

I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (trong mỗi ý a, b, c, d chọn đúng hoặc sai)

Câu 1 (1,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{5}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+9}}{1-x}$.

- a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \neq 1$.
- b) Rút gọn biểu thức A được kết quả là $A = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+1}}$.
- c) Với $x = 6 - 2\sqrt{5}$ thì giá trị của biểu thức A bằng $\sqrt{5} - 1$.
- d) Số nguyên x nhỏ nhất để A nhận giá trị nguyên là $x = 0$.

Câu 2 (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3$ cm và $AC = 5$ cm.

- a) Độ dài $BC = 4$ cm.
- b) Độ dài $BH = \frac{9}{\sqrt{34}}$ cm.
- c) Tỉ số $\frac{BC}{HC} = \frac{34}{25}$.
- d) $\cos \widehat{ABC} - \tan \widehat{HAB} = \frac{15\sqrt{34} + 102}{170}$.

II. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

Câu 3 (0,5 điểm) Bảng sau cho biết trữ lượng bô xít (đơn vị: tỉ tấn) của các quốc gia trên thế giới (Nguồn: Cục Khảo sát địa chất Mỹ công bố năm 2022).

Quốc gia	Guinea	Việt Nam	Úc	Brazil	Các quốc gia còn lại
Trữ lượng (tỉ tấn)	7,4	5,8	5,3	2,7	9,8

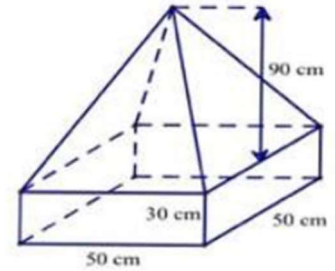
Tính tỉ số phần trăm trữ lượng bô xít của Việt Nam so với tổng trữ lượng bô xít của toàn thế giới (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 4 (0,5 điểm) Một hộp có 20 chiếc thẻ lần lượt được đánh các số $1, 2, 3, \dots, 19, 20$. Hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong số 20 thẻ đó. Tính xác suất của biến cố A: "Số trên thẻ được rút ra là số chia cho 5 dư 2".

Câu 5 (0,5 điểm) Cho x, y là các hệ số trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:

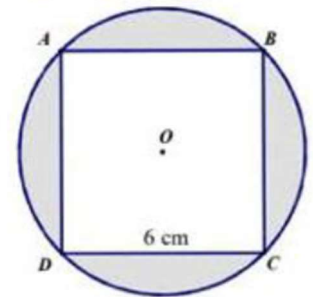


Câu 6 (0,5 điểm) Một khối bê tông có dạng như hình bên. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh 50 cm, chiều cao 30 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 90 cm. Tính thể tích của khối bê tông đó (kết quả tính theo đơn vị centimet khối).



Câu 7 (0,5 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $(d_1): y = x - 2$ song song với đường thẳng $(d_2): y = m^2x + m - 1$.

Câu 8 (0,5 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng 6 cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA . Tính diện tích phần tô đậm trong hình bên (kết quả tính theo đơn vị centimet vuông).



III. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

Câu 9 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0(1)$ với m là tham số.

- 1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
- 2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

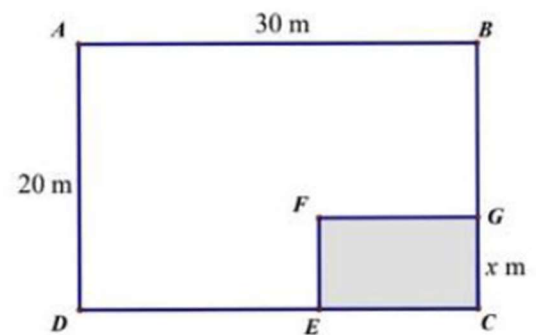
Câu 10 (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AC < AB$) có các đường cao là AD, BE và CF đồng quy tại điểm H . Kẻ AK vuông góc với EF tại K . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AC tại C . Đường thẳng d cắt đường thẳng AK tại T . Chứng minh rằng:

- 1) $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$.
- 2) Tứ giác $BTCH$ là hình bình hành.

Câu 11 (1,0 điểm)

1) Bác Đức có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 30$ m và chiều rộng $AD = 20$ m. Bác Đức muốn đào một cái ao hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết $CG = x$ (m). Tìm x để diện tích cái ao đó lớn nhất.

2) Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0$. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq 9$.



