

TUYỂN TẬP CÁC BÀI TOÁN LẬP PHƯƠNG TRÌNH, HỆ PHƯƠNG TRÌNH, CÁC BÀI TOÁN THỰC TẾ TRONG KÌ THI CHUYÊN NĂM HỌC 2024 – 2025

Bài 1. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Đắk Lắk năm học 2024 - 2025)

Cho hình chữ nhật có số đo chiều dài, chiều rộng (theo đơn vị cm) là hai số nguyên dương phân biệt có chữ số tận cùng bằng nhau. Biết chu vi hình chữ nhật đó bằng 2024 cm. Tìm diện tích lớn nhất có được của hình chữ nhật đó.

Bài 2. (Đề thi vào 10 hệ chuyên – Toán chung - Chuyên Nga, Pháp, Trung tỉnh Hoà Bình năm học 2024 - 2025)

Một tổ công nhân được giao may 240 cái áo trong một số ngày quy định. Khi may xong 80 cái áo đầu tiên, tổ quyết định may thêm 20 cái áo mỗi ngày so với quy định. Vì vậy tổ hoàn thành công việc sớm hơn so với quy định 1 ngày và may thêm được 20 cái áo. Hỏi theo quy định thì tổ phải may trong bao nhiêu ngày?

Bài 3. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chung - tỉnh Hà Nam năm học 2024 - 2025)

Hai lớp 9A và 9B quyên góp ủng hộ sách giáo khoa cũ cho các bạn ở vùng cao. Lớp 9A mỗi bạn ủng hộ 2 quyển sách, lớp 9B mỗi bạn ủng hộ 3 quyển sách. Biết số học sinh cả hai lớp là 75 em và số quyển sách cả hai lớp quyên góp được là 190 quyển. Tính số học sinh ở mỗi lớp.

Bài 4. (Đề thi vào 10 Chuyên Toán Tin - tỉnh Sơn La năm học 2024 - 2025)

Một công ty đặt kế hoạch may 3000 chiếc áo trong một thời gian. Trong sáu ngày đầu công ty thực hiện đúng tiến độ. Những ngày sau đó mỗi ngày vượt mức 10 áo nên hoàn thành công việc trước hạn một ngày và may thêm được 60 chiếc áo nữa. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày công ty phải may bao nhiêu chiếc áo?

Bài 5. (Đề thi vào 10 chuyên Tin – Toán chuyên - tỉnh Hoà Bình năm học 2024 - 2025)

Kết thúc năm học 2022 - 2023, Hòa hỏi Bình: “*Bạn có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8 và điểm 9 vậy?*”. Bình trả lời: “*Số bài kiểm tra đạt điểm 8, điểm 9 của tớ nhiều hơn 21 và tổng số điểm của các bài kiểm tra đó là 183*”. Em hãy tính giúp Hòa xem Bình có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8 và bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 9 nhé.

Bài 6. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Bắc Ninh năm học 2024 - 2025)

Bạn An tham gia phiên chợ hè trong đó có sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ giá 3000 đồng và loại thẻ giá 2000 đồng. Bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại giá 3000 đồng và y thẻ loại giá 2000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2024000 đồng.

Bài 7. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Quảng Trị năm học 2024 - 2025)

Cho hai đồng sỏi, A và B . Nếu chuyển 100 viên sỏi từ đồng A sang đồng B thì số sỏi ở đồng B gấp đôi số sỏi ở đồng A . Còn nếu chuyển một số viên sỏi từ đồng B sang đồng A thì số sỏi ở đồng A gấp 6 lần số sỏi ở đồng B . Hỏi đồng A có ít nhất bao nhiêu viên sỏi?

Bài 8. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Sóc Trăng năm học 2024 - 2025)

Vào lúc 5 giờ sáng, tại khu du lịch sinh thái Hồ Bể thuộc xã Vĩnh Hải, thị xã Vĩnh Châu, một chiếc tàu cá xuất phát đi thẳng về hướng Đông với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ sáng cùng ngày, cũng tại đó một chiếc tàu du lịch xuất phát và đi thẳng về hướng Nam với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá là 10km/h. Đến 9 giờ khoảng cách giữa 2 tàu là 100km. Tính vận tốc mỗi tàu.

