

## MỤC LỤC

| HỆ THỐNG ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KÌ I LỚP 9 | TRANG |        |
|----------------------------------------|-------|--------|
|                                        | Đề    | Đáp án |
| ĐỀ SỐ 1                                | 3     | 23     |
| ĐỀ SỐ 2                                | 5     | 29     |
| ĐỀ SỐ 3                                | 7     | 34     |
| ĐỀ SỐ 4                                | 9     | 39     |
| ĐỀ SỐ 5                                | 11    | 46     |
| ĐỀ SỐ 6                                | 13    | 52     |
| ĐỀ SỐ 7                                | 15    | 57     |
| ĐỀ SỐ 8                                | 17    | 62     |
| ĐỀ SỐ 9                                | 18    | 67     |
| ĐỀ SỐ 10                               | 20    | 74     |



# HỆ THỐNG ĐỀ THI



MathExpress  
Sáng mãi niềm tin

**Thời gian làm bài: 90 phút**

#### Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một mặt bàn hình tròn có đường kính 1,4 m. Phủ một tấm khăn vải hình tròn lên mặt bàn hình tròn đó thì phần vải rủ xuống xung quanh có độ dài là 30 cm. Hỏi diện tích của khăn trải bàn là bao nhiêu  $m^2$ ? (coi độ dày của mặt bàn không đáng kể và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



2) Cho đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB=2R$ .  $C$  là trung điểm của  $OA$ . Qua  $C$ , vẽ dây  $MN$  vuông góc với  $OA$ .

a) Chứng minh  $AM=MO=OA$ .

b) Gọi  $K$  là điểm tùy ý trên cung nhỏ  $BN$ . Chứng minh  $\widehat{AKM} = 30^\circ$  và  $\triangle MBN$  đều.

c) Tìm vị trí điểm  $K$  để  $KM+KN+KB$  có giá trị lớn nhất.

#### Bài V. (0,5 điểm)

Một chiếc đu quay hình tròn có chu vi 470 m, tâm của vòng quay ở độ cao 80 m so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu so với mặt đất biết đu quay quay đều trong suốt quá trình quay (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



HẾT

# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## ĐỀ SỐ 2

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### BÀI I. (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$  với  $x > 0, x \neq 9$ .

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ .

c) Đặt  $P = \frac{B}{A}$ . Tìm  $x$  để  $P \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5}$ .

### BÀI II. (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Bác Hà muốn mua một chiếc áo sơ mi và một chiếc quần âu. Tổng số tiền theo giá niêm yết của chiếc áo sơ mi và chiếc quần âu đó là 700 nghìn đồng. Bác Hà mua vào dịp "Tuần lễ người Việt Nam ưu tiên dùng hàng Việt Nam" nên so với giá niêm yết, áo sơ mi được giảm 15% và quần âu được giảm 18%. Do đó tổng số tiền bác Hà phải trả là 583 nghìn đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?

### BÀI III. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2(x+y) + 3(x-y) = 4 \\ (x+y) + 2(x-y) = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình:  $x^2(x-3) + 4(3-x) = 0$ .

c) Giải bất phương trình:  $4x(3x-1) \geq 3(2x+5)^2 - 11$ .

### BÀI IV. (3,5 điểm)

1) Bậc thềm của tòa nhà cao 0,5m so với mặt đất. Để hỗ trợ người khuyết tật đi lại, người ta thiết kế lối đi dành cho xe lăn là một dốc nghiêng với khoảng cách từ chân dốc đến đỉnh dốc là 6m. Hỏi đường lên dốc tạo với phương nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (Số đo góc làm tròn đến độ).



2) Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn. Từ  $A$  kẻ tiếp tuyến  $AB$  với đường tròn  $(O)$  ( $B$  là tiếp điểm). Kẻ đường kính  $BC$  của đường tròn  $(O)$ , đoạn thẳng  $AC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $D$ . Kẻ  $OH \perp CD$  ( $H \in CD$ ).

a) Chứng minh bốn điểm  $A, B, O, H$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $\triangle OHC$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  và  $CH.CA = 2R^2$ .

c) Gọi  $N$  là giao điểm của  $BH$  và  $DO$ . Kẻ  $AK \perp BH$  ( $K \in BH$ ),  $AK$  cắt  $BD$  tại  $I$ . Chứng minh các điểm  $C, N, I$  thẳng hàng.

#### Bài V. (0,5 điểm)

Một khách sạn có 100 phòng cùng giá tiền cho thuê. Qua khảo sát người ta thấy rằng: nếu ban đầu mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 480 nghìn đồng trong một ngày thì luôn kín các phòng, tuy nhiên khi tăng giá phòng thêm  $x\%$  ( $x \geq 0$ ) so với mức giá ban đầu thì số lượng phòng cho thuê giảm đi  $\frac{4x}{5}\%$  phòng. Hỏi khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là bao nhiêu để khách sạn đạt doanh thu một ngày cao nhất?

----- HẾT -----

# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## ĐỀ SỐ 3

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### BÀI I. (2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $(2x - 3)(x + 1) = 0$

b)  $\frac{2}{x+2} + \frac{5}{2-x} = \frac{x+6}{x^2-4}$

c)  $\begin{cases} 3x - 5y = -18 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

### BÀI II. (1,0 điểm)

Giải các bất phương trình sau:

a)  $5x - 11 \geq -3x + 5$

b)  $\frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4}$

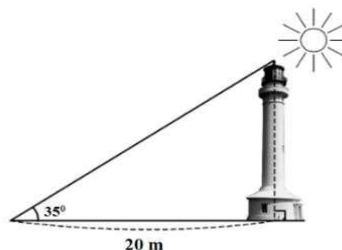
### BÀI III. (2,5 điểm)

1) Một người đi xe đạp từ A đến B với tốc độ trung bình 15 km/h. Lúc về người đó chỉ đi với tốc độ 12 km/h, nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 45 phút. Tính quãng đường AB.

2) Bác Toàn chia số tiền 600 triệu đồng của mình cho hai khoản đầu tư. Sau một năm, tổng tiền lãi thu được là 40 triệu đồng. Lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 6%/năm và khoản đầu tư thứ hai là 8%/năm. Tính số tiền bác Toàn đầu tư cho mỗi khoản.

### BÀI IV. (4,0 điểm)

1) Hải đăng Trường Sa Lớn nằm trên đảo Trường Sa Lớn - "thủ phủ" quần đảo Trường Sa có chiều cao bao nhiêu? Biết rằng tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh của ngọn hải đăng hợp với mặt đất một góc  $35^\circ$  và bóng của ngọn hải đăng trên mặt đất dài 20 m.



(làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

2) Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn,  $AB > AC$ , hai đường cao  $BD$  và  $CE$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh rằng bốn điểm  $B, E, D, C$  cùng thuộc một đường tròn. Hãy chỉ rõ tâm  $O$  của đường tròn này.

b) Chứng minh:  $AB \cdot AE = AC \cdot AD$ .

c) Gọi  $R$  là bán kính của đường tròn tâm  $O$ . Giả sử  $\widehat{DBC} = 30^\circ$ , trên tia đối của tia  $CB$ , lấy điểm  $M$  sao cho  $CM = R$ . Chứng minh  $DM$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  và  $DM^2 = 3R^2$ .



## Bài V. (0,5 điểm)

Một rạp chiếu phim có 120 ghế, giá vé hiện tại là 100 nghìn đồng mỗi vé. Với giá vé này, tất cả các ghế đều được bán hết cho mỗi suất chiếu. Ban quản lý rạp phim đang xem xét việc tăng giá vé để tối ưu hóa doanh thu. Sau khi thử nghiệm, rạp phim nhận thấy cứ mỗi lần tăng giá thêm 5 nghìn đồng, số ghế bị bỏ trống sẽ tăng thêm 4 ghế. Hỏi mức giá vé mới là bao nhiêu để rạp phim đạt doanh thu lớn nhất?