HẾT

I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (trong mỗi ý a, b, c, d chọn đúng hoặc sai)

Câu 1 (1,0 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB = 3$ cm và $AC = 5$ cm.

a) Độ dài $BC = \sqrt{34}$ cm.

b) Độ dài $CH = \frac{9}{\sqrt{34}}$ cm.

c) Tỉ số $\frac{BC}{BH} = \frac{34}{25}$.

d) $\cos \widehat{ABC} + \tan \widehat{HAB} = \frac{15\sqrt{34} + 102}{170}$.

Câu 2 (1,0 điểm)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \frac{5}{\sqrt{x-1}} - \frac{\sqrt{x+9}}{1-x}$.

a) Điều kiện xác định của biểu thức A là $x \geq 0$ và $x \neq 1$.

b) Rút gọn biểu thức A được kết quả là $A = \frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt{x-1}}$.

c) Với $x = 6 - 2\sqrt{5}$ thì giá trị của biểu thức A bằng $1 - \sqrt{5}$.

d) Số nguyên x lớn nhất để A nhận giá trị nguyên là $x = 4$.

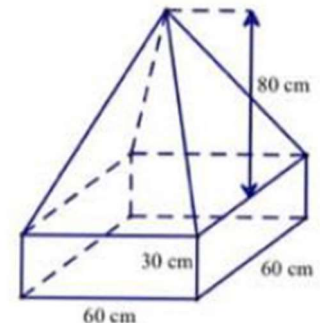
II. TRẢ LỜI NGẮN (viết đáp số của bài toán, không trình bày lời giải)

Câu 3 (0,5 điểm)

Một hộp có 20 chiếc thẻ lần lượt được đánh các số $1, 2, 3, \dots, 19, 20$. Hai thẻ khác nhau thì ghi hai số khác nhau. Rút ngẫu nhiên một thẻ trong số 20 thẻ đó. Tính xác suất của biến cố A : "Số trên thẻ được rút ra là số chia cho 7 dư 3".

Câu 4 (0,5 điểm)

Một khối bê tông có dạng như hình bên. Phần dưới của khối bê tông có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh 60 cm, chiều cao 30 cm. Phần trên của khối bê tông có dạng hình chóp tứ giác đều, chiều cao 80 cm. Tính thể tích của khối bê tông đó (kết quả tính theo đơn vị centimet khối).



Câu 5 (0,5 điểm) Bảng sau cho biết trữ lượng bô xít (đơn vị: tỉ tấn) của các quốc gia trên thế giới (Nguồn: Cục Khảo sát địa chất Mỹ công bố năm 2022).

Quốc gia	Guinea	Việt Nam	Úc	Brazil	Các quốc gia còn lại
Trữ lượng (tỉ tấn)	7,4	5,8	5,3	2,7	9,8

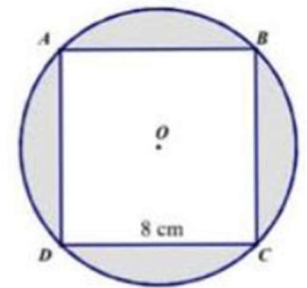
Tính tỉ số phần trăm trữ lượng bô xít của Việt Nam so với tổng trữ lượng bô xít của toàn thế giới (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 6 (0,5 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $(d_1): y = x - 2$ trùng với đường thẳng $(d_2): y = m^2x + m - 1$.

Câu 7 (0,5 điểm) Cho x, y là các hệ số trong phản ứng hóa học đã được cân bằng sau:



Câu 8 (0,5 điểm) Cho hình vuông $ABCD$ có tâm O và có cạnh bằng 8 cm. Vẽ đường tròn tâm O bán kính OA . Tính diện tích phần tô đậm trong hình bên (kết quả tính theo đơn vị centimet vuông).



III. TỰ LUẬN (trình bày chi tiết lời giải)

Câu 9 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0(1)$ với m là tham số.

- 1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
- 2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

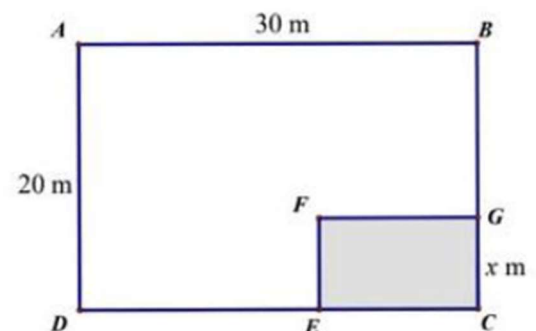
Câu 10 (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AC < AB$) có các đường cao là AD, BE và CF đồng quy tại điểm H . Kẻ AK vuông góc với EF tại K . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AC tại C . Đường thẳng d cắt đường thẳng AK tại T . Chứng minh rằng:

- 1) $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$.
- 2) Tứ giác $BTCH$ là hình bình hành.

