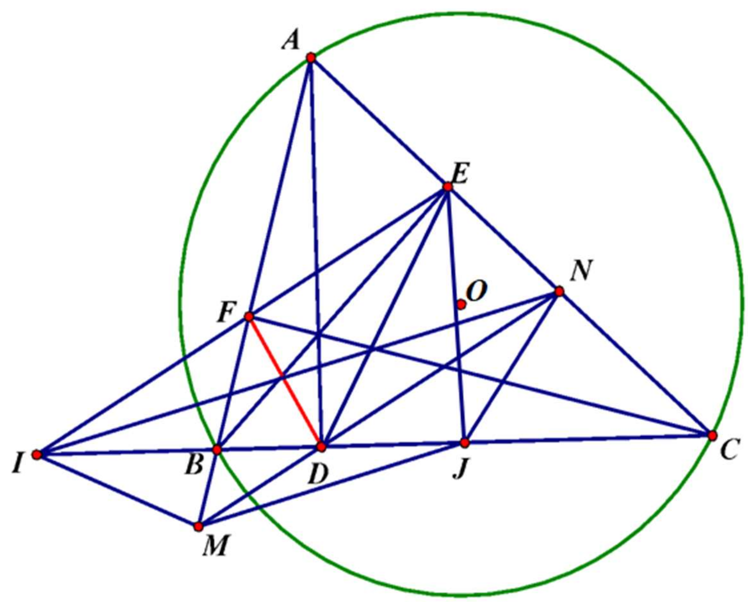
Cho đường tròn tâm O, dây cung BC, J là trung điểm của BC. Trên cung lớn BC lấy điểm A sao cho $AB < AC$. Gọi AD, BE, CF là các đường cao của tam giác ABC. Đường thẳng EF và đường thẳng BC cắt nhau tại I.

a) Chứng minh bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh: $IB.IC = IE.IF$.

c) Đường thẳng đi qua D và song song với EF, cắt AB và AC lần lượt tại M và N. Chứng minh $DF = DM$ và $\widehat{MIJ} = \widehat{MNJ}$

Lời giải



a) Ta có BE, CF là đường cao của tam giác ABC (giả thiết)

Suy ra $BE \perp AC$, $CF \perp AB$ hay $\widehat{BEC} = 90°$, $\widehat{BFC} = 90°$

Nên ΔBEC vuông tại E, ΔBFC vuông tại F.

Gọi J là trung điểm của BC.

Xét ΔBEC vuông tại E có: EJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC. Suy ra:

$EJ = JB = JC = \dfrac{BC}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔBFC vuông tại F có: FJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền BC. Suy ra:

$FJ = JB = JC = \dfrac{BC}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (2) Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn $\left(J; \dfrac{BC}{2}\right)$. Vậy bốn điểm B, C, E, F cùng thuộc đường tròn tâm J, bán kính bằng $\dfrac{1}{2}BC$ (điều phải chứng minh).
b) Ta có: $BCEF$ là tứ giác nội tiếp nên $\widehat{BEF} = \widehat{BCF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BF}$) Xét ΔIBE và ΔIFC có: $\widehat{EIC}$ chung $\widehat{IEB} = \widehat{ICF}$ Vậy $\Delta IBE \backsim \Delta IFC\,(g.g)$ Suy ra: $\dfrac{IB}{IF} = \dfrac{IE}{IC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ). Hay $IB.IC = IE.IF$ (điều phải chứng minh).
c) Ta chứng minh được tứ giác $AFDC$ nội tiếp. Suy ra $\widehat{AFD} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ (tính chất tứ giác nội tiếp) Mà: $\widehat{AFD} + \widehat{MFD} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) suy ra $\widehat{MFD} = \widehat{ACB}$ (3) Ta có tứ giác $BCEF$ nội tiếp (cmt). Suy ra $\widehat{MFE} + \widehat{ACB} = 180^\circ$ (tính chất) Mà: $\widehat{AFE} + \widehat{MFE} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) nên $\widehat{AFE} = \widehat{ACB}$ Vì $MN \,//\, EF$ nên $\widehat{FMD} = \widehat{AFE}$ (hai góc đồng vị) Suy ra $\widehat{FMD} = \widehat{ACB}$ (4) Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{FMD} = \widehat{MFD}$ Vậy ΔDMF cân tại D nên $DM = DF$ (điều phải chứng minh). Chứng minh tương tự, ta có : $DE = DN$. Ta chứng minh được tứ giác $AEDB$ nội tiếp suy ra: $\widehat{BAC} + \widehat{BDE} = 180^\circ$ Mà $\widehat{EDC} + \widehat{BDE} = 180^\circ$ suy ra $\widehat{BAC} = \widehat{EDC}$ (5)

Vì tứ giác $AFDC$ nội tiếp (cmt) suy ra: $\widehat{FDC}+\widehat{BAC}=180^\circ$ (tính chất)

Mà: $\widehat{FDC}+\widehat{FDB}=180^\circ$ (hai góc kề bù) suy ra: $\widehat{FDB}=\widehat{BAC}$ hay $\widehat{IDF}=\widehat{BAC}$ (6)

Từ (5) và (6) suy ra $\widehat{EDC}=\widehat{IDF}$

Xét (J) có $\widehat{BJE}=2\widehat{BCE}=2\widehat{IFB}=\widehat{IFD}$

Xét ΔIFD và ΔEJD có: $\widehat{EDJ}=\widehat{IDF}$ (cmt); $\widehat{DJE}=\widehat{IFD}$ (cmt)

Suy ra $\Delta IFD\backsim\Delta EJD\,(g.g)$

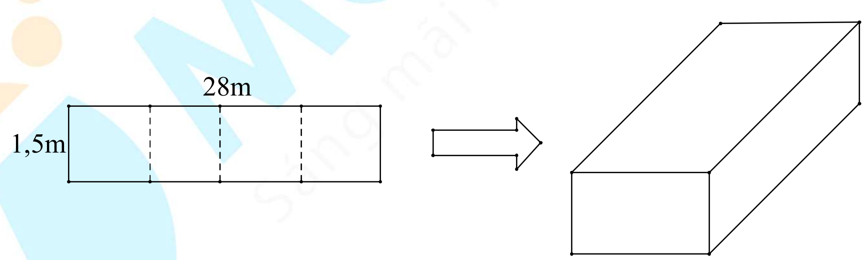
Nên $\dfrac{DI}{DE}=\dfrac{DF}{DJ}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) suy ra $\dfrac{DI}{DN}=\dfrac{DM}{DJ}$

Xét ΔDIM và ΔDNJ có: $\dfrac{DI}{DN}=\dfrac{DM}{DJ}$; $\widehat{IDM}=\widehat{NDJ}$ (hai góc đối đỉnh)

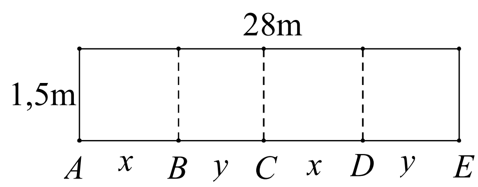
Suy ra $\Delta DIM\backsim\Delta DNJ\,(c.g.c)$ do đó $\widehat{DIM}=\widehat{DNJ}$ (hai góc tương ứng)

Hay $\widehat{MIJ}=\widehat{MNJ}$ (điều phải chứng minh).

Câu V: (0,5 điểm) Một tấm bạt có dạng hình chữ nhật dài 28 mét, rộng $1,5$ mét được gập tại ba vị trí dọc theo chiều rộng để quây thành các mặt xung quanh của một bể bơi mini có dạng hình hộp chữ nhật. Em hãy xác định ba vị trí này để lượng nước chứa được là nhiều nhất và tính lượng nước đó theo mét khối.



Lời giải



Gọi chiều dài, chiều rộng ở đáy của hình hộp chữ nhật có kích thước lần lượt là $x; y\ (x, y > 0)\ (\text{m})$

Chiều cao của hình hộp chữ nhật là $1,5\,\text{m}$

Do tấm bạt có dạng hình chữ nhật dài 28 mét nên ta có:

$2x + 2y = 28$

$x + y = 14$

$x = 14 - y$

Thể tích của bể là

$V = 1,5xy = 1,5(14 - y)y = 1,5(14y - y^2)$

$\quad = 1,5\left[49 - (y-7)^2\right] \le 1,5.49 = 73,5$

Suy ra lượng nước lớn nhất mà bể chứa được là $73,5\,\text{m}^3$ khi $x = y = 7$

Vậy lượng nước lớn nhất mà bể chứa được là $73,5\text{m}^3$ khi vị trí gập tại các điểm B, C, D sao cho $AB = BC = CD = DE = 7$ m.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{8}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=64$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Lời giải

a) Thay $x=64$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta được:

$A=\dfrac{8}{\sqrt{64}+8}=\dfrac{1}{2}$

Vậy $x=64$ thì $A=\dfrac{1}{2}$.

b) Với $x\ge 0; x\ne 9$ ta có

$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$

$=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$=\dfrac{x+5\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$=\dfrac{\left(x-3\sqrt{x}\right)+\left(8\sqrt{x}-24\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$

$=\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)+8\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $=\dfrac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+8\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$ (đpcm)
c) Ta có $P=A.B=\dfrac{8}{\sqrt{x}+8}.\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{8}{\sqrt{x}+3}$ Với $x\geq 0;\ x\neq 9$ ta có $\sqrt{x}\geq 0$, suy ra $\sqrt{x}+3\geq 3$ Do đó: $0<P\leq \dfrac{8}{3}=2\dfrac{2}{3}$ A Để P đạt giá trị nguyên lớn nhất thì $P=2$ Hay $\dfrac{8}{\sqrt{x}+3}=2$ Suy ra $2.\left(\sqrt{x}+3\right)=8$ Do đó $\sqrt{x}=1$ suy ra $x=1$ (thoả mãn điều kiện xác định). Vậy P đạt giá trị nguyên lớn nhất bằng 2 khi $x=1$.

Câu II: (2,5 điểm)

1) Theo kế hoạch, một xưởng sản xuất phải may xong 680 bộ quần áo trong một thời gian quy định. Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được nhiều hơn kế hoạch 6 bộ quần áo nên đã hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng phải may xong bao nhiêu bộ quần áo?

2) Một cuộc điều tra về thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số	1	5	9	5

a) Đọc và giải thích bảng thống kê trên.

b) Cho biết có bao nhiêu học sinh tham gia điều tra và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm cho kết quả điều tra trên.

Lời giải

1) Gọi số bộ quần áo mỗi ngày xưởng phải may theo kế hoạch là: x (bộ, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số ngày xưởng may phải may xong 680 bộ theo kế hoạch là: $\frac{680}{x}$ (ngày)

Đến khi thực hiện, mỗi ngày xưởng may được số bộ quần áo là: $x+6$ (bộ)

Số ngày hoàn thành công việc theo thực tế là: $\frac{680}{x+6}$ (ngày)

Vì xưởng hoàn thành kế hoạch trước 3 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{680}{x}-\frac{680}{x+6}=3$$

$$680(x+6)-680x=3x(x+6)$$

$$3x^2+18x-4080=0$$

$$x^2+6x-1360=0$$

$$x^2-34x+40x-1360=0$$

$$(x-34)(x+40)=0$$

$x=34$ (thỏa mãn); $x=-40$ (không thỏa mãn)

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày xưởng phải may xong 34 bộ quần áo.