----- HẾT -----

MathExpress  
Sáng mãi niềm tin



## ĐỀ SỐ 4

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

## Bài I. (1,5 điểm)

1) Giải các hệ phương trình và bất phương trình sau:

$$\text{a) } \begin{cases} (x-2)(y+3) = xy \\ (x+2)(y-1) = xy \end{cases}$$

$$\text{b) } 3-2x > x-6$$

2) Tìm  $a, b$  để hệ phương trình:  $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - (b-1)y = 4 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y) = (2; 3)$ .

## Bài II. (2,5 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức:

$$\text{a) } 2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{50}$$

$$\text{b) } \sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$$

2) Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-5}{3}$ ;  $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ .

a) Tính giá trị của  $A$  khi  $x=9$ .b) Rút gọn biểu thức  $B$ .c) Cho  $P = A \cdot B$ . Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất để  $P < \frac{1}{2}$ .

## Bài III. (2,0 điểm)

Hai tổ sản xuất được giao kế hoạch làm 500 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do số lượng đơn hàng nhiều nên khi thực hiện, tổ I đã tăng năng suất thêm 15%, tổ II tăng thêm 25% so với dự định. Vì vậy trong thời gian quy định, họ đã vượt chỉ tiêu 95 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch ban đầu.

## Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một chiếc xe đi từ chân một con dốc lên đỉnh dốc với vận tốc là 4 m/s thì hết 1 phút 20 giây. Tính độ cao của đỉnh dốc so với chân dốc biết góc tạo bởi con dốc so với phương ngang là  $5^\circ$ .  
(Làm tròn đến đơn vị mét)

2) Cho nửa đường tròn  $(O, R)$  đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  cùng phía với nửa đường tròn. Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $C$ , kẻ tiếp tuyến thứ hai  $CM$  tới nửa đường tròn.

a) Chứng minh 4 điểm  $A, O, M, C$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng vuông góc với  $OC$  tại  $O$  cắt tiếp tuyến tại  $B$  của  $(O)$  ở  $D$ . Chứng minh ba điểm:  $C, M, D$  thẳng hàng và  $MC \cdot MD = R^2$ .

c) Gọi  $K$  là giao điểm của  $OD$  với  $BM$ . Xác định vị trí của  $C$  trên tia  $Ax$  để chu vi tam giác  $OMK$  lớn nhất.

#### Bài V. (0,5 điểm)

Cho điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$ . Vẽ về cùng một phía các tia  $Ax, By$  vuông góc với  $AB$ . Lấy  $C$  thuộc  $Ax$ ,  $D$  thuộc  $By$  sao cho góc  $CMD$  bằng  $90^\circ$ .

Xác định vị trí của  $C$  và  $D$  để diện tích tam giác  $CMD$  nhỏ nhất.

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 5

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

## Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{4-x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

- Tính giá trị của biểu thức  $B$  khi  $x = 25$ .
- Rút gọn biểu thức  $A$ .
- Biết  $M = \frac{A}{B}$ . Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $M < \frac{1}{2}$ .

## Bài II. (2,5 điểm)

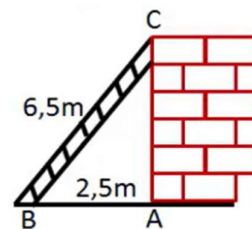
- Giải phương trình:  $1 + \frac{2x-5}{x-2} - \frac{3x-5}{x-1} = 0$  (với  $x \neq 1; x \neq 2$ ).
- Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ x - 7y = -13 \end{cases}$ .
- Giải bất phương trình:  $3 - 2x - \frac{6+9x}{3} > 0$ .

## Bài III. (1,0 điểm)

Hai xe máy cùng xuất phát đi quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên. Xe máy thứ nhất đi hết 2 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 2 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe máy thứ hai là 5 km. Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

## Bài IV. (4,0 điểm)

- Một chiếc thang dài 6,5 m được đặt dựa vào tường, biết khoảng cách từ chân thang đến chân tường là 2,5 m (như hình vẽ). Tính góc tạo bởi chiếc thang với mặt đất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).  
Biết rằng tường được xây vuông góc với mặt đất.



2) Từ điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$  với  $OM > 2R$ , kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  của đường tròn  $(O)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $AB$  và  $OM$ , vẽ đường kính  $AC$ .

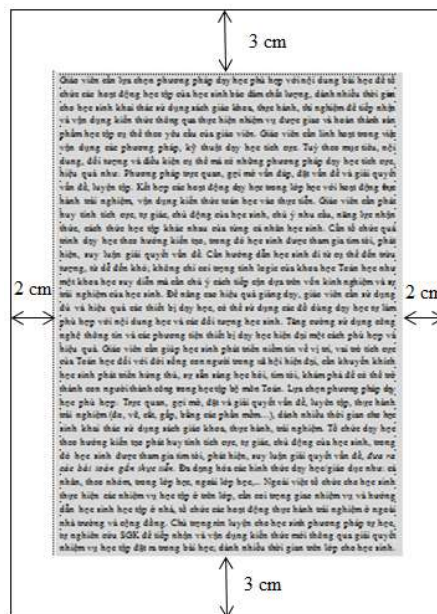
a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, M, B$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh:  $AB \perp OM$  tại  $H$  và  $OA^2 = OH \cdot OM$ .

c) Vẽ  $BE \perp AC$  tại  $E$ ,  $BE$  cắt  $MC$  tại  $F$ . Chứng minh:  $F$  là trung điểm  $EB$ .

### Bài V. (0,5 điểm)

Cho một trang giấy biết phần màu xám trong hình vẽ dưới đây chứa một đoạn văn bản có diện tích  $384\text{cm}^2$ . Biết rằng trang giấy được căn lề trái 2cm, lề phải 2cm, lề trên 3cm và lề dưới 3cm. Tìm chiều dài và chiều rộng của trang giấy để trang giấy có diện tích nhỏ nhất.



HẾT

## ĐỀ SỐ 6

### ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

#### Bài I. (3,0 điểm)

1) Giải phương trình và hệ phương trình

a)  $x^2 - 4 + (x - 2)(2x + 1) = 0$

b) 
$$\begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một nhóm cổ động viên bóng đá dự định mua vé xem đội tuyển Việt Nam thi đấu. Ban tổ chức phát hành hai loại vé với mệnh giá khác nhau. Nếu mua 3 vé loại I và 5 vé loại II thì hết tổng số tiền 1900 nghìn đồng. Nếu mua 4 vé loại I và 4 vé loại II thì hết tổng số tiền là 2000 nghìn đồng. Tính giá tiền của một vé loại I và một vé loại II.

#### Bài II. (1,0 điểm)

1) Giải bất phương trình:  $5x - 1 > 3x + 3$ .

2) Rút gọn biểu thức:  $\sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{2}(\sqrt{8} - 3)$ .

#### Bài III. (1,5 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x} + 3} + \frac{x + 9}{x - 9}$  với  $x > 0, x \neq 9$ .

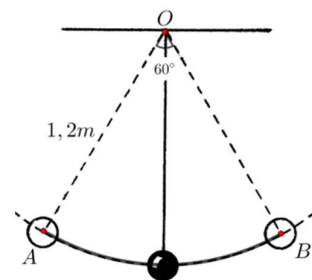
1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3}$ .