Bài 9. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Long An năm học 2024 - 2025)

Chương trình Đêm nhạc Trao của Câu lạc bộ Sự kiện Trường THPT chuyên Long An là một hoạt động thiện nguyện tạo được nhiều dấu ấn trong năm học 2023-2024. Đêm nhạc được tổ chức nhằm gây quỹ hỗ trợ cho lớp học tình thương tại thị trấn Tân Hưng, huyện Tân Hưng, tỉnh Long An. Ban tổ chức thực hiện gây quỹ thông qua 2 hình thức: bán vé và nhận quyên góp từ mạnh thường quân. Biết rằng số tiền thu được từ bán vé nhiều hơn số tiền quyên góp từ mạnh thường quân là 12 triệu đồng. Nếu thêm 6 triệu đồng vào số tiền quyên góp từ mạnh thường quân thì tổng số tiền quyên góp lúc này sẽ bằng 75% số tiền bán vé. Hỏi tổng số tiền ban tổ chức thu được từ hoạt động gây quỹ ở Đêm nhạc Trao là bao nhiêu?

Bài 10. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chung - trường Phổ thông Năng Khiếu TP Hồ Chí Minh năm học 2024 - 2025)

An và Bình cùng đi mua một số cây bút và vở, một cây bút giá 10 ngàn đồng và một quyển vở giá 20 ngàn đồng. Biết hai bạn mang theo số tiền vừa đủ để mua một số cây bút và vở và mỗi bạn đều mua số bút nhiều gấp đôi số vở. Khi đến nhà sách, được biết có chương trình giảm 10% mỗi cây bút và 20% mỗi quyển vở.

a) Bạn An nhận thấy trong chương trình giảm giá, với cùng số tiền mang theo, bạn mua được cùng số cây bút như dự định và mua được thêm 3 quyển vở. Hỏi bạn An mang theo bao nhiêu tiền và bạn An dự định mua bao nhiêu cây bút, bao nhiêu quyển vở?

b) Bạn Bình nhận thấy với chương trình giảm giá thì bạn mua được thêm 2 cây bút và 2 quyển vở và còn dư lại một số tiền. Hỏi bạn Bình mang theo bao nhiêu tiền (biết số tiền dư nhỏ hơn 10 ngàn đồng)?



HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Bài 1. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Đắk Lắk năm học 2024 - 2025)

Cho hình chữ nhật có số đo chiều dài, chiều rộng (theo đơn vị cm) là hai số nguyên dương phân biệt có chữ số tận cùng bằng nhau. Biết chu vi hình chữ nhật đó bằng 2024 cm. Tìm diện tích lớn nhất có được của hình chữ nhật đó.

Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng của hình chữ nhật đó là x, y (cm); $0 < x < y$; x, y nguyên.

Vì $x \neq y$; x, y có chữ số tận cùng bằng nhau nên $x - y \geq 10$; $x + y = 1012$.

$$\text{Ta có: } S = xy = \frac{1}{4}(x + y)^2 - \frac{1}{4}(x - y)^2 \Rightarrow S \leq \frac{1}{4} \cdot 1012^2 - \frac{1}{4} \cdot 10^2 = 256011.$$

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật bằng 256011 cm^2 khi chiều dài và chiều rộng lần lượt là 511 cm, 501 cm.

Bài 2. (Đề thi vào 10 Chuyên Nga, Pháp, Trung tỉnh Hoà Bình năm học 2024 - 2025)

Một tổ công nhân được giao may 240 cái áo trong một số ngày quy định. Khi may xong 80 cái áo đầu tiên, tổ quyết định may thêm 20 cái áo mỗi ngày so với quy định. Vì vậy tổ hoàn thành công việc sớm hơn so với quy định 1 ngày và may thêm được 20 cái áo. Hỏi theo quy định thì tổ phải may trong bao nhiêu ngày?

Lời giải

Gọi số áo tổ công nhân phải may mỗi ngày theo kế hoạch là x (áo, $x \in \mathbb{N}^*$)

Thời gian hoàn thành kế hoạch là $\frac{240}{x}$ (ngày).

Trên thực tế tổ đã hoàn thành: $240 + 20 = 280$ (cái áo)

Thời gian hoàn thành 80 cái áo đầu tiên là $\frac{80}{x}$ (ngày)

Thời gian hoàn thành 180 cái áo còn lại là $\frac{180}{x + 20}$ (ngày)

$$\text{Lập được phương trình: } \frac{240}{x} - \left(\frac{80}{x} + \frac{180}{x + 20} \right) = 1$$

Giải phương trình tìm được nghiệm $x = 40$ thỏa mãn yêu cầu.

Vậy theo kế hoạch tổ phải may trong $240 : 40 = 6$ ngày.