2) a) Bảng thống kê thời gian một nhóm học sinh làm một bài kiểm tra trắc nghiệm, trong đó:

+ Dưới 5 phút: 1 học sinh

+ Từ 5 đến dưới 10 phút: 5 học sinh

+ Từ 10 đến dưới 15 phút: 9 học sinh

+ Từ 15 đến dưới 20 phút: 5 học sinh.

b) Có tất cả: 1 + 5 + 9 + 5 = 20 học sinh tham gia làm bài kiểm tra trắc nghiệm

Tần số tương đối của nhóm học sinh có thời gian làm bài:

+ Dưới 5 phút: $\frac{1.100}{20}\%=5\%$

+ Từ 5 đến dưới 10 phút: $\frac{5.100}{20}\% = 25\%$

+ Từ 10 đến dưới 15 phút: $\frac{9.100}{20}\% = 45\%$

+ Từ 15 đến dưới 20 phút: $\frac{5.100}{20}\% = 25\%$

Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số tương đối	5%	25%	45%	25%

Câu III: (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=(2m+1)x^2$ (P)

a) Tính giá trị của m để đồ thị hàm số (P) đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};4\right)$.

b) Vẽ đồ thị hàm số $y=(2m+1)x^2$ với m tìm được ở câu a.

2) Cho phương trình $x^2-(m+5)x+3m+6=0$.

a) Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm với mọi m;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình có hai nghiệm x_1; x_2 sao cho biểu thức $A=x_1(x_1-2x_2)+x_2(x_2-2x_1)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) a) Vì đồ thị (P) đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};4\right)$ nên thay $x=-\sqrt{2};y=4$ vào phương trình hàm số ta được : $(2m+1)\cdot\left(-\sqrt{2}\right)^2=4$ suy ra $2m+1=2$ hay $m=\frac{1}{2}$.

Vậy parabol (P) đi qua điểm $A\left(-\sqrt{2};4\right)$ khi $m=\frac{1}{2}$.

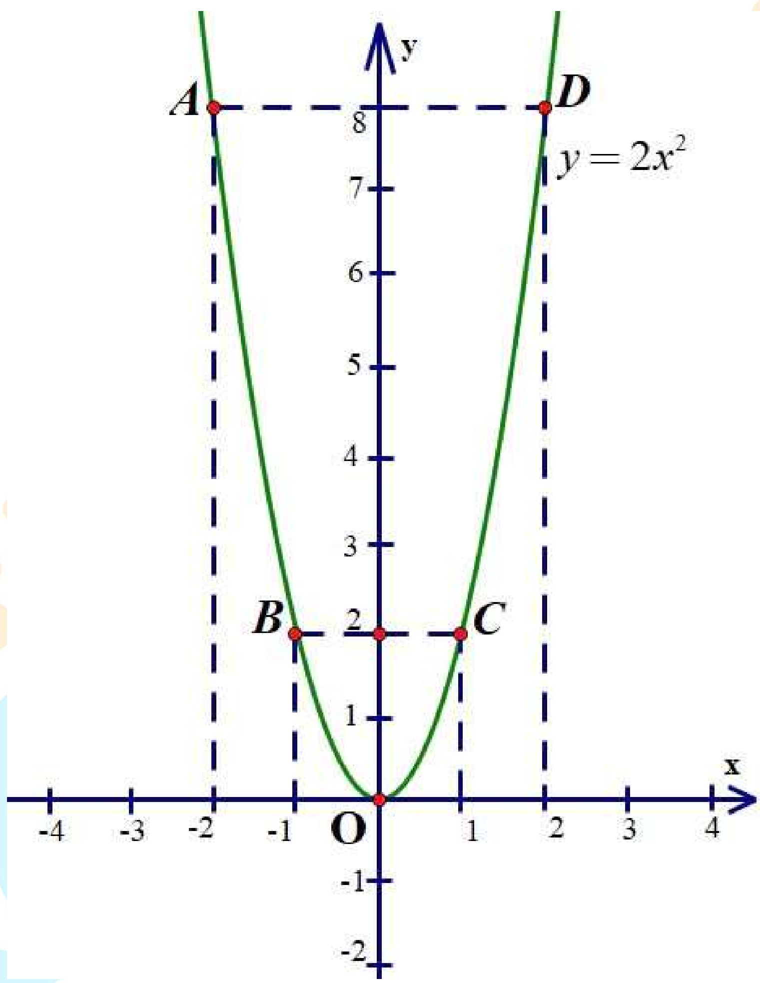
b) Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$:

- Ta có bảng giá trị của y tương ứng với giá trị của x như sau :

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

- Vẽ các điểm $A(-2;8); B(-1;2); O(0;0); C(1;2); D(2;8)$ thuộc đồ thị hàm số $y = 2x^2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy.

- Vẽ đường parabol đi qua 5 điểm A, B, O, C, D, ta nhận được đồ thị hàm số $y = 2x^2$ (hình vẽ).



2)

a) Xét phương trình $x^2 - (m+5)x + 3m + 6 = 0$ (1)

Ta có: $\Delta = [-(m+5)]^2 - 4.1.(3m+6) = m^2 + 10m + 25 - 12m - 24 = m^2 - 2m + 1 = (m-1)^2$

Vì $\Delta = (m-1)^2 \geq 0$ với mọi m nên phương trình (1) luôn có hai nghiệm với mọi m (đpcm).

b) Áp dụng định lý Viète có phương trình (1) ta có: $x_1+x_2=m+5$; $x_1.x_2=3m+6$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned}A&=x_1\left(x_1-2x_2\right)+x_2\left(x_2-2x_1\right)\\&=x_1^2-2x_1x_2+x_2^2-2x_1x_2\\&=\left(x_1+x_2\right)^2-6x_1x_2\\&=(m+5)^2-6.(3m+6)\\&=m^2-8m-11\\&=\left(m^2-2.m.4+4^2\right)-27\\&=\left(m-4\right)^2-27\end{aligned}$$

Nhận thấy: $\left(m-4\right)^2\ge 0$ với mọi m

Suy ra: $\left(m-4\right)^2-27\ge -27$ với mọi m

Dấu "=" xảy ra khi $\left(m-4\right)^2=0$ hay $m=4$

Vậy $A_{\min}=-27$ khi $m=4$

Câu IV. (3,0 điểm)

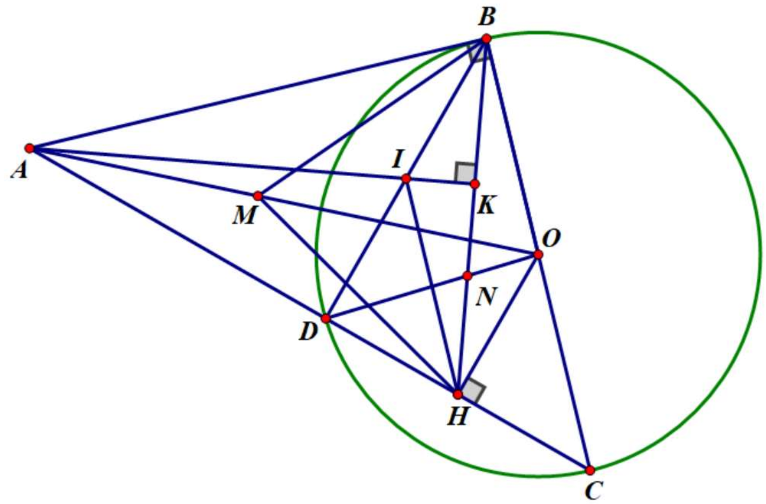
Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn (O) (B là tiếp điểm). Kẻ đường kính BC của đường tròn (O), đoạn thẳng AC cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai D. Kẻ $OH\perp CD$ $(H\in CD)$.

a) Chứng minh tứ giác $ABOH$ nội tiếp

b) Chứng minh ΔOHC đồng dạng với ΔABC và tính $CH.CA$ theo R.

c) Gọi N là giao điểm của BH và DO. Kẻ $AK\perp BH$ $(K\in BH)$, AK cắt BD tại I. Chứng minh CN đi qua trung điểm của BD.

Lời giải



a)

Ta có AB là tiếp tuyến của đường tròn (O) (giả thiết)

Suy ra $AB \perp OB$ hay $\widehat{ABO} = 90°$ nên ΔABO vuông tại B.

Lại có: $OH \perp CD$ (giả thiết) nên $\widehat{AHO} = 90°$ suy ra ΔAHO vuông tại H.

Gọi M là trung điểm của AO.

Xét ΔABO vuông tại B có: BM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO. Suy ra:

$BM = MA = MO = \dfrac{AO}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔAOH vuông tại H có: HM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AO. Suy ra:

$HM = MA = MO = \dfrac{AO}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)(2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, B, O, H cùng thuộc đường tròn $\left(M; \dfrac{AO}{2}\right)$.

Vậy tứ giác $ABOH$ nội tiếp đường tròn $\left(M; \dfrac{AO}{2}\right)$ (điều phải chứng minh).

b) Xét ΔOHC và ΔABC ta có:

$\widehat{OHC} = \widehat{ABC} = 90°$

$\widehat{ACB}$ chung

Nên $\Delta OHC \backsim \Delta ABC$ $(g.g)$

Suy ra $\dfrac{CH}{BC}=\dfrac{OC}{AC}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) Hay $CH.AC=BC.OC=2R.R=2R^2$ (điều phải chứng minh).
c) Xét ΔOCD có $OC=OD=\text{R}$ suy ra ΔOCD cân tại O Do đó OH là đường cao đồng thời là đường trung tuyến của ΔOCD Nên H là trung điểm của CD. Xét (O) có $\widehat{BDC}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) Suy ra ΔBCD vuông tại D nên $BD\perp DC$ hay $BD\perp AH$ Xét ΔABH có: $BD\perp AH, AK\perp BH$ và BD cắt AK tại I nên I là trực tâm của ΔABH Suy ra $HI\perp AB$ Mà $BC\perp AB$ (cmt) Nên $HI\,//\,BC$ (quan hệ từ vuông góc đến song song) Xét ΔBCD có H là trung điểm của CD (cmt) và $HI\,//\,BC$ (cmt) Suy ra I là trung điểm của BD. Xét ΔBCD có DO là trung tuyến (O là trung điểm BC) BH là trung tuyến (H là trung điểm DC) DO cắt BH tại N Suy ra N là trọng tâm ΔBCD mà I là trung điểm của BD Suy ra I,N,C thẳng hàng Vậy CN đi qua trung điểm I của BD.

Câu V: (0,5 điểm)

Từ một sợi dây thép dài $16\,\text{dm}$, người ta uốn thành một hình chữ nhật. Trong các hình chữ nhật có thể uốn được thành hình nào có diện tích lớn nhất?

Lời giải

Gọi độ dài các cạnh của hình chữ nhật uốn được là a và b (dm) Điều kiện: $a\ge b>0$ Chu vi hình chữ nhật uốn được là: $2(a+b)(dm)$

Vì sợi dây thép dài 16 dm nên:

$2.(a+b)=16$ hay $a+b=8$

Diện tích hình chữ nhật uốn được là $a.b\left(dm^2\right)$

Với mọi số dương a, b ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0$

Hay $a+b-2\sqrt{ab}\geq 0$; $a+b\geq 2\sqrt{ab}$

Suy ra $8\geq 2\sqrt{ab}$ hay $\sqrt{ab}\leq 4$. Do đó $ab\leq 16$

Dấu "=" xảy ra khi $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=0$ hay $a=b=4$ (thỏa mãn)

Vậy trong các hình chữ nhật có thể uốn được, hình vuông có diện tích lớn nhất, mỗi cạnh hình vuông là 4 dm.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{3\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{2-5\sqrt{x}}{x-4}$

với $x>0; x\neq 1;\ x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{1}{4}$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Xét biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$. Tìm x để $\sqrt{P}>\sqrt{2}$

Lời giải

a) Thay $x=\dfrac{1}{4}$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{4\sqrt{\frac{1}{4}}}{\sqrt{\frac{1}{4}}+1}=\frac{4.\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+1}=\frac{2}{\frac{3}{2}}=\frac{4}{3}$$

Vậy khi $x=\dfrac{1}{4}$ thì $A=\dfrac{4}{3}$

b) Với $x>0; x\neq 1;\ x\neq 4$ ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}-\frac{3\sqrt{x}}{2-\sqrt{x}}-\frac{2-5\sqrt{x}}{x-4}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{3\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{2-5\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-3\sqrt{x}+2+3x+6\sqrt{x}-2+5\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{4x+8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$=\dfrac{4\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$ $=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ Vậy với $x>0$; $x\neq 1$; $x\neq 4$ thì $B=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$.
c) Ta có: $P=\dfrac{B}{A}=\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}:\dfrac{4\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}$ Nhận xét: $\sqrt{P}$ có nghĩa khi $P\geq 0$ hay $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}\geq 0$ khi đó $\sqrt{x}-2>0$; suy ra $\sqrt{x}>2$ hay $x>4$ Theo đề bài, để $\sqrt{P}>\sqrt{2}$, suy ra $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}>2$ $\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-2}-2>0$ $\dfrac{\sqrt{x}+1-2\left(\sqrt{x}-2\right)}{\sqrt{x}-2}>0$ $\dfrac{-\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-2}>0$ Mà $x>4$ nên $\sqrt{x}>2$ hay $\sqrt{x}-2>0$ Suy ra $-\sqrt{x}+5>0$ hay $x<25$ Kết hợp với điều kiện xác định ta có $4<x<25$ Vậy $\sqrt{P}>\sqrt{2}$ khi $4<x<25$.