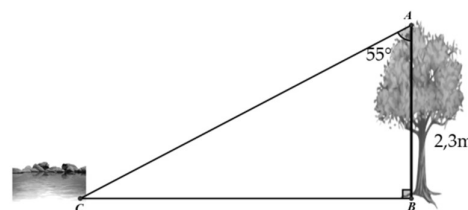
3) Tìm các giá trị của  $x$  để  $A \cdot B < 1$ .

#### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một con lắc di chuyển từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  (hình bên). Tính độ dài quãng đường  $AB$  mà con lắc di chuyển, biết rằng sợi dây  $OA$  có chiều dài bằng 1,2 mét và số đo góc  $AOB$  bằng  $60^\circ$ . (lấy  $\pi \approx 3,14$ , sợi dây không giãn trong quá trình di chuyển).



2) Một người đứng từ vị trí  $A$  trên ngọn cây cách mặt đất khoảng cách  $AB = 2,3$  m. Người đó nhìn thấy một hồ nước theo hướng  $AC$  tạo với phương thẳng đứng góc  $CAB$  bằng  $55^\circ$ . Tính khoảng cách  $BC$  từ hồ nước tới gốc cây (*làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)



3) Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ , đường kính  $AB$ . Trên nửa đường tròn lấy điểm  $M$  khác  $A$  và  $B$ . Các tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ) tại điểm  $A$  và tại điểm  $M$  cắt nhau tại điểm  $C$ .

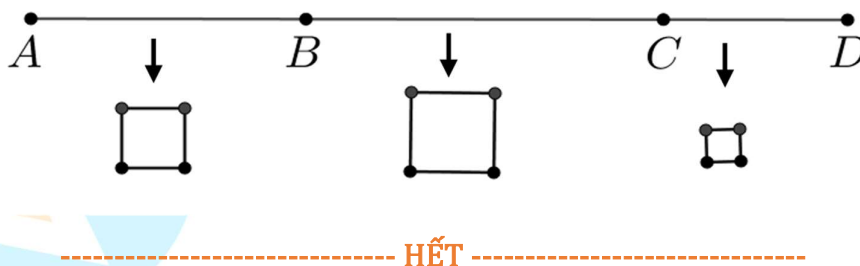
a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, C, M$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Qua điểm  $O$  kẻ một đường thẳng song song với  $AM$ . Đường thẳng này cắt  $MB$  tại  $H$  và cắt đường thẳng  $CM$  tại  $D$ . Chứng minh  $OH = \frac{1}{2} AM$  và  $BD$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ).

c)  $OD$  cắt nửa đường tròn ( $O$ ) tại  $K$ . Gọi  $E$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $K$  tới  $CD$ . Chứng minh  $HE$  vuông góc với  $MK$ .

#### Bài V. (0,5 điểm)

Chuẩn bị đón năm mới, bạn Lan dự định trang trí bảng tin của lớp bằng các họa tiết hình vuông. Để tạo ra các hình vuông, bạn Lan cắt mỗi đoạn dây dài 60 cm thành 3 đoạn nhỏ. Sau đó mỗi đoạn nhỏ được uốn lại thành một hình vuông (hình bên dưới). Hỏi phải chia đoạn dây thành 3 phần có độ dài như thế nào để tổng diện tích các hình vuông có giá trị nhỏ nhất.



HẾT



## ĐỀ SỐ 7

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### Bài I. (1,5 điểm)

Giải các phương trình và bất phương trình sau :

1)  $(x-3)(2x+4)=0$

2)  $-2x+6 \geq 0$

3)  $\frac{x-7}{2} + \frac{3x-5}{8} > \frac{x}{4}$

### Bài II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức :  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$  và  $B = \frac{-9\sqrt{x}+10}{x-4} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

1) Tìm giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=16$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ .

3) Đặt  $P = B : A$ . Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P < \frac{1}{2}$ .

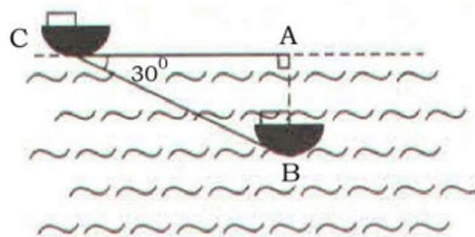
### Bài III. (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 700 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện, tổ thứ nhất vượt mức 20%, tổ thứ hai giảm mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ sản xuất được 720 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ sản xuất bao nhiêu sản phẩm ?

### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Trong một buổi tập luyện, một tàu ngầm ở trên mặt biển lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc  $30^\circ$  (xem hình vẽ bên). Khi tàu ở độ sâu 100 mét so với mặt nước biển thì tàu đi được quãng đường dài bao nhiêu mét?



2) Cho nửa đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB$ . Trên nửa đường tròn  $(O)$  lấy một điểm  $D$  ( $D$  khác  $A$  và  $B$ ). Tiếp tuyến của nửa đường tròn  $(O)$  tại  $A$  và  $D$  cắt nhau ở điểm  $C$ . Gọi  $F$  là hình chiếu của  $D$  trên đoạn thẳng  $AB$ . Tia  $BC$  cắt nửa đường tròn  $(O)$  tại  $E$ .

a) Chứng minh  $\triangle AEB$  vuông.

b) Chứng minh  $CE \cdot CB = CA^2$  và  $\widehat{CDE} = \widehat{CBD}$ .

c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $DF$ . Chứng minh ba điểm  $B, I, C$  thẳng hàng.



**Bài V. (0,5 điểm)**

Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là  $384 \text{ cm}^2$ . Lề trên, lề dưới là 3 cm; lề phải, lề trái là 2 cm. Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang giấy là nhỏ nhất?

----- HẾT -----



## ĐỀ SỐ 8

### ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

#### Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3}$  và  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$  (Với  $x \geq 0; x \neq 9$ ).

- a) Tính giá trị biểu thức  $B$  khi  $x = 25$ .  
 b) Rút gọn biểu thức  $P = A - B$ .  
 c) Tìm số tự nhiên  $x$  lớn nhất để  $P \leq \frac{1}{3}$ .

#### Bài II. (2,0 điểm)

Trên quãng đường  $AB$  dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe khách khởi hành từ  $A$  đến  $B$ , xe tải khởi hành từ  $B$  về  $A$ . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải là 10 km/h. Tính quãng đường mỗi xe đi được từ khi xuất phát đến khi hai xe gặp nhau?

#### Bài III. (2,0 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $2\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{5}$ .

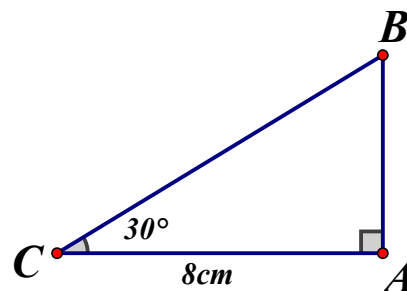
b)  $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}$ .

2) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$$

#### Bài IV. (3,5 điểm)

1) Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gấp xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc  $30^\circ$ . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là 8m.

Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó khi chưa gãy (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho  $\triangle ABC$  có 3 góc nhọn, đường cao  $AH$ , kẻ  $HE \perp AC$  tại  $E$ ,  $HD \perp AB$  tại  $D$ . Gọi  $O$  là trung điểm của  $AH$ .

- a) Chứng minh rằng:  $A, E, H, D$  cùng thuộc một đường tròn tâm  $O$ .  
 b) Chứng minh rằng:  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ .  
 c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $HC$ . Chứng minh rằng  $IE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

**Bài V. (0,5 điểm)** Giải phương trình:  $7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$ .

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 9

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

## Bài I. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a)  $x - 3 - 3x(x - 3) = 0$

b)  $\frac{4x-2}{3} + x \leq \frac{1+5x}{4}$

2) Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

3) Tính giá trị biểu thức:  $M = \sqrt{32} - 3\sqrt{8} + 6\sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{50}$

## Bài II. (2,0 điểm)

Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ .1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 16$ .2) Rút gọn biểu thức  $B$ .3) Biết  $P = B : A$ . Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  sao cho  $P < 1$ .