Câu 11 (1,0 điểm)

1) Bác Đức có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 30$ m và chiều rộng $AD = 20$ m. Bác Đức muốn đào một cái ao hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết $CG = x$ (m). Tìm x để diện tích cái ao đó lớn nhất.

2) Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0$. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq 9$.



-----HẾT-----

TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI
TRƯỜNG THCS VÀ THPT NGUYỄN TẤT THÀNH

ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT VÀO LỚP 10

ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM

Năm 2025

Môn: TOÁN

(Đáp án - Thang điểm gồm có 03 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút

I. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI (2,0 điểm)

Câu	Ý	Nội dung		Điểm
		Mã 901	Mã 902	
1	a	Sai	Đúng	0,25
	b	Đúng	Sai	0,25
	c	Sai	Sai	0,25
	d	Đúng	Đúng	0,25
2	a	Sai	Đúng	0,25
	b	Đúng	Sai	0,25
	c	Đúng	Đúng	0,25
	d	Sai	Sai	0,25

II. TRẢ LỜI NGẮN (3,0 điểm)

Câu	Nội dung		Điểm
	Mã 901	Mã 902	
3	18,7%	0,15	0,5
4	0,2	204000 cm ³	0,5
5	$x + 2y = 5$	18,7%	0,5
6	150000 cm ³	$m = -1$	0,5
7	$m = 1$	$2x + y = 4$	0,5
8	$18\pi - 36 \text{ cm}^2$	$32\pi - 64 \text{ cm}^2$	0,5

III. TỰ LUẬN (5,0 điểm)

Câu 9 (2,0 điểm) Cho phương trình $x^2 + mx + m - 1 = 0(1)$ với m là tham số.

- 1) Chứng minh rằng phương trình (1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .
- 2) Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn hệ thức $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

Lời giải

1) PT(1) là PT bậc hai có $\Delta = (m-2)^2$.

Mà $(m-2)^2 \geq 0$ với mọi m nên PT(1) luôn có hai nghiệm x_1, x_2 với mọi m .

2) Theo định lý Vi-et ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$$

Mà $x_1^2 + x_2^2 = 2$ nên $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = 2$.

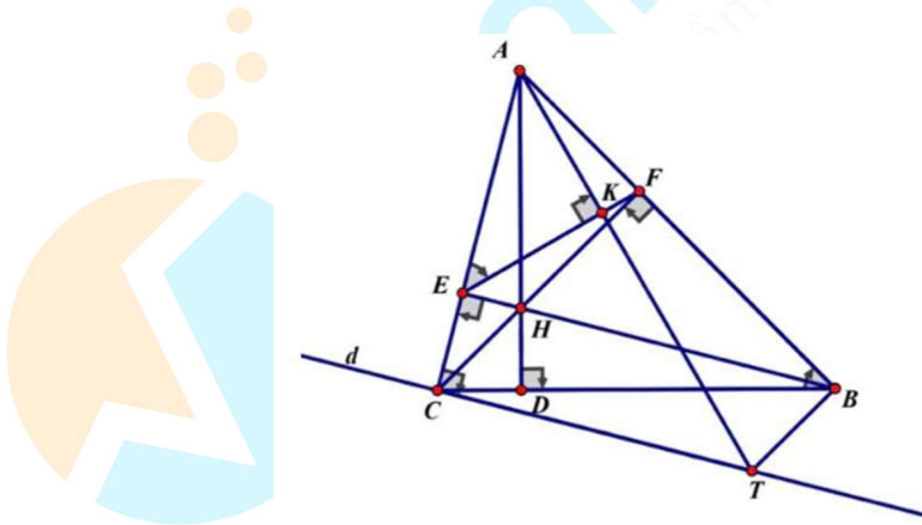
Do đó $(-m)^2 - 2(m-1) = 2$ hay $m^2 - 2m = 0$.

Giải PT tìm được $m = 0$ và $m = 2$.

Câu 10 (2,0 điểm) Cho tam giác nhọn ABC ($AC < AB$) có các đường cao là AD, BE và CF đồng quy tại điểm H . Kẻ AK vuông góc với EF tại K . Kẻ đường thẳng d vuông góc với AC tại C . Đường thẳng d cắt đường thẳng AK tại T . Chứng minh rằng:

- 1) $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ và $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$.
- 2) Tứ giác $BTCH$ là hình bình hành.

Lời giải



1) Xét $\triangle ABE$ và $\triangle ACF$ có \widehat{BAC} chung và $\widehat{AEB} = \widehat{AFC} = 90^\circ$ nên $\triangle ABE \sim \triangle ACF$ (g.g)

Suy ra $\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF}$, do đó $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ (đpcm) nên $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

Xét $\triangle AEF$ và $\triangle ABC$ có:

\widehat{BAC} chung

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

Do đó $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ (c.g.c).