Câu II: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Một nhóm học sinh được giao nhiệm vụ trồng 60 cây. Nhưng khi thực hiện nhóm đó được tăng cường thêm 3 học sinh nên mỗi học sinh đã trồng ít hơn 1 cây so với dự định. Hỏi lúc đầu nhóm có bao nhiêu học sinh? (Biết rằng số cây mỗi học sinh trồng là như nhau).

2) Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	$[8,4;8,6)$	$[8,6;8,8)$	$[8,8;9,0)$	$[9,0;9,2)$	$[9,2;9,4)$	Tổng
Số cây	5	12	25	44	14	100

a) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a.

Lời giải

1) Gọi số học sinh của nhóm lúc đầu là x (học sinh, $x \in N^*$).

Số cây mỗi hs trồng theo dự định là: $\frac{60}{x}$ (cây).

Số học sinh thực tế trồng cây là: $x+3$ (học sinh).

Số cây mỗi học sinh thực tế trồng là: $\frac{60}{x+3}$ (cây).

Vì mỗi học sinh trồng ít hơn 1 cây so với dự định nên ta có

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+3}=1$$

$$\frac{60(x+3)}{x(x+3)}-\frac{60x}{x(x+3)}=\frac{x(x+3)}{x(x+3)}$$

$$60x+180-60x=x^2+3x$$

$$x^2+3x-180=0$$

$$(x-12)(x+15)=0$$

Suy ra $x=12$ (thỏa mãn điều kiện) hoặc $x=-15$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy lúc đầu nhóm có 12 học sinh.

2) a) Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[8,4;8,6)$ là: $\frac{5.100}{100}\%=5\%$;.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[8,6;8,8)$ là: $\frac{12.100}{100}\%=12\%$;

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[8,8;9,0)$ là: $\frac{25.100}{100}\%=25\%$;

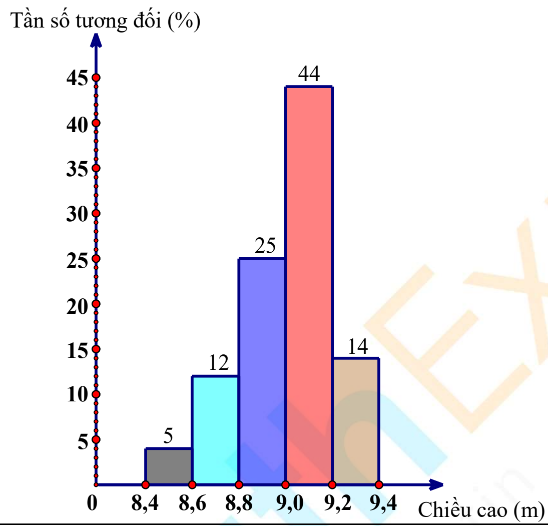
Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[9,0;9,2)$ là: $\frac{44.100}{100}\%=44\%$;

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[9,2;9,4)$ là: $\frac{14.100}{100}\% = 14\%$;

Vì vậy, bảng tần ghép nhóm của mẫu số liệu đã cho được nêu trong bảng dưới đây.

Chiều cao (m)	$[8,4;8,6)$	$[8,6;8,8)$	$[8,8;9,0)$	$[9,0;9,2)$	$[9,2;9,4)$	Tổng
Tần số tương đối ($\%$)	5	12	25	44	14	100

b) Biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng cột cho bảng thống kê thu được ở câu a



Câu III: (2,0 điểm)

1) Một vật rơi tự do từ độ cao 234 m so với mặt đất. Quãng đường chuyển động S (tính bằng mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (tính bằng giây) được cho bởi công thức $S = \frac{11}{2}t^2$

a) Hỏi sau khoảng thời gian 6 giây vật này cách mặt đất là bao nhiêu mét?

b) Sau thời gian bao lâu thì vật cách mặt đất là $96,5$ mét?

2) Cho phương trình $2x^2 + (m+1)x + m - 1 = 0$

a) Giải phương trình với $m = 2$

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn 2.

Lời giải

1) Với $t = 6$ ta có $S = \frac{11}{2}.6^2 = 198(m)$

Do đó, sau 6 giây, vật này còn cách mặt đất: $234-198=36(m)$

Khi vật cách mặt đất 96,5 mét thì quãng đường vật chuyển động được là: $234-96,5=137,5\ (m)$

Thời gian vật chuyển động từ lúc bắt đầu rơi đến lúc cách mặt đất 96,5 mét là:

Từ công thức $S=\frac{11}{2}t^2$ suy ra $t=\sqrt{\frac{2S}{11}}=\sqrt{\frac{2.137,5}{11}}=5$ (giây)

Vậy sau 5 giây thì vật cách mặt đất 96,5 mét.

2) a) Xét phương trình $2x^2+(m+1)x+m-1=0$ (1)

Thay $m=2$ vào phương trình (1) ta được: $2x^2+3x+1=0$

Ta có: $\Delta=3^2-4.2.1=1$. Nên $\sqrt{\Delta}=1$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1=\frac{-3-1}{2.2}=-1$; $x_2=\frac{-3+1}{2.2}=\frac{-1}{2}$

b) Xét phương trình $2x^2+(m+1)x+m-1=0$ (1)

Ta có: $\Delta=(m+1)^2-4.2.(m-1)=m^2+2m+1-8m+8=m^2-6m+9=(m-3)^2$

Nhận thấy $(m-3)^2\geq 0$ với mọi m nên $\Delta\geq 0$ với mọi m

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thì $\Delta>0$. Suy ra $(m-3)^2>0$. Do đó: $m\neq 3$

Để hai nghiệm cùng nhỏ hơn 2 thì: $\begin{cases}(x_1-2)(x_2-2)>0\\ x_1+x_2<4\end{cases}$. Suy ra $\begin{cases}x_1x_2-2(x_1+x_2)+4>0\\ x_1+x_2<4\end{cases}$ (2)

Áp dụng định lý Viète cho phương trình (1) ta có: $x_1+x_2=-\frac{m+1}{2}$; $x_1.x_2=\frac{m-1}{2}$ (3)

Thay (3) và (2) ta có:

$\begin{cases}\frac{m-1}{2}+2.\frac{m+1}{2}+4>0\\ -\frac{m+1}{2}<4\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}3m+9>0\\ m+1>-8\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}m>-3\\ m>-9\end{cases}$

Do đó $m>-3$. Kết hợp với điều kiện $m\neq 3$ suy ra $m>-3$ và $m\neq 3$.

Vậy với $m>-3$ và $m\neq 3$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt cùng nhỏ hơn 2.

Câu IV. (3,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một dây DE cố định khác đường kính. Lấy F là một điểm bất kỳ thuộc cung lớn DE sao cho ΔFDE nhọn và $FD < FE$. Kẻ EM vuông góc với DF tại M, kẻ FN vuông góc với DE tại N. Kẻ đường kính FP của đường tròn (O). Gọi Q là hình chiếu vuông góc của E trên FP.

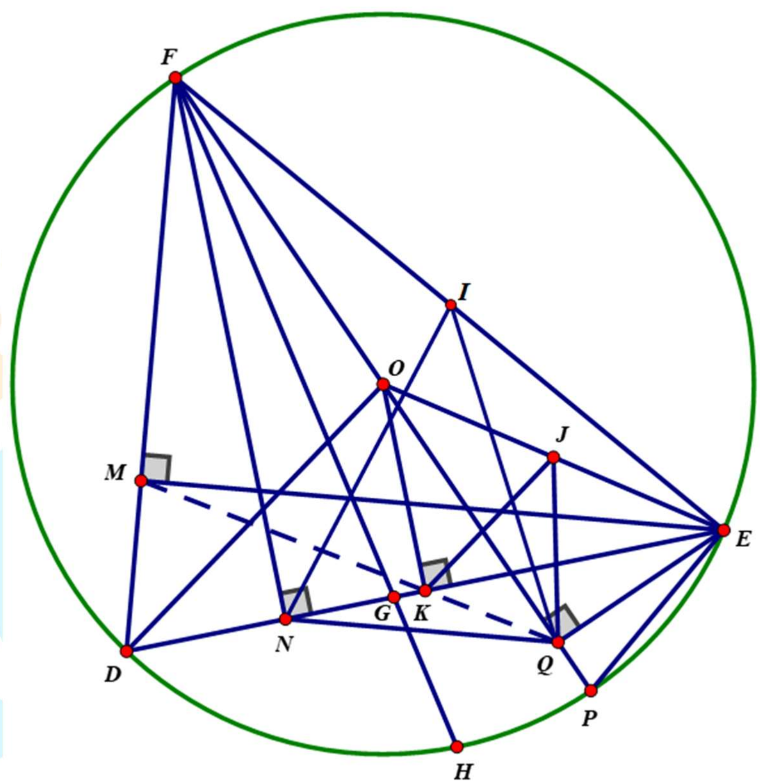
a) Chứng minh bốn điểm F, N, Q, E cùng thuộc một đường tròn.

b) Tia phân giác của $\widehat{DFE}$ cắt DE tại G và cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là H.

Chứng minh: $\Delta FDN \backsim \Delta FPE$ và $FN.FP = FG.FH$.

c) Gọi K là trung điểm của DE. Chứng minh khi điểm F di động trên cung lớn DE và thỏa mãn điều kiện của đề bài thì ba điểm M, K, Q thẳng hàng.

Lời giải



a) Ta có $FN \perp DE$ (giả thiết) hay $FN \perp NE$, suy ra $\widehat{FNE} = 90°$ nên tam giác FNE vuông tại N.

Ta có Q là hình chiếu vuông góc của E trên FP (giả thiết)

Suy ra $EQ \perp FP$ hay $EQ \perp FQ$ nên $\widehat{FQE} = 90^\circ$ do đó tam giác FQE vuông tại Q.

Gọi I là trung điểm của EF.

Xét ΔFNE vuông tại N có: NI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền EF. Suy ra:

$NI = IE = IF = \dfrac{EF}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (1)

Xét ΔFQE vuông tại Q có: QI là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền EF. Suy ra:

$QI = IE = IF = \dfrac{EF}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)(2)

Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm F, N, Q, E cùng thuộc đường tròn $\left(I; \dfrac{EF}{2}\right)$.

Vậy tứ giác $FNQE$ nội tiếp đường tròn $\left(I; \dfrac{EF}{2}\right)$ (điều phải chứng minh).

b) Xét (O) có: $\widehat{FEP} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$\widehat{FDN} = \widehat{FPE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{FE}$)

Xét ΔFDN và ΔFPE ta có:

$\widehat{FND} = \widehat{FEP} = 90^\circ$

$\widehat{FDN} = \widehat{FPE}$ (cmt)

Nên $\Delta FDN \backsim \Delta FPE$ $(g.g)$ (điều phải chứng minh).