## Bài III. (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024, trường A và trường B có tất cả 700 học sinh lớp 9 tham gia dự thi. Kết quả có 500 học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm. Biết tỉ lệ đó của trường A là 60% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 tham gia dự thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024.

## Bài IV. (4,0 điểm)

1) Tính chiều cao của một toà tháp, biết rằng khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc  $40^\circ$  thì bóng của toà tháp trên mặt đất có chiều dài là 135 m, (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

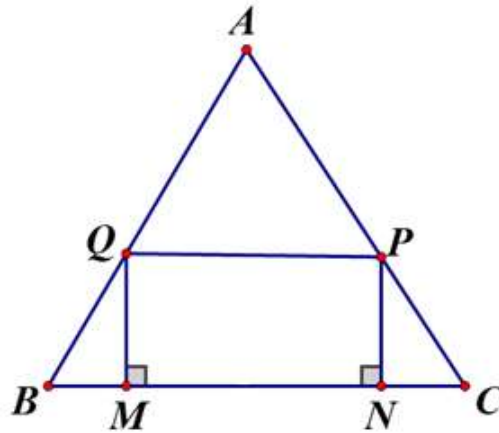
2) Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Từ  $A$  vẽ tiếp tuyến  $AB$ , tiếp tuyến  $AC$  của đường tròn  $(O; R)$  với  $(B, C$  là tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ . Tia  $AO$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $M$  và  $N$  ( $M$  nằm giữa  $A$  và  $N$ ).

a) Chứng minh rằng bốn điểm  $A, B, O, C$  cùng nằm trên một đường tròn.

- b) Chứng minh  $AO$  vuông góc với  $BC$  và  $AM \cdot AN = AH \cdot AO$   
 c) Kẻ đường kính  $BD$ , gọi  $E$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $C$  đến  $BD$ ,  $K$  là giao điểm của  $AD$  và  $CE$ . Chứng minh rằng  $K$  là trung điểm của  $CE$ .

#### Bài V. (0,5 điểm)

Đoàn Thanh niên của một xã trong huyện tham dự làm trại hè năm 2024 với trang trí cổng trại hình tam giác đều  $ABC$  có cạnh 6m. Các đoàn viên cần làm cửa ra vào hình chữ nhật  $MNPQ$  sao cho đỉnh  $M$  và đỉnh  $N$  nằm trên cạnh  $BC$ , đỉnh  $P$  và đỉnh  $Q$  theo thứ tự nằm trên cạnh  $AC$  và cạnh  $AB$  (hình vẽ). Hỏi có thể làm cửa ra vào hình chữ nhật  $MNPQ$  với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?



-----HẾT-----

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

## ĐỀ SỐ 10

## Bài I. (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a)  $x(x-7)+x-7=0$ ;

b)  $\frac{x-1}{x-2}+3=\frac{x-8}{2-x}$ .

2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x-2y=12(1) \\ 2x+3y=3(2) \end{cases}$ .

3) Giải bất phương trình  $x^2-3x+1 \geq 2(x-1)-x(3-x)$ .

## Bài II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$  và  $B=\frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}-\frac{x-15}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .1) Tính giá trị biểu thức  $A$  với  $x=4$ .

2) Chứng minh  $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .

3) Cho  $P=\frac{B}{A}$ . Tìm các số nguyên tố  $x$  để  $P < 1$ .

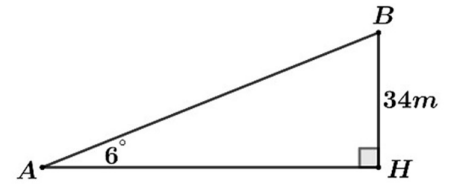
## Bài III. (1,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Anh Nam dự định mua một lò vi sóng và một máy rửa bát với tổng số tiền theo giá niêm yết là 8610000 đồng. Vì hôm đó cửa hàng có chương trình khuyến mãi giảm 5% cho lò vi sóng và 6% cho máy rửa bát nên anh Nam đã mua thêm một máy rửa bát nữa để tặng người thân. Tổng số tiền anh trả cho cửa hàng là 13527000 đồng. Hỏi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát là bao nhiêu?

**Bài IV. (4,0 điểm)**

1) Một người đi xe đạp lên một đoạn đường dốc từ  $A$  đến  $B$  có độ nghiêng  $6^\circ$  so với mặt đất. Biết đỉnh dốc cao khoảng 34 m so với phương nằm ngang. Hỏi đoạn đường dốc đó dài bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



2) Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  của đường tròn. Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $C$  sao cho  $AC > R$ . Từ  $C$  kẻ tiếp tuyến  $CD$  của đường tròn  $(O)$  ( $D$  là tiếp điểm).

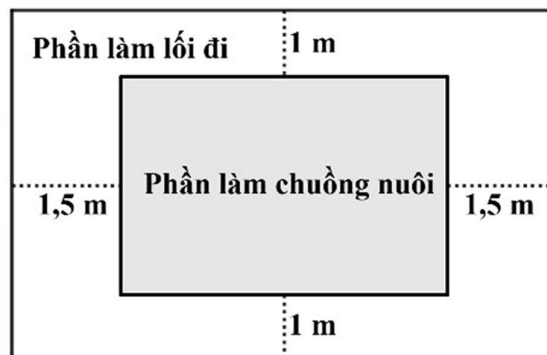
a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, C, D$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh  $OC$  vuông góc với  $AD$  và  $OC$  song song với  $BD$ .

c) Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt tia  $BD$  tại  $M$ ,  $CO$  cắt  $AM$  tại  $N$ ,  $CD$  cắt  $OM$  tại  $E$ ,  $CM$  cắt  $OD$  tại  $F$ . Chứng minh  $N, E, F$  thẳng hàng.

**Bài V. (0,5 điểm)**

Bác Vinh dự định dành ra một thửa đất có dạng hình chữ nhật trong mảnh đất lớn của gia đình để làm khu chăn nuôi. Bác dự định để phần đất ở giữa dạng hình chữ nhật để làm chuồng nuôi, phần còn lại ốp gạch làm lối đi (như hình bên). Biết tổng diện tích chuồng nuôi và lối đi là  $864 \text{ m}^2$ . Hỏi bác Vinh nên chọn các kích thước của thửa đất là bao nhiêu để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



-----HẾT-----

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT



MathExpress  
Sáng mãi niềm tin



# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## ĐỀ SỐ 1

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### Bài I. (1,5 điểm)

1) Trong một đợt quyên góp sách giáo khoa cũ của khối 9, số sách học sinh lớp 9A quyên góp được thống kê và phân loại qua biểu đồ tranh sau:

|                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Sách Toán                                                                                                                                                                                |                                                                                        |
| Sách Ngữ Văn                                                                                                                                                                             |                                                                                        |
| Sách Tiếng Anh                                                                                                                                                                           |      |
| Sách KHTN                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                         |
|  : 10 quyển  : 5 quyển |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |

- a) Lập bảng thống kê số lượng các loại sách lớp 9A đã quyên góp được.  
b) Hỏi số sách Tiếng Anh chiếm bao nhiêu % so với tổng số sách lớp 9A quyên góp được?  
2) Trong tổng số sách lớp 9A quyên góp được, lấy một quyển sách bất kì. Tính xác suất của biến cố “Quyển sách lấy được là sách Toán hoặc sách Ngữ văn”.