Suy ra $\widehat{ABC} = \widehat{AEF}$ (hai góc tương ứng) (đpcm).

2) Xét $\triangle AKE$ và $\triangle ACT$ có:

\widehat{TAC} chung

$$\widehat{AKE} = \widehat{ACT} = 90^\circ$$

Nên $\triangle AKE \sim \triangle ACT$ (g.g). Suy ra $\frac{AE}{AT} = \frac{AK}{AC}$ hay $AE \cdot AC = AT \cdot AK$.

Mà $AE \cdot AC = AF \cdot AB$ (chứng minh trên) nên $AF \cdot AB = AT \cdot AK$. Suy ra $\frac{AF}{AT} = \frac{AK}{AB}$.

Xét $\triangle AKF$ và $\triangle ABT$ có:

\widehat{BAT} chung

$$\frac{AF}{AT} = \frac{AK}{AB} \text{ (chứng minh trên)}$$

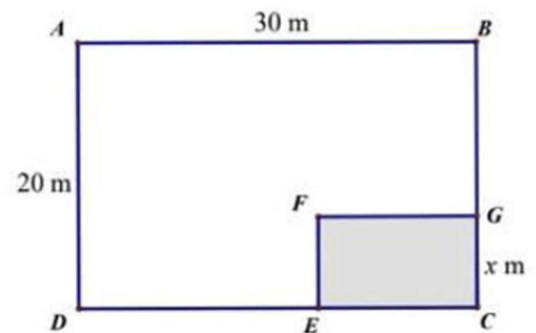
Nên $\triangle AKF \sim \triangle ABT$ (c.g.c). Suy ra $\widehat{ABT} = \widehat{AKF} = 90^\circ$, do đó $BT \perp AB$. Mà $CH \perp AB$ nên $BT \parallel CH$.

Lại có $CT \parallel BH$ ($\perp AC$) nên tứ giác $BTCH$ là hình bình hành (đpcm).

Câu 11 (1,0 điểm)

1) Bác Đức có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 30$ m và chiều rộng $AD = 20$ m. Bác Đức muốn đào một cái ao hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m (tham khảo hình vẽ bên). Biết $CG = x$ (m). Tìm x để diện tích cái ao đó lớn nhất.

2) Cho hai số thực a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0$. Chứng minh $a^2 + b^2 \geq 9$.



Lời giải

1) Hình chữ nhật $CEFG$ có chu vi bằng 84 m, mà $EF = CG = x$

Nên $CE = FG = 42 - x$. Điều kiện $0 \leq x \leq 20$.

Do đó $S_{CEFG} = x(42 - x) = -(21 - x)^2 + 21^2$.

Mà $0 \leq x \leq 20$. nên $1 \leq 21 - x \leq 21$, do đó $S_{CEFG} = -(21 - x)^2 + 21^2 \leq -1^2 + 21^2 = 440$.

Dấu " $=$ " xảy ra khi $x = 20$ (thỏa mãn).

Vậy diện tích cái ao đó lớn nhất lớn nhất khi $x = 20$.

2)

Chứng minh bất đẳng thức: Với mọi số thực A, B, C, D ta có: $(A^2 + B^2)(C^2 + D^2) \geq (AC + BD)^2$ (*)

Suy ra $(AD - BC)^2 \geq 0$ luôn đúng với mọi số thực A, B, C, D .

Dấu " $=$ " xảy ra khi $AD = BC$.

Ta có $a^2 + b^2 - 6a + 8b + 21 \leq 0 \Leftrightarrow (a - 3)^2 + (b + 4)^2 \leq 4$.

Áp dụng BĐT (*), ta có $4 \geq (a - 3)^2 + (b + 4)^2 \geq \frac{[3(a - 3) - 4(b + 4)]^2}{3^2 + (-4)^2} = \frac{(3a - 4b - 25)^2}{25}$.

Do đó $(3a - 4b - 25)^2 \leq 100$, suy ra $3a - 4b - 25 \geq -10$ hay $3a - 4b \geq 15$.

Lại có $a^2 + b^2 \geq \frac{(3a - 4b)^2}{3^2 + 4^2} \geq \frac{15^2}{25} = 9$. Dấu bằng xảy ra khi $a = \frac{9}{5}$ và $b = \frac{-12}{5}$.

Vậy $a^2 + b^2 \geq 9$ khi $a = \frac{9}{5}$ và $b = \frac{-12}{5}$.