Suy ra $\widehat{DFN} = \widehat{PFE}$ (hai góc tương ứng)

Mà FG là tia phân giác của $\widehat{DFE}$ nên: $\widehat{DFG} = \widehat{EFG}$

Suy ra: $\widehat{NFG} = \widehat{PFH}$

Xét (O) có: $\widehat{FHP} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra: $\widehat{FNG} = \widehat{FHP} = 90^\circ$

Xét ΔNFG và ΔHFP ta có:

$\widehat{FNG} = \widehat{FHP} = 90^\circ$ (chứng minh trên)

$\widehat{NFG} = \widehat{PFH}$ (chứng minh trên)

Nên $\Delta NFG \backsim \Delta HFP\ (g.g)$

Suy ra $\frac{FN}{FH}=\frac{FG}{FP}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Hay $FN.FP=FH.FG$ (điều phải chứng minh).

c) Gọi J là trung điểm của OE.

Xét (O) có: $OE=OD=R$. Suy ra ΔODE cân tại O (định nghĩa).

Do đó OK là trung tuyến đồng thời là đường cao ứng với cạnh DE

Suy ra $\widehat{OKE}=90°$ hay ΔOKE vuông tại K.

Ta có: $EQ\perp OQ$ nên $\widehat{OQE}=90°$ do đó tam giác ΔQOE vuông tại Q.

Xét ΔQOE vuông tại Q có: QJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OE. Suy ra:

$JO=JE=\frac{OE}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (3)

Xét ΔOKE vuông tại K có: KJ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OE. Suy ra:

$JK=JO=JE=\frac{OE}{2}$ (tính chất của trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) (4)

Từ (3) và (4) suy ra bốn điểm O,K,Q,E cùng thuộc đường tròn $\left(J;\frac{OE}{2}\right)$

Suy ra $OKQE$ nội tiếp đường tròn $\left(J;\frac{OE}{2}\right)$

Suy ra $\widehat{OQK}=\widehat{OEK}$ (hai góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{OK}$) (5)

Vì ΔODE cân tại O nên OK là trung tuyến đồng thời là tia phân giác của ΔODE

Do đó $\widehat{DOK}=\widehat{EOK}$. Suy ra $\widehat{EOK}=\frac{\widehat{DOE}}{2}$

Xét (O) có: $\widehat{EOD}=$ sđ $\overset{\frown}{DE}$ (góc ở tâm); $\widehat{EFD}=\frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{DE}$ (góc nội tiếp)

Mà $\widehat{EOK}=\frac{\widehat{DOE}}{2}$ (cmt). Suy ra $\widehat{EOK}=\frac{1}{2}\widehat{DOE}=\frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{DE}=\widehat{EFD}$. Suy ra $\widehat{EOK}=\widehat{EFD}$.

Xét ΔEFM vuông tại M có: $\widehat{MFE}+\widehat{MEF}=90°$ (định lý)

Xét OKE vuông tại K có: $\widehat{KOE}+\widehat{KEO}=90°$ (định lý)

Mà $\widehat{EOK}=\widehat{EFD}$ (cmt) hay $\widehat{KOE}=\widehat{MFE}$

Suy ra $\widehat{KEO} = \widehat{MEF}$ (6).

Chứng minh được tứ giác $FMQE$ nội tiếp đường tròn.

Suy ra $\widehat{MEF} = \widehat{FQM}$ (hai góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{FM}$) (7)

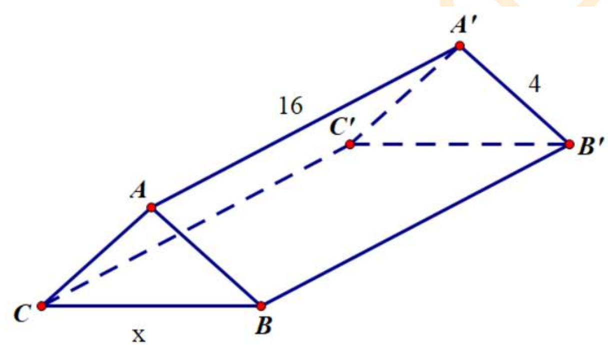
Từ (5), (6) và (7) suy ra $\widehat{OQK} = \widehat{FQM} = \widehat{OQM}$

Suy ra $\widehat{OQK} = \widehat{OQM}$.

Vậy ba điểm M, K, Q thẳng hàng (định lý) (điều phải chứng minh).

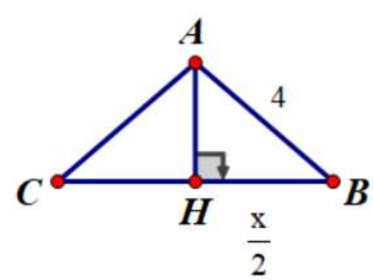
Câu V: (0,5 điểm)

Một hành lang giữa hai nhà có dạng hình lăng trụ đứng (hình vẽ). Hai mặt bên $ABB'A'$ và $ACC'A'$ là hai tấm kính hình chữ nhật dài 16 m, rộng 4 m. Gọi x (m) là độ dài của cạnh BC. Tìm x để thể tích không gian hành lang lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



Lời giải

Kẻ đường cao AH của tam giác ABC.



Khi đó, áp dụng định lý Pythagore cho tam giác AHB ta được:

$AH = \sqrt{16 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{64 - x^2}$ với $0 < x < 8$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AH = \frac{1}{2}x.\frac{1}{2}\sqrt{64 - x^2}$ (m^2)

Thể tích của khối lăng trụ là: $V = S_{ABC}.AA' = 16.\frac{1}{2}x.\frac{1}{2}\sqrt{64 - x^2} = 4x\sqrt{64 - x^2}$ (m^3)

Với mọi a, b ta có: $(a - b)^2 \geq 0$

Suy ra: $a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

$$a^2+b^2 \ge 2ab$$

$$ab \le \frac{a^2+b^2}{2} \quad (1)$$

Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng bất đẳng thức (1) với hai số dương $a=x; b=\sqrt{64-x^2}$ ta được:

$$x\sqrt{64-x^2} \le \frac{x^2+64-x^2}{2}=32$$

Suy ra $V \le 4.32$ hay $V \le 128\left(m^3\right)$

Dấu "=" xảy ra khi $x^2=64-x^2$ suy ra $x=4\sqrt{2}(m)$

Vậy thể tích không gian hành lang lớn nhất là 128 m^3 khi $x=4\sqrt{2}$ m.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 1
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II

Năm học: 2024 – 2025

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (2,0 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\dfrac{x}{x+2\sqrt{x}}+\dfrac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$, với $x>0$.

a) Rút gọn biểu thức A

b) Tính giá trị biểu thức A tại $x=4$

c) Tìm tất cả các giá trị của x để $A\ge\dfrac{1}{3\sqrt{x}}$.

Lời giải

a) Với $x>0$ ta có:

$$A=\frac{\sqrt{x}+1}{x+4\sqrt{x}+4}:\left(\frac{x}{x+2\sqrt{x}}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2}:\left(\frac{x}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2}:\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{x}{\sqrt{x}+2}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2}:\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2}:\frac{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}+2}$$
$$=\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}+2)^2}\cdot\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}$$

Vậy với $x>0$ thì $A=\dfrac{1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$.

b) Thay $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\dfrac{1}{\sqrt{4}(\sqrt{4}+2)}=\dfrac{1}{2.4}=\dfrac{1}{8}$

Vậy tại $x=4$ thì $A=\dfrac{1}{8}$

c) Để $A \geq \dfrac{1}{3\sqrt{x}}$ thì $\dfrac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)} \geq \dfrac{1}{3\sqrt{x}}$

Suy ra $\dfrac{1}{\sqrt{x}+2} \geq \dfrac{1}{3}$ (do $\sqrt{x} > 0$)

Do đó $\sqrt{x}+2 \leq 3$

$\sqrt{x} \leq 1$

$x \leq 1$

Kết hợp điều kiện $x > 0$

Suy ra $0 < x \leq 1$

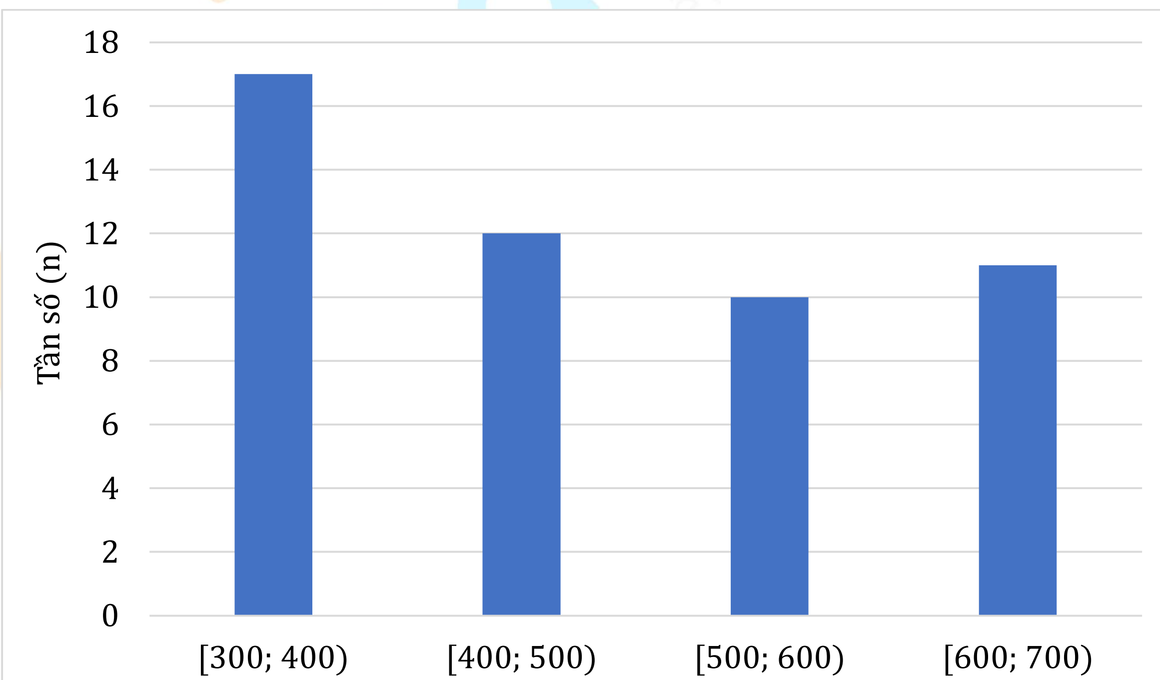
Vậy để $A \geq \dfrac{1}{3\sqrt{x}}$ thì $0 < x \leq 1$

Câu II. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình*

Một xe ô tô và một xe máy khởi hành cùng lúc từ địa điểm A đi đến địa điểm B cách nhau 60 km với tốc độ không đổi, biết tốc độ của xe ô tô lớn hơn tốc độ của xe máy là 20 km/h và xe ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút. Tính tốc độ của mỗi xe.

2) Sau khi điều tra số tiền điện phải trả của 50 hộ gia đình trong một tháng (đơn vị: nghìn đồng), người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[500;600)$.

Lời giải

1) Gọi tốc độ của xe ô tô là x (km/h). Điều kiện $x > 20$

Do đó tốc độ xe máy là $x - 20$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ A đến B là $\frac{60}{x}$ (giờ)

Thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{60}{x-20}$ (giờ)

Vì ô tô đến B sớm hơn xe máy 30 phút $= \frac{1}{2}$ giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x} + \frac{1}{2} = \frac{60}{x-20}$$

$$\frac{120(x-20)}{2x(x-20)} + \frac{x(x-20)}{2x(x-20)} - \frac{120x}{2x(x-20)} = 0$$

$$\frac{120x - 2400 + x^2 - 20x - 120x}{2x(x-20)} = 0$$

$$\frac{x^2 - 20x - 2400}{2x(x-20)} = 0$$

$$x^2 - 20x - 2400 = 0$$

$$(x-60)(x+40) = 0$$

TH1: $x + 40 = 0$ suy ra $x = -40$ (không thỏa mãn)

TH2: $x - 60 = 0$ suy ra $x = 60$ (thỏa mãn)

Khi đó tốc độ của xe ô tô là 60 km/h.