Bài 3. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chung - tỉnh Hà Nam năm học 2024 - 2025)

Hai lớp 9A và 9B quyên góp ủng hộ sách giáo khoa cũ cho các bạn ở vùng cao. Lớp 9A mỗi bạn ủng hộ 2 quyển sách, lớp 9B mỗi bạn ủng hộ 3 quyển sách. Biết số học sinh cả hai lớp là 75 em và số quyển sách cả hai lớp quyên góp được là 190 quyển. Tính số học sinh ở mỗi lớp.

Lời giải

Gọi số học sinh hai lớp 9A, 9B lần lượt là x, y (học sinh), ($x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 75$)

Tổng số học sinh cả hai lớp là 75 em nên ta có $x + y = 75$ (1)

Số sách giá khoa cũ lớp 9A quyên góp được là $2x$ (quyển)

Số sách giá khoa cũ lớp 9B quyên góp được là $3y$ (quyển)

Hai lớp quyên góp được 190 quyển nên ta có $2x + 3y = 190$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 2x + 3y = 190 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 150 \\ 2x + 3y = 190 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 35 \\ y = 40 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số học sinh lớp 9A là 35 học sinh và lớp 9B là 40 học sinh

Bài 4. (Đề thi vào 10 hệ chuyên – Chuyên Toán Tin - tỉnh Sơn La năm học 2024 - 2025)

Một công ty đặt kế hoạch may 3000 chiếc áo trong một thời gian. Trong sáu ngày đầu công ty thực hiện đúng tiến độ. Những ngày sau đó mỗi ngày vượt mức 10 áo nên hoàn thành công việc trước hạn một ngày và may thêm được 60 chiếc áo nữa. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày công ty phải may bao nhiêu chiếc áo?

Lời giải

Gọi số áo công ty phải may một ngày theo kế hoạch là x chiếc ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số ngày cần để may xong 3000 áo theo kế hoạch là $\frac{3000}{x}$ (ngày)

Số áo công ty may được trong 6 ngày đầu là $6x$ (chiếc áo).

Số áo công ty may trong những ngày còn lại là $3060 - 6x$ (chiếc áo)

Sau 6 ngày đầu, mỗi ngày công ty may được $x + 10$ (chiếc áo).

Số ngày cần để may $3060 - 6x$ chiếc áo là $\frac{3060 - 6x}{x + 10}$ (ngày).

Theo đề ra ta có phương trình $\frac{3000}{x} - \frac{3060 - 6x}{x + 10} = 7$

$$\Rightarrow 3000(x + 10) - (3060 - 6x)x = 7x(x + 10) \Rightarrow x^2 + 130x - 30000 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 120 \\ x = -250 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{N}^*$ nên $x = -250$ (không thỏa mãn)

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày công ty phải may 120 chiếc áo.

Bài 5. (Đề thi vào 10 chuyên Tin – Toán chuyên - tỉnh Sơn La năm học 2024 - 2025)

Kết thúc năm học 2022 - 2023, Hòa hỏi Bình: “Bạn có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8 và điểm 9 vậy?”. Bình trả lời: “Số bài kiểm tra đạt điểm 8, điểm 9 của tớ nhiều hơn 21 và tổng số điểm của các bài kiểm tra đó là 183”. Em hãy tính giúp Hòa xem Bình có bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 8 và bao nhiêu bài kiểm tra đạt điểm 9 nhé.

Lời giải

Gọi số bài điểm 8 và điểm 9 của Bình đạt được lần lượt là x, y (bài) ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Theo giả thiết $x + y > 21$.

Tổng số điểm của tất cả các bài kiểm tra đó là 183 nên ta có: $8x + 9y = 183$.

$$\text{Ta có } 183 = 8x + 9y \geq 8(x + y) \Rightarrow x + y \leq \frac{183}{8}.$$

Do $x + y \in \mathbb{N}^*$ và $21 < x + y \leq \frac{183}{8}$ nên $x + y = 22$.

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} x + y = 22 \\ 8x + 9y = 183 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 7 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy Bình được 15 bài điểm 8 và 7 bài điểm 9.

Bài 6. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Bắc Ninh năm học 2024 - 2025)

Bạn An tham gia phiên chợ hè trong đó có sử dụng hai loại thẻ: loại thẻ giá 3000 đồng và loại thẻ giá 2000 đồng. Bạn An muốn dùng hết số tiền tiết kiệm của mình để mua x thẻ loại giá 3000 đồng và y thẻ loại giá 2000 đồng. Tìm số cách mua có đủ cả hai loại thẻ nếu tiền tiết kiệm của bạn An là 2024000 đồng.