### Lời giải

1)

a) Bảng thống kê số lượng các loại sách lớp 9A đã quyên góp được:

| Loại sách        | Toán | Văn | Anh | KHTN |
|------------------|------|-----|-----|------|
| Số lượng (quyển) | 40   | 35  | 50  | 25   |

b) Số sách lớp 9A đã quyên góp được là:  $40 + 35 + 50 + 25 = 150$  (quyển).

Số sách Tiếng Anh đã quyên góp được chiếm số % là:  $50 : 150\% \approx 33,33\%$ .

2) Xét biến cố “Quyển sách lấy được là sách Toán hoặc sách Ngữ văn”.

Số trường hợp thuận lợi xảy ra biến cố là:  $40 + 35 = 75$  (trường hợp).

Số trường hợp có thể xảy ra là: 150 (trường hợp).

Xác suất xảy ra biến cố là:  $\frac{1}{2}$ .

## Bài II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9}$  và  $B = \frac{x+16}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $B$  tại  $x=4$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $A$ .
- 3) Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $B \leq 8A$ .

### Lời giải

1) Thay  $x=4$  (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức  $B$  ta có:  $B = \frac{4+16}{\sqrt{4}-3} = \frac{20}{2-3} = -20$ .

Vậy với  $x=4$  thì  $B=-20$ .

2) Với  $x \geq 0, x \neq 9$  ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{2x}{x-9} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3) + 2\sqrt{x}(\sqrt{x}+3) - 2x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-2x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

c) Để  $B \leq 8A$  hay  $B-8A \leq 0$  thì  $\frac{x+16}{\sqrt{x}-3} - \frac{8\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \leq 0$  hay  $\frac{(\sqrt{x}-4)^2}{\sqrt{x}-3} \leq 0$

Trường hợp 1:  $\sqrt{x}-4=0$  suy ra  $x=16$  (tm)

Trường hợp 2:  $\sqrt{x}-3 < 0$  suy ra  $0 \leq x < 9$

Kết hợp với điều kiện ta có  $x=16$  hoặc  $0 \leq x < 9$

Mà  $x$  nguyên. Vậy  $x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 16\}$  thì  $B \leq 8A$ .

### Bài III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:* Theo khuyến cáo, người trưởng thành chỉ nên nạp vào cơ thể từ 63 g đến 73 g protein mỗi ngày, trong đó, protein từ động vật tối đa chỉ nên chiếm 50% mỗi ngày. Vì vậy, anh Toán quyết định nạp vào cơ thể 36 g protein mỗi ngày từ thịt và cá. Anh Toán nghiên cứu thấy cứ 1 g thịt chứa 0,2 g protein và 1 g cá chứa 0,15 g protein. Tính số gram thịt và số gram cá anh Toán ăn mỗi ngày biết tổng số gram thịt và cá là 215 g.

2) *Giải bài toán sau bằng cách lập bất phương trình:* Sau tết, bạn Nga có 1500000 tiền lì xì. Mỗi ngày Nga để dành được 25000 đồng. Nga muốn mua một chiếc xe đạp giá 3280000 đồng. Hỏi Nga phải để dành ít nhất bao nhiêu ngày để đủ tiền mua xe?

#### Lời giải

1) Gọi  $x, y$  lần lượt là số gram thịt bò, số gram cá mà anh Toán ăn trong một ngày. ( $x, y > 0$ , g).

Số g protein được bổ sung từ  $x$  g thịt bò là:  $0,2x$  (g);

Số g protein được bổ sung từ  $y$  g cá là:  $0,15y$  (g).

Theo đề bài, anh Toán bổ sung 36 g protein từ thịt bò và thịt cá trong một ngày nên ta có:

$$0,2x + 0,15y = 36.$$

Tổng số thịt bò và cá là 215 g nên ta có phương trình:

$$x + y = 215.$$

Ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} 0,2x + 0,15y = 36 \\ x + y = 215 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 75(\text{tm}) \\ y = 140(\text{tm}) \end{cases}$$

Vậy anh Toán đã ăn 75 g thịt bò và 140 g cá.

2) Gọi số ngày Nga phải để dành để đủ tiền mua xe là  $x$  (ngày), ( $x \in \mathbb{N}^*$ ).

Số tiền Nga để dành được sau  $x$  ngày là  $25000 \cdot x$  (đồng).

Số tiền Nga có (cả tiền lì xì và tiền để dành) là  $1500000 + 25000 \cdot x$  (đồng).

Để đủ tiền mua xe thì số tiền Nga có phải lớn hơn hoặc bằng 3280000 nên ta có:

$$1500000 + 25000 \cdot x \geq 3280000$$

$$25000 \cdot x \geq 1780000$$

$$x \geq 71,2$$

Mà  $x$  là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn  $x \geq 71,2$  nên  $x = 72$ .

Vậy để đủ tiền mua xe, Nga phải để dành tiền ít nhất trong 72 ngày.

#### Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một mặt bàn hình tròn có đường kính 1,4 m. Phủ một tấm khăn vải hình tròn lên mặt bàn hình tròn đó thì phần vải rủ xuống xung quanh có độ dài là 30 cm. Hỏi diện tích của khăn trải bàn là bao nhiêu  $m^2$ ? (coi độ dày của mặt bàn không đáng kể và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



2) Cho đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB=2R$ .  $C$  là trung điểm của  $OA$ . Qua  $C$ , vẽ dây  $MN$  vuông góc với  $OA$ .

a) Chứng minh  $AM=MO=OA$ .

b) Gọi  $K$  là điểm tùy ý trên cung nhỏ  $BN$ . Chứng minh  $\widehat{AKM} = 30^\circ$  và  $\triangle MBN$  đều.

c) Tìm vị trí điểm  $K$  để  $KM+KN+KB$  có giá trị lớn nhất.

#### Lời giải

1) Đổi  $30\text{ cm} = 0,3\text{ m}$ .

Do phần vải rủ xuống xung quanh có độ dài 30 cm nên đường kính của tấm khăn vải là:

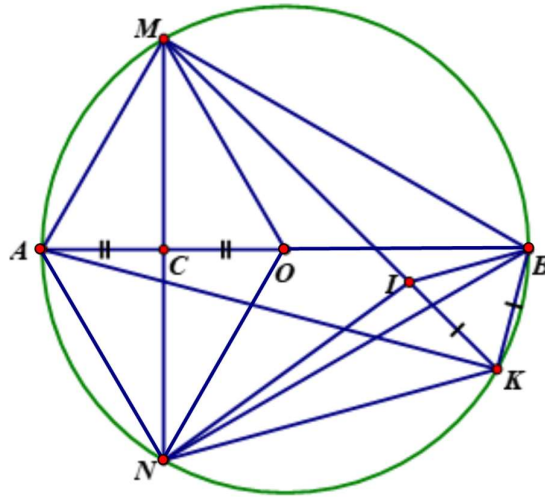
$$1,4+0,3+0,3=2\text{ (m)}.$$

Bán kính tấm khăn vải hình tròn là  $2:2=1\text{ (m)}$ .

Diện tích tấm vải là:  $1^2\pi=\pi\approx 3\text{ (m}^2\text{)}$ .

Vậy diện tích khăn trải bàn khoảng  $3\text{ m}^2$ .