Tốc độ của xe máy là $60 - 20 = 40$ km/h.

Vậy tốc độ của xe ô tô là 60 km/h và tốc độ của xe máy là 40 km/h.

2) Từ biểu đồ tần số ghép nhóm, ta thấy:

Tần số ghép nhóm của nhóm $[300;400)$ là 17 Tần số ghép nhóm của nhóm $[400;500)$ là 12

Tần số ghép nhóm của nhóm $[500;600)$ là 10 Tần số ghép nhóm của nhóm $[600;700)$ là 11

Do đó tổng tần số ghép nhóm của các nhóm là: $17 + 12 + 10 + 11 = 50$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[500;600)$ là: $\frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%$.

Vậy nhóm $[500;600)$ có tần số ghép nhóm là 10 và tần số tương đối ghép nhóm là 20%.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y = ax^2$ với $a \neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

Xác định a và vẽ đồ thị hàm số biết parabol (P) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng -1.

2) Cho phương trình $x^2 - 2x - 3 = 0$ (*). Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình (*). Không giải phương trình hãy tính giá trị của biểu thức $A = \dfrac{x_2}{x_1 + 2} + \dfrac{x_1}{x_2 + 2}$

Lời giải

1) Vì parabol (P) cắt đường thẳng $y = x + 3$ tại điểm có hoành độ bằng -1 nên ta có:

$y = -1 + 3 = 2$

Ta có điểm $(-1;2)$ thuộc đường thẳng $y = x + 3$ và đồ thị hàm số $y = ax^2$

Khi đó: $2 = a.(-1)^2 = a$

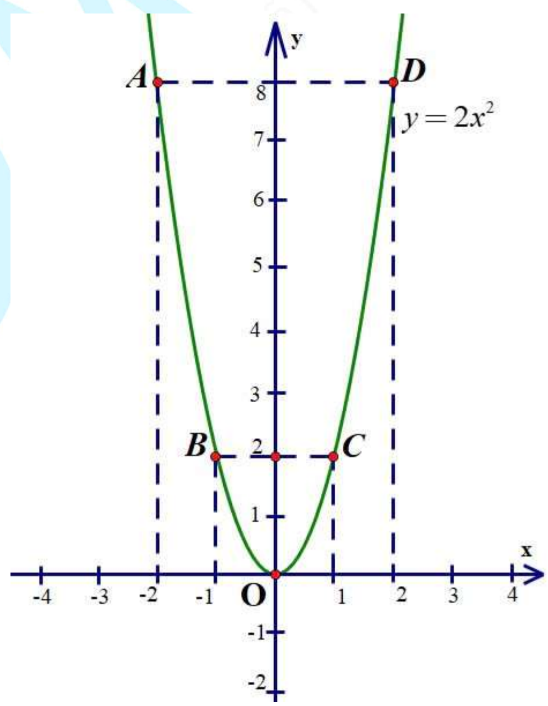
Vậy $a = 2$. Ta được hàm số $y = 2x^2$

Ta có bảng giá trị của hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy các điểm $A(-2;8)$; $B(-1;2)$; $O(0;0)$; $C(1;2)$; $D(2;8)$

Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là một đường parabol đỉnh O, đi qua các điểm trên và có dạng như dưới đây



2) Xét phương trình $x^2-2x-3=0$ có: $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4.1.(-3)=16>0$

Suy ra phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Áp dụng định lí Viète ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-3 \end{cases}$

Ta có: $A=\dfrac{x_2}{x_1+2}+\dfrac{x_1}{x_2+2}=\dfrac{x_2(x_2+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}+\dfrac{x_1(x_1+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$

$=\dfrac{x_1(x_1+2)+x_2(x_2+2)}{(x_1+2)(x_2+2)}$

$=\dfrac{x_1^{\ 2}+2x_1+x_2^{\ 2}+2x_2}{(x_1+2)(x_2+2)}$

$=\dfrac{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+2(x_1+x_2)}{x_1x_2+2x_1+2x_2+4}$

$=\dfrac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+2(x_1+x_2)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$

$=\dfrac{2^2-2.(-3)+2.2}{-3+2.2+4}=\dfrac{14}{5}$

Vậy giá trị của biểu thức $A=\dfrac{14}{5}$.

Câu IV. (3,0 điểm)

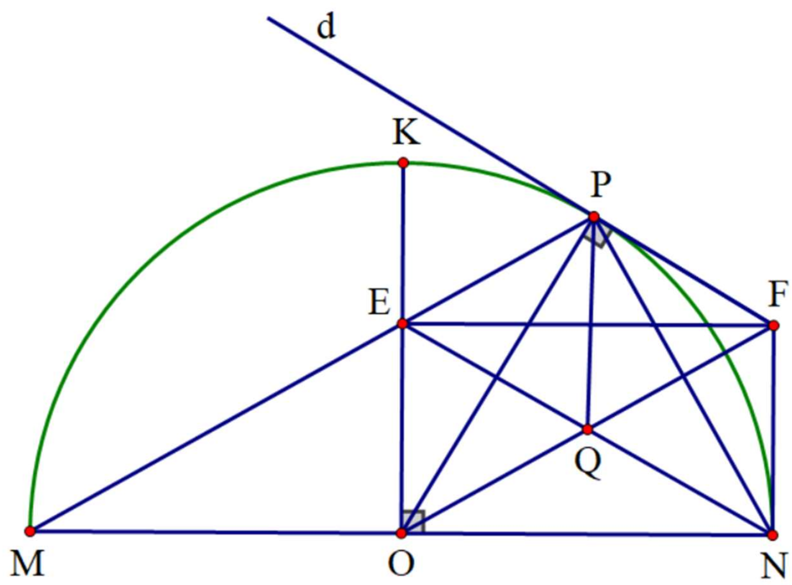
Cho nửa đường tròn (O) đường kính MN, điểm P thuộc nửa đường tròn $(PM>PN)$. Kẻ bán kính OK vuông góc với MN cắt dây MP tại E. Gọi d là tiếp tuyến tại P của nửa đường tròn. Đường thẳng đi qua E và song song với MN cắt d ở F. Chứng minh rằng:

a) Tứ giác $NPEO$ nội tiếp đường tròn

b) $ME\cdot MP=MO\cdot MN$

c) $OF//MP$

Lời giải



a) Xét (O) có $\widehat{MPN}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\widehat{MPN}=90^\circ$ hay $\widehat{EPN}=90^\circ$ Vì $OK\perp MN$ (giả thiết) suy ra $\widehat{KON}=90^\circ$ hay $\widehat{EON}=90^\circ$ Gọi Q là trung điểm EN Xét ΔEON vuông tại O có OQ là đường trung tuyến nên $OQ=\frac{1}{2}EN=EQ=NQ$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) Xét ΔEPN vuông tại P có PQ là đường trung tuyến nên $PQ=\frac{1}{2}EN=EQ=NQ$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông) Suy ra $EQ=OQ=NQ=PQ$ Suy ra 4 điểm N,P,E,O cùng thuộc đường tròn $\left(Q;\frac{1}{2}EN\right)$ Vậy tứ giác $NPEO$ nội tiếp (điều phải chứng minh)
b) Xét ΔMOE và ΔMPN có: $\widehat{PMN}$ chung ; $\widehat{MOE}=\widehat{MPN}=90^\circ$ Suy ra $\Delta MOE \backsim \Delta MPN (g.g)$ Do đó $\frac{MO}{MP}=\frac{ME}{MN}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) Hay $ME.MP=MO.MN$ (điều phải chứng minh)

c)

Vì $EF // MN$ (giả thiết); $OK \perp MN$ suy ra $EF \perp OK$ (quan hệ từ vuông góc tới song song)

Do đó $\widehat{FEO} = 90°$

Vì FP là tiếp tuyến của (O) (giả thiết) suy ra $OP \perp FP$ do đó $\widehat{OPF} = 90°$

Gọi Q' là trung điểm của OF

Xét ΔOEF vuông tại E có EQ' là đường trung tuyến nên $EQ' = \frac{1}{2}OF = OQ' = FQ'$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔOPF vuông tại P có PQ' là đường trung tuyến nên $PQ' = \frac{1}{2}OF = OQ' = FQ'$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra 4 điểm O, E, P, F cùng thuộc một đường tròn $\left(Q'; \frac{1}{2}OF\right)$

Do đó tứ giác $OEPF$ là tứ giác nội tiếp đường tròn $\left(Q'; \frac{1}{2}OF\right)$

Lại có $NPEO$ là tứ giác nội tiếp (chứng minh câu a)

Suy ra 5 điểm O, E, P, F, N cùng thuộc một đường tròn $\left(Q; \frac{1}{2}EN\right)$ hay $\left(Q'; \frac{1}{2}OF\right)$

Nên $Q \equiv Q'$ mà Q' là trung điểm của OF suy ra Q là trung điểm của OF

Do đó Q; O; F thẳng hàng

Xét ΔMEN có Q là trung điểm EN (theo cách vẽ)

O là trung điểm MN (MN là đường kính của đường tròn tâm O)

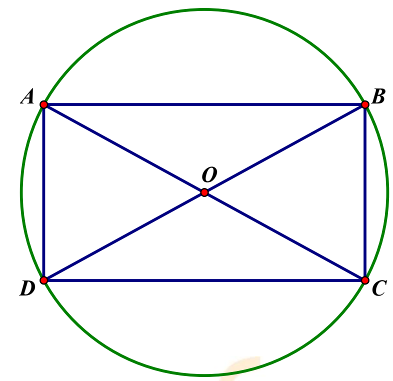
Suy ra QO là đường trung bình của ΔMEN

Do đó $QO // EM$ hay $OF // MP$

Vậy $OF // MP$ (điều phải chứng minh)

Câu V. (0,5 điểm)

Một mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích 961 m². Người ta muốn mở rộng thêm 4 phần đất sao cho tạo thành đường tròn đi qua các điểm của hình chữ nhật như hình vẽ. Biết tâm đường tròn trùng với tâm hình chữ nhật. Tính diện tích nhỏ nhất của 4 phần đất được mở rộng (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

Đặt chiều dài và chiều rộng mảnh vườn lần lượt là x (m); y (m) $(x \ge y > 0)$

Diện tích mảnh vườn hình chữ nhật $ABCD$ là 961 m² nên $xy = 961$

Áp dụng định lí Pythagore ta có đường chéo của hình chữ nhật là: $\sqrt{x^2 + y^2}$ (m)

Đường tròn (O) có đường kính bằng đường chéo hình chữ nhật $ABCD$

Suy ra bán kính đường tròn (O) bằng $\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}$

Khi đó diện tích hình tròn (O) là: $\pi.\left(\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2}\right)^2 = \pi.\dfrac{x^2+y^2}{4}$ (m²)

Suy ra diện tích của 4 phần đất được mở rộng là $P = \pi.\dfrac{x^2+y^2}{4} - 961$

Nhận xét: Với mọi $x; y \in \mathbb{R}$ thì $(x-y)^2 \ge 0$

Suy ra: $x^2 + y^2 \ge 2xy$

Do đó $P = \pi.\dfrac{x^2+y^2}{4} - 961 \ge \pi.\dfrac{2xy}{4} - 961 = \pi.\dfrac{2.961}{4} - 961 \approx 548,54$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x = y \\ xy = 961 \\ x; y > 0 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x^2 = y^2 = 961 \\ x; y > 0 \end{cases}$ suy ra $x = y = 31$ (m)