Lời giải

Trước tiên, từ giả thiết ta viết phương trình của bài toán:

$$3000x + 2000y = 2024000 \Rightarrow 3x + 2y = 2024$$

Tức số cách chính bằng số nghiệm $(x; y)$ nguyên dương của phương trình $3x + 2y = 2024$ (do yêu cầu mua đủ cả 2 loại thẻ, nên $x, y > 0$). Do 2024 và $2y$ đều chẵn, nên $3x$ chẵn, tức x chẵn.

Đặt $x = 2z$ với z nguyên dương, ta có phương trình mới: $3z + y = 1012$. Đến đây, ta thấy $y \geq 1 \Rightarrow 3z \leq 1011 \Rightarrow z \leq 337$

Mà z nguyên dương, nên có đúng 337 giá trị z thỏa mãn (tương ứng với giá trị y nguyên dương thỏa mãn $y = 1012 - 3z$).

Vậy kết luận An có đúng 337 cách mua sao cho đủ cả hai loại thẻ.

Bài 7. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Quảng Trị năm học 2024 - 2025)

Cho hai đồng sỏi, A và B . Nếu chuyển 100 viên sỏi từ đồng A sang đồng B thì số sỏi ở đồng B gấp đôi số sỏi ở đồng A . Còn nếu chuyển một số viên sỏi từ đồng B sang đồng A thì số sỏi ở đồng A gấp 6 lần số sỏi ở đồng B . Hỏi đồng A có ít nhất bao nhiêu viên sỏi?

Lời giải

Gọi số viên sỏi ở hai đồng A, B là x, y (viên), $(x, y \in \mathbb{N}^*)$. Theo bài ta có:

Nếu chuyển 100 viên từ đồng A sang đồng B thì số sỏi ở B gấp 2 lần số sỏi ở A , tức là $2(x - 100) = y + 100$ (1).

Nếu chuyển một số viên từ đồng B (giả sử là a) sang đồng A thì số sỏi ở A gấp 6 lần số sỏi ở B , tức là $x + a = 6(y - a)$

$$\text{Từ (1)(2), có: } \begin{cases} 2x - y = 300 \\ 6y - x = 7a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 300 \\ 12y - 2x = 14a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6y - 7a = 6 \cdot \frac{14a + 300}{11} - 7a = \frac{7a + 1800}{11} \\ y = \frac{14a + 300}{11} = 27 + a + \frac{3(a+1)}{11} \end{cases}$$

Vì y nguyên nên $\frac{3(a+1)}{11}$ nguyên hay $a+1 : 11$, do $\gcd(11,3)=1$.

Suy ra $a = 11k - 1$, k là số nguyên dương. Khi đó:
$$\begin{cases} x = 7k + 163 \geq 7 \cdot 1 + 163 = 170 \\ y = 14k + 26 \end{cases}$$

Khi $k = 1$. Thử lại với $x = 170, y = 40$ thoả mãn.

Vậy số sỏi ít nhất của đồng A là: 170 (viên)

Bài 8. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Sóc Trăng năm học 2024 - 2025)

Vào lúc 5 giờ sáng, tại khu du lịch sinh thái Hồ Bể thuộc xã Vĩnh Hải, thị xã Vĩnh Châu, một chiếc tàu cá xuất phát đi thẳng về hướng Đông với vận tốc không đổi. Đến 7 giờ sáng cùng ngày, cũng tại đó một chiếc tàu du lịch xuất phát và đi thẳng về hướng Nam với vận tốc lớn hơn vận tốc tàu cá là 10km/h. Đến 9 giờ khoảng cách giữa 2 tàu là 100km. Tính vận tốc mỗi tàu.

Lời giải

Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu cá, $x > 0$.

Khi đó $x + 10$ (km/h) là vận tốc của tàu du lịch.

Quãng đường tàu cá đi là $4x$ (km)

Quãng đường tàu du lịch đi là $2(x + 10) = 2x + 20$ (km)

Ta có phương trình $(4x)^2 + (2x + 20)^2 = 10000 \Rightarrow x^2 + 4x - 480 = 0$

Giải phương trình trên ta được nghiệm $x_1 = 20$ (thỏa mãn), $x_2 = -24$ (không thỏa mãn)

Vậy vận tốc của tàu cá là 20 km/h, vận tốc của tàu du lịch là 30 km/h.