2)



a) Dựa vào tính chất đường trung trực chứng minh được  $MA=MO$

Mà  $AO=MO$  = bán kính

$$\Rightarrow AM=MO=OA$$

b) Vì  $AM=MO=OA \Rightarrow \triangle MAO$  đều nên  $\widehat{AOM} = 60^\circ$

Xét  $(O)$  có  $\widehat{AOM}$  là góc ở tâm chắn cung  $AM$ ,  $\widehat{AKM}$  là góc nội tiếp chắn cung  $AM$ .

$$\Rightarrow \widehat{AKM} = \frac{1}{2} \widehat{AOM} = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ$$

Chứng minh  $\triangle AON$  đều để có  $OM=ON=MA=AN$

$\Rightarrow AO$  là đường trung trực của  $MN$  mà  $A, O, B$  thẳng hàng nên  $B \in$  đường trung trực của  $MN$

$\Rightarrow BM=BN \Rightarrow \triangle MBN$  cân tại  $B$ .

Chứng minh  $\widehat{MON} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{MBN} = 60^\circ$ . Từ đó chứng minh được  $\triangle MBN$  đều

c) Lấy  $I$  trên  $KM$  sao cho  $KI=KB$ . Có  $\widehat{MNB} = 60^\circ$  ( $\triangle MBN$  đều)

Suy ra  $\widehat{MNB} = \widehat{MKN} = 60^\circ$  (2 góc nội tiếp cùng chắn cung  $BM$  của  $(O)$ )

$$\Rightarrow \triangle KBI \text{ đều} \Rightarrow BI=KI$$

Chứng minh  $\triangle MBI = \triangle NBK$  (c-g-c)  $\Rightarrow MI=KN$

$$\Rightarrow KM+KN+KB=KM+MI+KI=2KM$$

Do đó:  $KM+KN+KB$  lớn nhất khi  $KM$  lớn nhất, khi  $KM=2R$ .

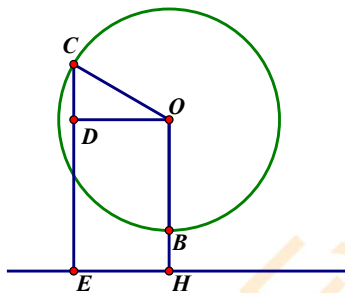
Vậy khi  $K$  nằm trên cung nhỏ  $KN$  sao cho  $M, O, K$  thẳng hàng thì  $KM+KN+KB$  lớn nhất.

**Bài V. (0,5 điểm)**

Một chiếc đu quay hình tròn có chu vi 470 m, tâm của vòng quay ở độ cao 80 m so với mặt đất. Thời gian thực hiện mỗi vòng quay là 30 phút. Nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao bao nhiêu so với mặt đất biết đu quay quay đều trong suốt quá trình quay (*kết quả làm tròn đến hàng phần mười*).

**Lời giải**

Mô hình hoá bài toán



Tâm đu quay là tâm  $O$  của đường tròn bán kính  $OB$

$\Rightarrow$  tính được  $OB \approx 74,8$  (m) và  $OH = 80$  (m)

Coi vị trí của cabin từ vị trí thấp nhất  $B$ , sau 10 phút ở điểm  $C \Rightarrow OC \approx 74,8$  (m)

Kẻ  $OD \perp CE$  tại  $D$ .

Đu quay quay 1 vòng hết 30 phút, vậy sau 10 phút,  $\widehat{COB} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{COD} = 30^\circ$

Dựa vào tỉ số lượng giác trong  $\triangle OCD$  vuông tại  $D$  tính được  $CD \approx 37,4$  (m)

Chứng minh  $ODEH$  là hình chữ nhật

Từ đó tính được  $CE = CD + DE = CD + OH \approx 80 + 37,4 = 117,4$  (m)

Vậy nếu một người vào cabin ở vị trí thấp nhất của đu quay thì sau 10 phút người đó ở độ cao khoảng 117,4 m so với mặt đất.

----- HẾT -----



# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## ĐỀ SỐ 2

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### BÀI I. (2,5 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3}$  với  $x > 0, x \neq 9$ .

a) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ .

b) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3}$ .

c) Đặt  $P = \frac{B}{A}$ . Tìm  $x$  để  $P \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5}$ .

### Lời giải

a) Thay  $x = 4$  (thoả mãn điều kiện xác định) vào  $A$  ta được

$$A = \frac{5}{2(2+3)} = \frac{1}{2}.$$

Vậy  $A = \frac{1}{2}$  khi  $x = 4$ .

b) Với  $x > 0, x \neq 9$ , ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{x-9} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} - \frac{6\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} - \frac{3}{\sqrt{x}+3} \\ &= \frac{x+3\sqrt{x}-6\sqrt{x}-3\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{x-6\sqrt{x}+9}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \frac{(\sqrt{x}-3)^2}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} \\ &= \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \text{ (đpcm)} \end{aligned}$$

$$c) P = \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} : \frac{5}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+3} \cdot \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{5} = \frac{x-3\sqrt{x}}{5}$$

$$\text{Để } P \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5} \text{ thì } \frac{x-3\sqrt{x}}{5} \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5}$$

$$\text{Suy ra } x - 8\sqrt{x} + 16 \leq 0$$

$$(\sqrt{x}-4)^2 \leq 0$$

$$\text{Mà } (\sqrt{x}-4)^2 \geq 0 \text{ với mọi } x > 0, x \neq 9$$



Nên  $\sqrt{x} - 4 = 0$  hay  $x = 16$  (tm)

Vậy  $x = 16$  thì  $P \leq \sqrt{x} - \frac{16}{5}$ .

## Bài II. (2,0 điểm)

*Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Bác Hà muốn mua một chiếc áo sơ mi và một chiếc quần âu. Tổng số tiền theo giá niêm yết của chiếc áo sơ mi và chiếc quần âu đó là 700 nghìn đồng. Bác Hà mua vào dịp "Tuần lễ người Việt Nam ưu tiên dùng hàng Việt Nam" nên so với giá niêm yết, áo sơ mi được giảm 15% và quần âu được giảm 18%. Do đó tổng số tiền bác Hà phải trả là 583 nghìn đồng. Hỏi giá niêm yết của mỗi mặt hàng trên là bao nhiêu?

### Lời giải

Gọi giá niêm yết của chiếc áo sơ mi là  $x$  (nghìn đồng) ( $0 < x < 700$ ) và giá niêm yết của chiếc quần âu là  $y$  (nghìn đồng) ( $0 < y < 700$ )

Giá niêm yết của chiếc áo sơ mi và chiếc quần âu đó có tổng cộng số tiền là 700 nghìn đồng nên ta có phương trình:  $x + y = 700$  (1)

Sau khi giảm 15% thì giá của chiếc áo sơ mi là  $85\%x$  (nghìn đồng)

Sau khi giảm 18% thì giá của chiếc quần âu là  $82\%y$  (nghìn đồng)

Biết bác Hà đã mua bộ quần áo trên với tổng số tiền là 583 nghìn đồng nên ta có phương trình  $85\%x + 82\%y = 583$  hay  $0,85x + 0,82y = 583$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = 700 \\ 0,85x + 0,82y = 583 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được 
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}$$
 (thỏa mãn điều kiện)

Vậy giá niêm yết của chiếc áo sơ mi là 300 (nghìn đồng) và giá niêm yết của chiếc quần âu là 400 (nghìn đồng)

## Bài III. (1,5 điểm)

a) Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$$

b) Giải phương trình:  $x^2(x - 3) + 4(3 - x) = 0$ .

c) Giải bất phương trình:  $4x(3x - 1) \geq 3(2x + 5)^2 - 11$ .