Vậy diện tích nhỏ nhất của 4 phần đất được mở rộng là $548,54$ m² khi chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn là 31 m.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0$, $x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm tất cả giá trị của x để $\dfrac{A}{B}\ge \dfrac{x}{4}+5$.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta có: $A=\dfrac{\sqrt{9}+4}{\sqrt{9}-1}=\dfrac{7}{2}$ Vậy với $x=9$ thì $A=\dfrac{7}{2}$
b) Với $x\ge 0$, $x\ne 1$ ta có: $B=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right)}-\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $=\dfrac{3\sqrt{x}+1-2\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$ $=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$

Vậy với $x \ge 0$, $x \ne 1$ thì $B = \dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ (điều phải chứng minh)
c) Với $x \ge 0$, $x \ne 1$ ta có: $\dfrac{A}{B} = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1} : \dfrac{1}{\sqrt{x}-1} = \dfrac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}.\left(\sqrt{x}-1\right) = \sqrt{x}+4$ Để $\dfrac{A}{B} \ge \dfrac{x}{4}+5$ thì $\sqrt{x}+4 \ge \dfrac{x}{4}+5$ $\sqrt{x}+4-\dfrac{x}{4}-5 \ge 0$ $\dfrac{4\sqrt{x}-x-4}{4} \ge 0$ Suy ra $x-4\sqrt{x}+4 \le 0$ $\left(\sqrt{x}-2\right)^2 \le 0$ Mà $\left(\sqrt{x}-2\right)^2 \ge 0\ \forall x \ge 0$ Suy ra $\left(\sqrt{x}-2\right)^2 = 0$ $\sqrt{x}-2=0$ $\sqrt{x}=2$ $x=4$ (thỏa mãn điều kiện) Vậy để $\dfrac{A}{B} \ge \dfrac{x}{4}+5$ thì $x=4$

Câu II. (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình

Một đội máy xúc được thuê đào 20000 m^3 đất để mở rộng hồ. Ban đầu đội dự định đào mỗi ngày đào một lượng đất nhất định để hoàn thành công việc, nhưng khi đào được 5000 m^3 đất thì đội tăng cường thêm một số máy xúc nên mỗi ngày đào thêm được 100 m^3, do đó hoàn thành công việc trong 35 ngày. Hỏi ban đầu đội dự định mỗi ngày đào bao nhiêu m^3 đất?

2) Chiều cao của các bạn học sinh lớp 9A được ghi lại dưới dạng bảng số liệu sau:

Chiều cao	Số học sinh
$[160;165)$	10
$[165;170)$	12
$[170;175)$	10
$[175;180)$	7
$[180;185)$	1

Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[170;175)$.

Lời giải

1) Gọi x (m^3) là lượng đất đội dự định đào trong một ngày $(x>0)$

Thời gian đội đào $5000\ \text{m}^3$ đất là $\dfrac{5000}{x}$ (ngày)

Thời gian đội đào phần đất còn lại sau khi tăng số máy là $\dfrac{20\ 000-5000}{x+100}=\dfrac{15\ 000}{x+100}$ (ngày)

Do công việc hoàn thành trong 35 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{5000}{x}+\frac{15\ 000}{x+100}=35$$

$$\frac{5000(x+100)}{x(x+100)}+\frac{15\ 000x}{x(x+100)}=\frac{35x(x+100)}{x(x+100)}$$

$$5000(x+100)+15\ 000x=35x(x+100)$$

$$1000(x+100)+3000x=7x(x+100)$$

$$1000x+100\ 000+3000x-7x^2-700x=0$$

$$-7x^2+3300x+100\ 000=0$$

$$7x^2-3300x-100\ 000=0$$

Xét phương trình bậc hai $7x^2-3300x-100\ 000=0$ có $a=7$, $b'=-1650$, $c=-100\ 000$

$\Delta'=b'^2-ac=(-1650)^2-7\cdot(-100\ 000)=3\ 422\ 500>0.$

Suy ra phương trình trên có hai nghiệm phân biệt:

$x_1=\dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{1650+\sqrt{3\ 422\ 500}}{7}=500$ (thỏa mãn điều kiện)

$x_2=\dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a}=\dfrac{1650-\sqrt{3\ 422\ 500}}{7}=-\dfrac{200}{7}$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy mỗi ngày đội đào được $500\ \text{m}^3$ đất.

2) Từ bảng số liệu, ta có:

Tần số ghép nhóm của nhóm $[160;165)$ là 10

Tần số ghép nhóm của nhóm $[165;170)$ là 12

Tần số ghép nhóm của nhóm $[170;175)$ là 10

Tần số ghép nhóm của nhóm $[175;180)$ là 7

Tần số ghép nhóm của nhóm $[180;185)$ là 1

Do đó tổng tần số ghép nhóm của các nhóm là: $10+12+10+7+1=40$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[170;175)$ là: $\frac{10}{40}\cdot 100\% = 25\%$

Vậy nhóm $[170;175)$ có tần số ghép nhóm là 10 và tần số tương đối ghép nhóm là 25%.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y=\frac{1}{3}ax^2$ với $a \neq 0$ có đồ thị là parabol (P)

Xác định a và vẽ đồ thị hàm số biết parabol (P) đi qua điểm $A(1;-1)$.

2) Cho phương trình $x^2-2x+a=0$ (*)

a) Giải phương trình với $a=-1$.

b) Biết rằng hai nghiệm của phương trình $x^2-2x+a=0$ có một nghiệm là $x=1-\sqrt{3}$.

Tìm tổng bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

1) Vì parabol (P) đi qua $A(1;-1)$ nên ta thay $x=1$; $y=-1$ vào hàm số y ta được:

$$-1=\frac{1}{3}a.1^2=\frac{1}{3}a$$

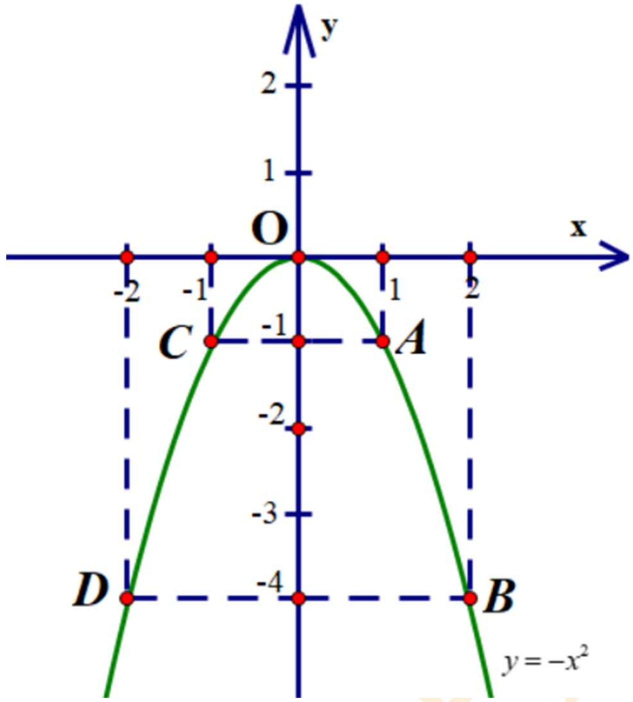
Suy ra $a=-3$. Ta được hàm số $y=-x^2$

Ta có bảng giá trị của hàm số:

x	-2	-1	0	1	2
$y=-x^2$	-4	-1	0	-1	-4

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy các điểm $D(-2;-4)$; $C(-1;-1)$; $O(0;0)$; $A(1;-1)$; $B(2;-4)$

Đồ thị hàm số $y=-x^2$ là một đường parabol đỉnh O, đi qua các điểm trên và có dạng như dưới đây



2)

a) Thay $a=-1$ vào phương trình (*) ta được: $x^2-2x-1=0$

$\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4.1.(-1)=8>0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2+\sqrt{8}}{2.1}=1+\sqrt{2}$$

$$x_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{2-\sqrt{8}}{2.1}=1-\sqrt{2}$$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\left\{1+\sqrt{2}\,;1-\sqrt{2}\right\}$

b) Vì phương trình có một nghiệm là $x=1-\sqrt{3}$ nên ta thay $x=1-\sqrt{3}$ vào phương trình ta được:

$$\left(1-\sqrt{3}\right)^2-2.\left(1-\sqrt{3}\right)+a=0$$

$$1-2\sqrt{3}+3-2+2\sqrt{3}+a=0$$

$$a+2=0$$

$$a=-2$$

Do đó phương trình có dạng $x^2-2x-2=0$

Xét $\Delta=b^2-4ac=(-2)^2-4.1.(-2)=12>0$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$.

Áp dụng định lí Viète ta có:

$$\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-b}{a}=2 \\ x_1x_2=\dfrac{c}{a}=-2 \end{cases}$$

Tổng bình phương của hai nghiệm $x_1;\ x_2$ là $A={x_1}^2+{x_2}^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2$

Thay $x_1+x_2=2;\ x_1\,x_2=-2$ vào ta có: $A=2^2-2\left(-2\right)=8$

Vậy tổng bình phương hai nghiệm của phương trình là 8

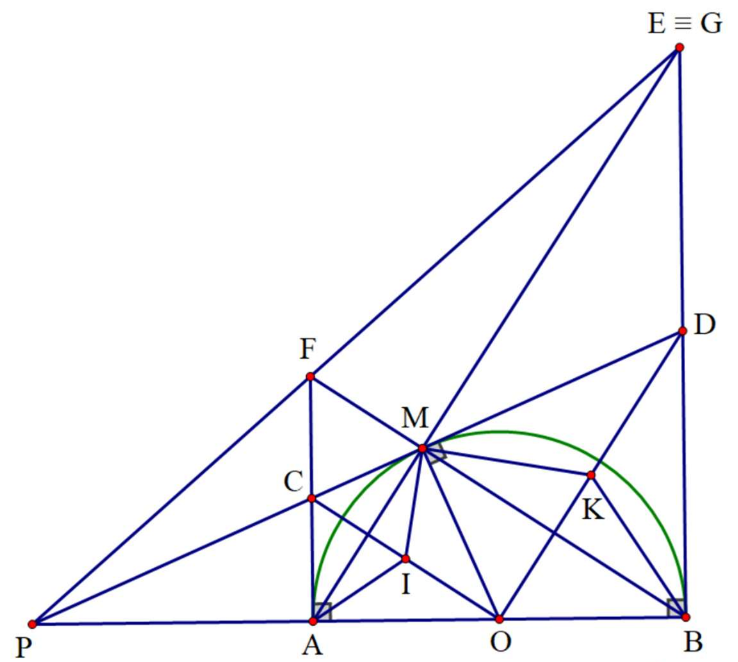
Câu IV. (3,0 điểm) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Điểm M nằm trên nửa đường tròn $(M\neq A,\ B)$. Tiếp tuyến tại M cắt tiếp tuyến tại A và B của đường tròn (O) lần lượt tại C và D.

a) Chứng minh rằng: tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $DO\perp MB$ và $\widehat{CAM}=\widehat{ODM}$

c) Gọi P là giao điểm CD và AB, E là giao điểm của AM và BD; F là giao điểm của AC và BM. Chứng minh: E,F,P thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh rằng: tứ giác $ACMO$ nội tiếp.

Vì AC là tiếp tuyến của (O) (giả thiết) suy ra $CA \perp AO$ hay $\widehat{CAO} = 90°$

CD là tiếp tuyến của (O) (giả thiết) suy ra $CD \perp MO$ hay $\widehat{CMO} = 90°$

Gọi I là trung điểm OC

Xét ΔAOC vuông tại A có AI là đường trung tuyến nên $AI = \frac{1}{2}OC = OI = CI$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔMOC vuông tại M có MI là đường trung tuyến nên $MI = \frac{1}{2}OC = OI = CI$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $AI = OI = MI = CI$

Suy ra 4 điểm A, O, M, C cùng thuộc đường tròn $\left(I; \frac{1}{2}CO\right)$

Vậy tứ giác $ACMO$ nội tiếp (điều phải chứng minh)

b) Chứng minh: $DO \perp MB$ và $\widehat{CAM} = \widehat{ODM}$

+) Vì DB; DM là tiếp tuyến của (O) suy ra $DM = DB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra D thuộc đường trung trực của MB

Mặt khác, $OB = OM$ (bán kính đường tròn tâm O)

Suy ra O thuộc đường trung trực của MB

Do đó DO là đường trung trực của MB.