Bài 9. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chuyên - tỉnh Long An năm học 2024 - 2025)

Chương trình Đêm nhạc Trao của Câu lạc bộ Sự kiện Trường THPT chuyên Long An là một hoạt động thiện nguyện tạo được nhiều dấu ấn trong năm học 2023-2024. Đêm nhạc được tổ chức nhằm gây quỹ hỗ trợ cho lớp học tình thương tại thị trấn Tân Hưng, huyện Tân Hưng, tỉnh Long An. Ban tổ chức thực hiện gây quỹ thông qua 2 hình thức: bán vé và nhận quyên góp từ mạnh thường quân. Biết rằng số tiền thu được từ bán vé nhiều hơn số tiền quyên góp từ mạnh thường

quân là 12 triệu đồng. Nếu thêm 6 triệu đồng vào số tiền quyên góp từ mạnh thường quân thì tổng số tiền quyên góp lúc này sẽ bằng 75% số tiền bán vé. Hỏi tổng số tiền ban tổ chức thu được từ hoạt động gây quỹ ở Đêm nhạc Trao là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là số tiền ban tổ chức nhận quyên góp từ mạnh thường quân ($x > 0$).

Suy ra số tiền bán vé là $x + 12$ (triệu đồng).

Theo đề bài, ta có phương trình $x + 6 = \frac{3}{4}(x + 12) \Rightarrow 4x + 24 = 3x + 36 \Rightarrow x = 12$ (nhận)

Suy ra số tiền quyên góp từ mạnh thường quân là 12 triệu đồng;

Số tiền bán vé là: $12 + 12 = 24$ (triệu đồng).

Vậy tổng số tiền ban tổ chức thu được từ hoạt động gây quỹ là $12 + 24 = 36$ (triệu đồng).

Bài 10. (Đề thi vào 10 hệ chuyên - Toán chung - trường Phổ thông Năng Khiếu TP Hồ Chí Minh năm học 2024 - 2025)

An và Bình cùng đi mua một số cây bút và vở, một cây bút giá 10 ngàn đồng và một quyển vở giá 20 ngàn đồng. Biết hai bạn mang theo số tiền vừa đủ để mua một số cây bút và vở và mỗi bạn đều mua số bút nhiều gấp đôi số vở. Khi đến nhà sách, được biết có chương trình giảm 10% mỗi cây bút và 20% mỗi quyển vở.

a) Bạn An nhận thấy trong chương trình giảm giá, với cùng số tiền mang theo, bạn mua được cùng số cây bút như dự định và mua được thêm 3 quyển vở. Hỏi bạn An mang theo bao nhiêu tiền và bạn An dự định mua bao nhiêu cây bút, bao nhiêu quyển vở?

b) Bạn Bình nhận thấy với chương trình giảm giá thì bạn mua được thêm 2 cây bút và 2 quyển vở và còn dư lại một số tiền. Hỏi bạn Bình mang theo bao nhiêu tiền (biết số tiền dư nhỏ hơn 10 ngàn đồng)?

Lời giải

a) Giá tiền mỗi cây bút sau khi giảm giá: $10 \cdot (1 - 10\%) = 9$ (ngàn đồng).

Giá tiền mỗi quyển vở sau khi giảm giá: $20 \cdot (1 - 20\%) = 16$ (ngàn đồng).

Gọi a, b lần lượt là số cây bút và số quyển vở mà bạn An đã mua ($a, b \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} a = 2b \\ 10a + 20b = 9a + 16(b + 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 16 \\ b = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Vậy bạn An dự định mua 16 cây bút và 8 quyển vở. Tổng số tiền An mang theo:

$$16 \cdot 10 + 8 \cdot 20 = 320 \text{ (ngàn đồng)}$$

b) Gọi c, d lần lượt là số cây bút, số quyển vở mà bạn Bình đã mua ($c, d \in \mathbb{N}^*$).

Gọi x (ngàn đồng) là số tiền còn thừa của Bình ($x \in \mathbb{N}, 0 < x < 10$). Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c = 2d \\ 10c + 20d = 9(c + 2) + 16(d + 2) + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2d \\ c + 4d = 50 + x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 2d \\ 6d = 50 + x \end{cases} \quad (*)$$

Từ phương trình (*) suy ra $50 + x$ chia hết cho 6, suy ra $x + 2$ chia hết cho 6. Mà $0 < x < 10$ nên suy ra $x = 4$. Từ đó thay vào hệ phương trình, ta tìm được $c = 18, d = 9$. (thỏa mãn)

Vậy tổng số tiền Bình mang theo: $18 \cdot 10 + 9 \cdot 20 = 360$ (ngàn đồng).

----- HẾT -----