### Lời giải

a) 
$$\begin{cases} 2(x + y) + 3(x - y) = 4 \\ (x + y) + 2(x - y) = 5 \end{cases}$$

Biến đổi được về dạng  $\begin{cases} 5x - y = 4 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$

Giải được nghiệm  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = \left(\frac{-1}{2}; \frac{-13}{2}\right)$ .

b)  $x^2(x-3) + 4(3-x) = 0$

$(x-3)(x^2-4) = 0$

$(x-3)(x-2)(x+2) = 0$

TH1:  $x-3=0$  suy ra  $x=3$

TH2:  $x-2=0$  suy ra  $x=2$

TH3:  $x+2=0$  suy ra  $x=-2$

Vậy phương trình có nghiệm  $x \in \{3; \pm 2\}$ .

c)  $4x(3x-1) \geq 3(2x+5)^2 - 11$

$12x^2 - 4x \geq 3(4x^2 + 20x + 25) - 11$

$12x^2 - 4x \geq 12x^2 + 60x + 75 - 11$

$-64x \geq 64$

$x \leq -1$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \leq -1$ .

#### Bài IV. (3,5 điểm)

1) Bậc thềm của tòa nhà cao 0,5m so với mặt đất. Để hỗ trợ người khuyết tật đi lại, người ta thiết kế lối đi dành cho xe lăn là một dốc nghiêng với khoảng cách từ chân dốc đến đỉnh dốc là 6m. Hỏi đường lên dốc tạo với phương nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (Số đo góc làm tròn đến độ).



2) Cho đường tròn  $(O; R)$  và điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn.

Từ  $A$  kẻ tiếp tuyến  $AB$  với đường tròn  $(O)$  ( $B$  là tiếp điểm).

Kẻ đường kính  $BC$  của đường tròn  $(O)$ , đoạn thẳng  $AC$  cắt đường tròn  $(O)$  tại điểm thứ hai  $D$ . Kẻ  $OH \perp CD$  ( $H \in CD$ ).

a) Chứng minh bốn điểm  $A, B, O, H$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh  $\triangle OHC$  đồng dạng với  $\triangle ABC$  và  $CH \cdot CA = 2R^2$ .

c) Gọi  $N$  là giao điểm của  $BH$  và  $DO$ . Kẻ  $AK \perp BH$  ( $K \in BH$ ),  $AK$  cắt  $BD$  tại  $I$ . Chứng minh các điểm  $C, N, I$  thẳng hàng.

## Lời giải

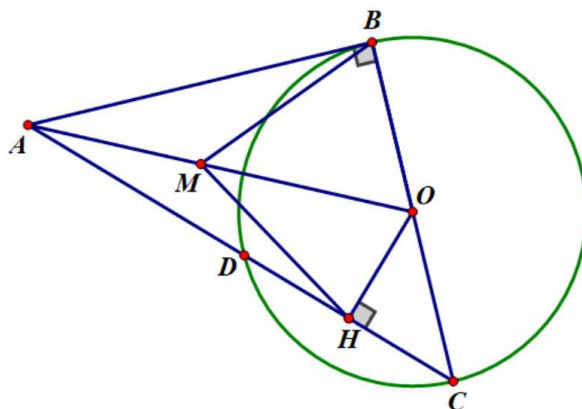
1) Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $\sin C = \frac{AB}{BC}$

$$\text{Suy ra } \sin C = \frac{0,5}{6}$$

Tính được  $\widehat{C} \approx 5^\circ$

Vậy đường lên dốc tạo với phương nằm ngang một góc khoảng  $5^\circ$ .

2)



a) Gọi  $M$  là trung điểm của  $AO$ .

Vì  $AB$  là tiếp tuyến của  $(O)$  nên  $AB \perp OB$ . Suy ra  $\widehat{ABO} = 90^\circ$

Do đó  $\triangle ABO$  vuông tại  $B$ .

$\triangle ABO$  vuông tại  $B$  có  $BM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền  $AO$  nên  $BM = \frac{AO}{2}$ , suy ra  $MA = MB = MO$  (1).

Do  $OH \perp AC$  suy ra  $\widehat{OHA} = 90^\circ$  suy ra  $\triangle OAH$  vuông tại  $H$ .

$\triangle OAH$  vuông tại  $H$  có  $HM$  là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền  $AO$  nên  $HM = \frac{AO}{2}$  suy ra  $MA = HM = MO$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $MA = MB = MH = MO$  nên  $A, B, O, H$  cùng thuộc đường tròn tâm  $M$ , đường kính  $AO$  (đpcm).

b) Xét  $\triangle OHC$  và  $\triangle ABC$  có:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{OHC} = \widehat{ABC} = 90^\circ \\ \widehat{ACB} \text{ chung} \end{array} \right\}$$

Suy ra  $\triangle OHC$  và  $\triangle ABC$  đồng dạng (g-g)

$$\text{Suy ra } \frac{CH}{BC} = \frac{OC}{CA}$$

$$CH \cdot CA = BC \cdot OC = 2R^2 \text{ (đpcm).}$$

c)

Ta có  $OC = OD = R$ 

Suy ra  $\triangle OCD$  cân tại  $O$  mà  $OH \perp CD$  nên  $OH$  cùng là đường trung tuyến của  $\triangle OCD$ , tức là  $H$  là trung điểm của  $CD$ .

Vì  $OD = OB = OC$  nên  $\triangle BCD$  có đường trung tuyến

$DO = \frac{BC}{2}$  nên  $\triangle BCD$  vuông tại  $D$ , suy ra  $BD \perp AH$ .

Xét  $\triangle ABH$  có:

$BD \perp AH$ ,  $AK \perp BH$  và  $BD$  cắt  $AK$  tại  $I$  nên  $I$  là trực tâm của  $\triangle ABH$

Suy ra  $HI \perp AB$  mà  $BC \perp AB$  nên  $HI \parallel BC$ .

Xét  $\triangle BCD$  có  $H$  là trung điểm của  $CD$  (cmt) và  $HI \parallel BC$  (cmt)

Suy ra  $I$  là trung điểm của  $BD$ .

Xét  $\triangle BCD$  có

$DO$  là trung tuyến ( $O$  là trung điểm  $BC$ )

$BH$  là trung tuyến ( $H$  là trung điểm  $DC$ )

$DO$  cắt  $BH$  tại  $N$

Suy ra  $N$  là trọng tâm  $\triangle BCD$  mà  $I$  là trung điểm của  $BD$ . Suy ra  $I, N, C$  thẳng hàng.

**Bài V. (0,5 điểm)**

Một khách sạn có 100 phòng cùng giá tiền cho thuê. Qua khảo sát người ta thấy rằng: nếu ban đầu mỗi phòng khách sạn cho thuê với giá 480 nghìn đồng trong một ngày thì luôn kín các phòng, tuy nhiên khi tăng giá phòng thêm  $x\%$  ( $x \geq 0$ ) so với mức giá ban đầu thì số lượng phòng cho thuê giảm đi  $\frac{4x}{5}\%$  phòng. Hỏi khách sạn phải niêm yết giá tiền thuê phòng mỗi ngày là bao nhiêu để khách sạn đạt doanh thu một ngày cao nhất?