Suy ra $DO \perp MB$ (điều phải chứng minh)

+) Vì $\widehat{AMB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên ΔABM vuông tại M

Ta có: $\widehat{ABM} + \widehat{BAM} = 90°$ và $\widehat{BAM} + \widehat{FAM} = 90°$

Nên $\widehat{ABM} = \widehat{FAM}$ hay $\widehat{OBM} = \widehat{CAM}$ (1)

Gọi K là trung điểm OD

Xét ΔDMO vuông tại M có MK là đường trung tuyến nên $MK = \frac{1}{2}OD = OK = DK$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔDBO vuông tại B có BK là đường trung tuyến nên $BK = \frac{1}{2}OD = OK = DK$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $BK = OK = MK = DK$

Suy ra 4 điểm B, O, M, D cùng thuộc đường tròn $\left(K; \frac{1}{2}OD\right)$

Do đó tứ giác $BOMD$ nội tiếp.

Suy ra $\widehat{OBM} = \widehat{ODM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{OM}$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{CAM} = \widehat{ODM}$ (điều phải chứng minh)

c) Chứng minh rằng E, F, P thẳng hàng.

Vì CA; CM là tiếp tuyến của (O) suy ra $CA = CM$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mặt khác, $OA = OM$ (bán kính đường tròn tâm O)

Suy ra C, O cùng thuộc đường trung trực của AM

Do đó CO là trung trực của AM.

Suy ra $CO \perp MA$

Vì $\begin{cases} CO \perp MA \\ MA \perp MB \end{cases}$ suy ra $CO // MB$ hay $CO // BF$

Xét ΔABF có: $CO // BF$; O là trung điểm AB suy ra C là trung điểm AF

Do đó $CA = CF = \frac{1}{2}AF$

Chứng minh tương tự suy ra D là trung điểm BE

Do đó $DE = DB = \frac{1}{2}BE$

Xét ΔPBD có $CA \parallel BD$ (cùng vuông góc với AB) có $\frac{CA}{BD} = \frac{PA}{PB}$ (hệ quả của định lí Thales)

Suy ra $\frac{2CA}{2BD} = \frac{PA}{PB}$ hay $\frac{AF}{BE} = \frac{PA}{PB}$

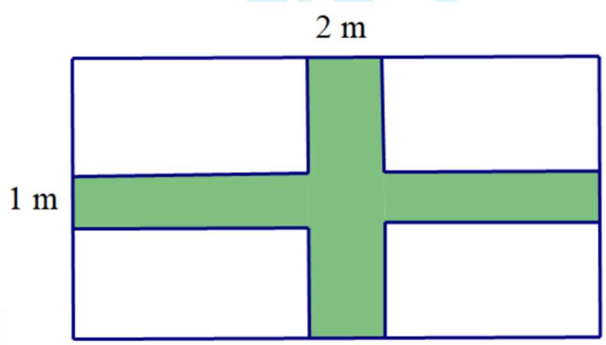
Mà $\widehat{PAF} = \widehat{PBE} = 90^\circ$

Suy ra $\Delta PAF \backsim \Delta PBE\ (c.g.c)$

Do đó $\widehat{APF} = \widehat{BPE}$

Suy ra E, F, P thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu V. (0,5 điểm) Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $128\ \text{m}^2$. Người ta làm lối đi trong mảnh đất như hình vẽ. Phần đất còn lại trồng cây ăn quả. Tính các kích thước của mảnh đất để diện tích trồng cây ăn quả là lớn nhất và tính diện tích lớn nhất đó.



Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất lần lượt là: x, y (đơn vị: m; $x \ge y > 0$)

Do diện tích của mảnh đất là $128\ \text{m}^2$ nên $xy = 128$

Diện tích lối đi là $y.2 + x.1 - 1.2 = x + 2y - 2$ (m^2)

Diện tích đất trồng cây ăn quả là: $xy - (x + 2y - 2) = 128 + 2 - (x + 2y) = 130 - (x + 2y)$ (m^2)

Đặt $P = 130 - (x + 2y)$

Có $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \ge 0$ với mọi a, b không âm

Hay $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ (*). Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng BĐT (*) với $a=x$, $b=2y$ ta được $x+2y\ge 2\sqrt{2xy}=2\sqrt{2.128}=2.16$

Suy ra $P\le 130-2.16=98$

Suy ra giá trị lớn nhất của P bằng 98. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=2y \\ xy=128 \end{cases}$

Khi đó $2y.y=128$ suy ra $y=8$; $x=16$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá trị lớn nhất của mảnh đất là 98 m^2 khi chiều dài là 16 m và chiều rộng là 8 m.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Năm học: 2024 – 2025
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{3\sqrt{x}}{x-25}$ với $x>0;\, x\neq 25$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$.

b) Cho $P=A.B$, chứng minh rằng $P=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$.

c) Chứng minh rằng không tồn tại giá trị nào của x để P nhận giá trị nguyên.

Lời giải

a) Thay $x=49$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\frac{\sqrt{49}-5}{\sqrt{49}}=\frac{7-5}{7}=\frac{2}{7}$ Vậy $A=\frac{2}{7}$ khi $x=49$.
b) Với $x>0;\, x\neq 25$ ta có: $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-5}-\frac{3\sqrt{x}}{x-25}=\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}+5\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}-\frac{3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$ $=\frac{\sqrt{x}.\left(\sqrt{x}+5\right)-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$ $=\frac{x+5\sqrt{x}-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$ $=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$ $=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}$ Ta có: $P=A.B=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+5\right)\left(\sqrt{x}-5\right)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$

Vậy với $x>0;\ x\neq 25$ thì $P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}$ (điều phải chứng minh)
c) Với $x>0;\ x\neq 25$ ta có: $P=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+5}=\dfrac{\sqrt{x}+5-3}{\sqrt{x}+5}=1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}$ Nhận xét $\sqrt{x}>0$ với mọi $x>0$ nên $\sqrt{x}+5>5$ Suy ra $\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}<\dfrac{3}{5}$ Do đó $1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}>1-\dfrac{3}{5}=\dfrac{2}{5}$ Hay $P>\dfrac{2}{5}$ (1) Mặt khác, $\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}>0$ suy ra $1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+5}<1$ Do đó $P<1$ (2) Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{2}{5}<P<1$ Do đó P không thể nhận giá trị nguyên Vậy không tồn tại giá trị nào của x để P nhận giá trị nguyên.

Câu II. (2,5 điểm)

1) Giải toán bằng lập phương trình

Một nhóm công nhân đặt kế hoạch sản xuất 200 sản phẩm. Trong 4 ngày đầu, họ sản xuất đạt mức kế hoạch đề ra. Những ngày còn lại họ đã làm vượt mức mỗi ngày 10 sản phẩm, nên đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày nhóm công nhân cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

2) Vào đầu và cuối năm học, người ta lựa chọn ngẫu nhiên một số học sinh lớp 8 để kiểm tra tình trạng cân nặng. Kết quả khảo sát được ghi lại ở bảng sau:

Tình trạng cân nặng	Thiếu cân	Bình thường	Thừa cân	Béo phì
Đầu năm học	6	24	8	2
Cuối năm học	4	38	5	3

Tính tần số tương đối của số học sinh theo tình trạng cân nặng vào đầu năm học và cuối năm học.

Lời giải

1) Gọi số sản phẩm mỗi ngày nhóm công nhân phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm) $(x \in \mathbb{N}^*, x < 200)$

Thời gian hoàn thành theo kế hoạch là $\dfrac{200}{x}$ (ngày)

Sản phẩm làm trong 4 ngày đầu là $4x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm những ngày còn lại phải làm là: $200-4x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm mỗi ngày nhóm công nhân sản xuất trong những ngày còn lại là $x+10$ (sản phẩm)

Thời gian hoàn thành số sản phẩm còn lại là: $\dfrac{200-4x}{x+10}$ (ngày)

Vì nhóm đã hoàn thành kế hoạch sớm 2 ngày nên ta có phương trình:

$\dfrac{200}{x}-\left(\dfrac{200-4x}{x+10}+4\right)=2$

$\dfrac{200}{x}-\dfrac{200-4x}{x+10}=6$

$\dfrac{100}{x}-\dfrac{100-2x}{x+10}=3$

$100(x+10)-x(100-2x)=3x(x+10)$

$100x+1000-100x+2x^2=3x^2+30x$

$x^2+30x-1000=0$

$(x-20)(x+50)=0$

TH1: $x-20=0$ suy ra $x=20$ (thỏa mãn điều kiện)

TH2: $x+50=0$ suy ra $x=-50$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy số sản phẩm mỗi ngày nhóm công nhân phải làm theo kế hoạch là 20 sản phẩm.

2)

+) Tổng số học sinh được khảo sát vào đầu năm học là $N=6+24+8+2=40$ (học sinh)

Tần số tương đối của số học sinh thiếu cân, bình thường, thừa cân và béo phì vào đầu năm học lần lượt là:

$f_1=\dfrac{6}{40}\cdot 100\%=15\%$; $f_2=\dfrac{24}{40}\cdot 100\%=60\%$; $f_3=\dfrac{8}{40}\cdot 100\%=20\%$; $f_4=\dfrac{2}{40}\cdot 100\%=5\%$

+) Tổng số học sinh được khảo sát vào cuối năm học là $N'=4+38+5+3=50$ (học sinh)

Tần số tương đối của số học sinh thiếu cân, bình thường, thừa cân và béo phì vào cuối năm học lần lượt là

$f_1' = \frac{4}{50} \cdot 100\% = 8\%$; $f_2' = \frac{38}{50} \cdot 100\% = 76\%$; $f_3' = \frac{5}{50} \cdot 100\% = 10\%$; $f_4' = \frac{3}{50} \cdot 100\% = 6\%$.

Câu III. (2,0 điểm)

1) Cho hàm số $y = -ax^2$ $(a \neq 0)$ có đồ thị là (P). Xác định hệ số a, biết rằng đồ thị (P) của hàm số cắt đường thẳng $d: y = -2x + 4$ tại điểm E có hoành độ bằng 1. Vẽ đồ thị (P) của hàm số với a vừa tìm được.

2) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 3m - 1 = 0$ (x là ẩn số, m là tham số) (1).

a) Giải phương trình (1) khi $m = 1$;

b) Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$.

Lời giải

1) Vì đồ thị (P) của hàm số cắt đường thẳng $d: y = -2x + 4$ tại điểm E có hoành độ bằng 1 hay $x = 1$ nên $y = -2.1 + 4 = 2$

Ta có điểm $E(1;2)$ thuộc đường thẳng $y = -2x + 4$ và đồ thị hàm số $y = -ax^2$

Khi đó $2 = -a.1^2$ suy ra $a = -2$ (thỏa mãn)

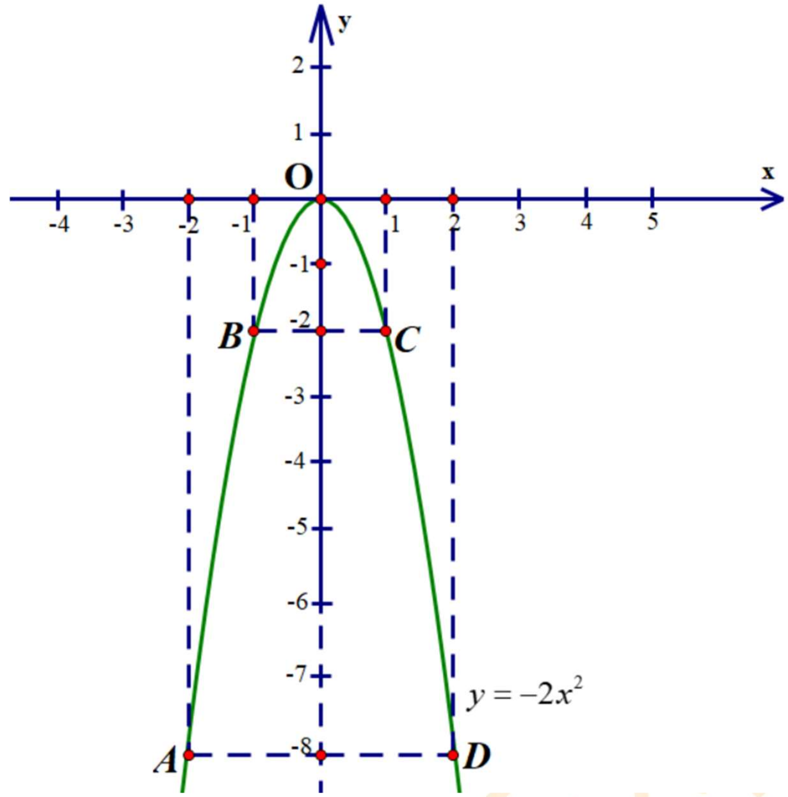
Ta được hàm số $y = -2x^2$

Ta có bảng giá trị của hàm số $y = -2x^2$:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, lấy các điểm $A(-2;-8)$; $B(-1;-2)$; $O(0;0)$; $C(1;-2)$; $D(2;-8)$

Đồ thị hàm số $y = -2x^2$ là một đường parabol đỉnh O, đi qua các điểm trên và có dạng như dưới đây



2)

a) Thay $m=1$ vào phương trình (1) ta được:

$x^2-2(1+1)x+1^2+3.1-1=0$

$x^2-4x+3=0$

Vì $a+b+c=1-4+3=0$ nên phương trình có hai nghiệm là $x_1=1,\ x_2=\frac{c}{a}=3$.

Vậy khi $m=1$ thì phương trình (1) có tập nghiệm là $S=\{1;3\}$.

b) Ta có: $\Delta'=(m+1)^2-(m^2+3m-1)=-m+2$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta'=-m+2>0$ hay $m<2$

Áp dụng định lý Viète ta có $\begin{cases} x_1+x_2=2(m+1) \\ x_1x_2=m^2+3m-1 \end{cases}$ (2)

Ta có $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$ hay $(x_1+x_2)^2-3x_1x_2=13$ (3)

Thay (2) vào (3) được

$4(m+1)^2-3(m^2+3m-1)=13$

$4(m^2+2m+1)-3(m^2+3m-1)=13$

$4m^2+8m+4-3m^2-9m+3-13=0$

$m^2-m-6=0$

$(m+2)(m-3)=0$

TH1: $m+2=0$ suy ra $m=-2$ (thỏa mãn điều kiện)

TH2: $m-3=0$ suy ra $m=3$ (không thỏa mãn điều kiện)

Vậy $m=-2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn điều kiện $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=13$.

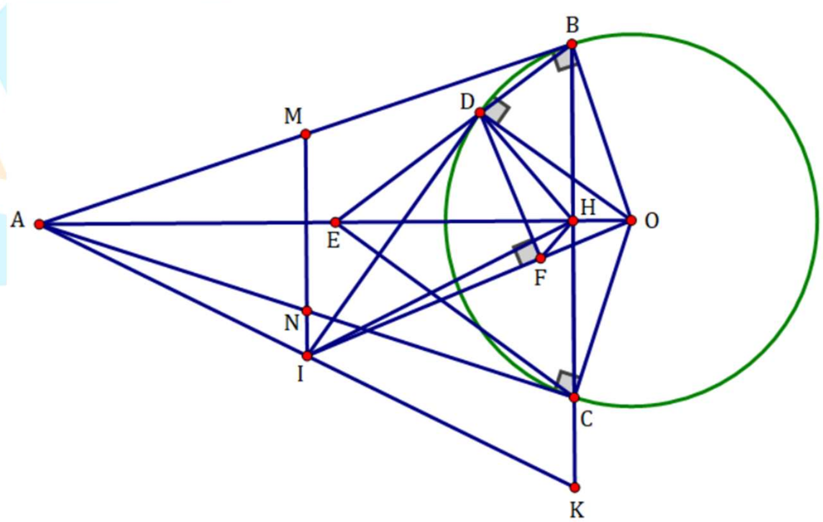
Câu IV. (3,0 điểm) Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Vẽ các tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC.

a) Chứng minh tứ giác $ABOC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Gọi H là giao điểm của OA và BC. Chứng minh $4OH.AH=BC^2$;

c) Trên cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ lấy điểm D sao cho tiếp tuyến tại D của (O) cắt tia MN tại I. Gọi F là hình chiếu của điểm D trên OI. Chứng minh rằng $OH.OA=OF.OI$ và $IA=ID$.

Lời giải



a) Vì AB; AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) (giả thiết)

Suy ra $AB \perp BO$; $AC \perp CO$ hay $\widehat{ABO} = 90°$; $\widehat{ACO} = 90°$

Gọi E là trung điểm OA

Xét ΔAOC vuông tại C có CE là đường trung tuyến nên $CE = \frac{1}{2}OA = OE = AE$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔAOB vuông tại B có BE là đường trung tuyến nên $BE = \frac{1}{2}OA = OE = AE$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $AE = OE = BE = CE$

Suy ra 4 điểm A, B, O, C cùng thuộc đường tròn $\left(E; \frac{1}{2}AO\right)$

Vậy tứ giác $ABOC$ nội tiếp (điều phải chứng minh).

b) Vì AB; AC là tiếp tuyến của đường tròn (O) (giả thiết)

Suy ra OA là tia phân giác $\widehat{BOC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Vì $OB = OC = R$ nên ΔOBC cân tại O có OH vừa là đường cao đồng thời là đường trung tuyến

Suy ra H là trung điểm BC. Do đó $BH = CH = \frac{1}{2}BC$

Xét ΔBHO và ΔAHB có: $\widehat{BHO} = \widehat{AHB} = 90°$; $\widehat{HBO} = \widehat{HAB}$ (cùng phụ với $\widehat{ABH}$)

Suy ra $\Delta BHO \backsim \Delta AHB\,(g.g)$ do đó $\frac{AH}{BH} = \frac{BH}{OH}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Suy ra $AH.OH = BH^2$

Mà $BH = \frac{1}{2}BC$. Suy ra $AH.OH = \frac{BC^2}{4}$ hay $4.AH.OH = BC^2$ (điều phải chứng minh)

c) Vì DI là tiếp tuyến của đường tròn (O) và F là hình chiếu của điểm D trên OI

Nên $OD \perp DI; DF \perp OI$. Do đó $\widehat{OFD} = \widehat{ODI} = 90°$

+) Xét ΔOFD và ΔODI có: $\widehat{OFD} = \widehat{ODI} = 90°$ (cmt); $\widehat{DOI}$ chung

Suy ra $\Delta OFD \backsim \Delta ODI\,(g.g)$ do đó $\dfrac{OF}{OD}=\dfrac{OD}{OI}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

hay $OF.OI = OD^2 = R^2$ (1)

Xét ΔOHB và ΔOBA có: $\widehat{OHB}=\widehat{OBA}=90^\circ$; $\widehat{AOB}$ chung

Suy ra $\Delta OHB \backsim \Delta OBA\,(g.g)$ do đó $\dfrac{OH}{OB}=\dfrac{OB}{OA}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Suy ra $OA.OH = OB^2 = R^2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $OA.OH = OF.OI$ (điều phải chứng minh)

+) Gọi K là giao điểm của AI và BC.

Xét ΔABC có M là trung điểm AB, N là trung điểm AC

Suy ra MN là đường trung bình của ΔABC

Do đó $MN \parallel BC$ hay $MI \parallel BK$

Xét ΔABK có $MI // BK$; M là trung điểm AB nên I là trung điểm của AK

Xét ΔAHK vuông tại H có HI là trung tuyến ứng cạnh huyền nên $HI=\dfrac{1}{2}AK=IA=IK$

Từ $OH.OA=OF.OI$ suy ra $\dfrac{OH}{OI}=\dfrac{OF}{OA}$

Xét ΔOHF và ΔOIA có: $\widehat{AOI}$ chung; $\dfrac{OH}{OI}=\dfrac{OF}{OA}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta OHF \backsim \Delta OIA\,(c.g.c)$ do đó $\widehat{OFH}=\widehat{OAI}$ (hai góc tương ứng)

Ta có $HI = IA$ (chứng minh trên) nên ΔIAH cân tại I nên $\widehat{OAI}=\widehat{HAI}=\widehat{IHA}$.

Do đó $\widehat{OFH}=\widehat{IHA}$

Mặt khác: $\widehat{OFH}+\widehat{IFH}=180^\circ$ (hai góc kề bù)

$\widehat{IHA}+\widehat{IHO}=180^\circ$ (hai góc kề bù)

Suy ra $\widehat{IFH}=\widehat{IHO}$

Xét ΔIFH và ΔIHO có: $\widehat{HIO}$ chung ; $\widehat{IFH}=\widehat{IHO}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta IFH \backsim \Delta IHO\,(g.g)$ nên $\dfrac{IH}{IO}=\dfrac{IF}{IH}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Hay $IO.IF=IH^2$ mà $IH=IA$ (chứng minh trên) . Do đó $IO.IF=IA^2$ (3)

Xét ΔIFD và ΔIDO có: $\widehat{IFD}=\widehat{IDO}=90^\circ$; $\widehat{DIO}$ chung

Suy ra $\Delta IFD \backsim \Delta IDO\,(g.g)$ nên $\dfrac{IF}{ID}=\dfrac{ID}{IO}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Suy ra $IF.IO=ID^2$ (4)

Từ (3), (4) suy ra $IA=ID$ (điều phải chứng minh)

Câu V. (0,5 điểm)

Đón đầu xu thế bảo vệ môi trường, một cửa hàng bán xe máy đã tập trung kinh doanh xe máy điện với chi phí nhập vào mỗi chiếc lá là 15 triệu và bán ra với giá 19 triệu. Với giá bán này thì số lượng khách mua trong một tháng là 50 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn lượng tiêu thụ, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng mỗi khi giá bán giảm 100 nghìn đồng/ một chiếc thì lượng xe bán ra trong tháng tăng thêm 5 chiếc. Vậy cửa hàng nên định giá mới bao nhiêu để sau khi thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được sẽ là cao nhất?

Lời giải

Gọi x là số lần giảm giá 100 nghìn đồng/một xe máy trong một tháng ($x\in\mathbb{N}^*$)

Khi đó số lượng xe bán ra trong một tháng tăng $5x$ (chiếc) và số xe bán ra là $50+5x$ (chiếc)

Lợi nhuận thu được sau khi bán một xe lúc này là $4000-100x$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận thu được trong một tháng là $T=(50+5x)(4000-100x)$ (nghìn đồng)

Ta có: $T=(50+5x)(4000-100x)=500(10+x)(40-x)=500(-x^2+30x+400)$

$$=500\left[-(x^2-30x+225)+625\right]=500\left[625-(x-15)^2\right]\le 500.625=312\,500$$

Dấu "=" xảy ra khi $x-15=0$ suy ra $x=15$ (thỏa mãn điều kiện)

Suy ra lợi nhuận cao nhất sau khi giảm giá là 312 500 nghìn đồng.

Giá mới để sau khi giảm giá thu được lợi nhuận cao nhất là:

$$19\,000\,000-15.100\,000=17\,500\,000 \text{ (đồng)}$$

Vậy cửa hàng bán với giá 17 500 000 đồng mỗi xe thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

------------------------------ HẾT ------------------------------