**Lời giải**

Giá phòng khi tăng giá phòng thêm  $x\%$  là:

$$480 + 4,8x \text{ (nghìn đồng)}$$

Số phòng cho thuê lúc giá phòng tăng  $x\%$  là

$$100 - 100 \cdot \frac{4x}{5}\% = 100 - 0,8x \text{ (phòng)}$$

Doanh thu tương ứng là  $P = (100 - 0,8x)(480 + 4,8x)$  (nghìn đồng)

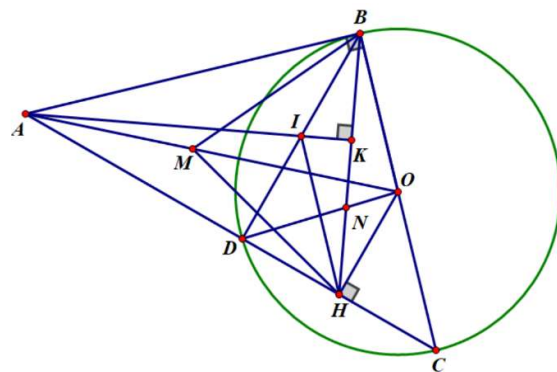
Đánh giá được

$$P = 3,84(125 - x)(100 + x) \leq 3,84 \cdot \left( \frac{125 - x + 100 + x}{2} \right)^2 = 48\,600 \text{ (nghìn đồng)}$$

Dấu "=" xảy ra khi  $x = 12,5$  (thỏa mãn)

Vậy để doanh thu cao nhất thì giá niêm yết là:  $480 + 4,8 \cdot 12,5 = 540$  (nghìn đồng).

----- HẾT -----



# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

## ĐỀ SỐ 3

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### BÀI I. (2,0 điểm)

Giải các phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $(2x-3)(x+1)=0$

b)  $\frac{2}{x+2} + \frac{5}{2-x} = \frac{x+6}{x^2-4}$

c)  $\begin{cases} 3x-5y=-18 \\ x+2y=5 \end{cases}$

Lời giải

a)  $(2x-3)(x+1)=0$

$2x-3=0$  hay  $x+1=0$

$x=\frac{3}{2}$  hay  $x=-1$

Vậy nghiệm của phương trình là  $x=\frac{3}{2}$ ;  $x=-1$ .

b)  $\frac{2}{x+2} + \frac{5}{2-x} = \frac{x+6}{x^2-4}$  (ĐKXĐ:  $x \neq \pm 2$ )

$2x-4-5x-10=x+6$

$-4x=20$

$x=-5$  (thỏa mãn ĐKXĐ)

Vậy nghiệm của phương trình là  $x=-5$ .

c)  $\begin{cases} 3x-5y=-18 \\ x+2y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-5y=-18 \\ 3x+6y=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -11y=-33 \\ 3x+6y=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ 3x+6 \cdot 3=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=-1 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có 1 nghiệm duy nhất  $(x;y)=(-1;3)$ .

### BÀI II. (1,0 điểm)

Giải các bất phương trình sau:

a)  $5x-11 \geq -3x+5$

b)  $\frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4}$

Lời giải

a)  $5x-11 \geq -3x+5$

$5x+3x \geq 5+11$

$8x \geq 16$

$x \geq 2$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \geq 2$ .

$$b) \frac{4x-2}{3} - x + 3 \leq \frac{1-5x}{4}$$

$$16x - 8 - 12x + 36 \leq 3 - 15x$$

$$16x - 12x + 15x \leq 3 + 8 - 36$$

$$19x \leq -25$$

$$x \leq \frac{-25}{19}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x \leq \frac{-25}{19}$ .

### Bài III. (2,5 điểm)

1) Một người đi xe đạp từ A đến B với tốc độ trung bình 15 km/h. Lúc về người đó chỉ đi với tốc độ 12 km/h, nên thời gian về nhiều hơn thời gian đi là 45 phút. Tính quãng đường AB.

2) Bác Toàn chia số tiền 600 triệu đồng của mình cho hai khoản đầu tư. Sau một năm, tổng tiền lãi thu được là 40 triệu đồng. Lãi suất cho khoản đầu tư thứ nhất là 6%/năm và khoản đầu tư thứ hai là 8%/năm. Tính số tiền bác Toàn đầu tư cho mỗi khoản.

**Lời giải**

1) Gọi  $x$  (km) là quãng đường AB ( $x > 0$ )

Thời gian người đó đi xe đạp từ A đến B là:  $\frac{x}{15}$  (h)

Thời gian lúc về của người đó là:  $\frac{x}{12}$  (h)

Vì thời gian về nhiều hơn thời gian đi 45 phút  $= \frac{3}{4}$  (h), nên ta có phương trình:  $\frac{x}{12} - \frac{x}{15} = \frac{3}{4}$

Tìm được  $x = 45$  (thỏa mãn)

Vậy quãng đường AB dài 45 km.

2) Gọi số tiền bác Toàn đầu tư cho khoản thứ nhất là  $x$  (triệu đồng),

Gọi số tiền bác Toàn đầu tư cho khoản thứ hai là  $y$  (triệu đồng), ( $0 < x; y < 600$ )

Ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = 600 \\ 0,06x + 0,08y = 40 \end{cases}$$

Giải hệ tìm được  $x = 400$ ;  $y = 200$  (thỏa mãn)

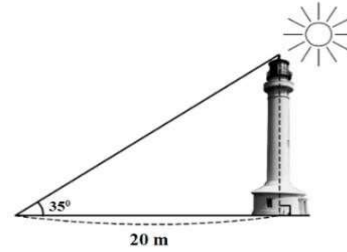
Vậy số tiền bác Toàn đầu tư cho khoản thứ nhất là 400 (triệu đồng),

số tiền bác Toàn đầu tư cho khoản thứ hai là 200 (triệu đồng).



#### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Hải đăng Trường Sa Lớn nằm trên đảo Trường Sa Lớn - “thủ phủ” quần đảo Trường Sa có chiều cao bao nhiêu? Biết rằng tia nắng mặt trời chiếu qua đỉnh của ngọn hải đăng hợp với mặt đất một góc  $35^\circ$  và bóng của ngọn hải đăng trên mặt đất dài 20 m.



(làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

2) Cho  $\triangle ABC$  có ba góc nhọn,  $AB > AC$ , hai đường cao  $BD$  và  $CE$  cắt nhau tại  $H$ .

a) Chứng minh rằng bốn điểm  $B, E, D, C$  cùng thuộc một đường tròn. Hãy chỉ rõ tâm  $O$  của đường tròn này.

b) Chứng minh:  $AB \cdot AE = AC \cdot AD$ .

c) Gọi  $R$  là bán kính của đường tròn tâm  $O$ . Giả sử  $\widehat{DBC} = 30^\circ$ , trên tia đối của tia  $CB$ , lấy điểm  $M$  sao cho  $CM = R$ . Chứng minh  $DM$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$  và  $DM^2 = 3R^2$ .

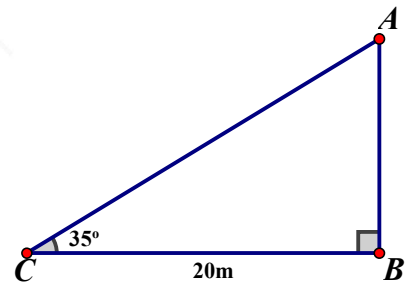
#### Lời giải

1)

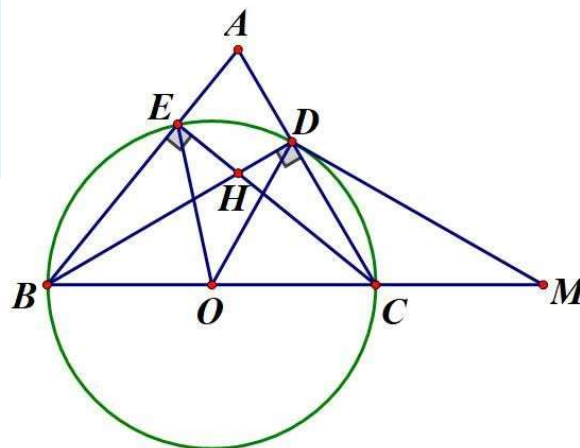
Gọi chiều cao hải đăng là  $AB$ , bóng của ngọn hải đăng là  $BC = 20\text{m}$  và  $\widehat{C} = 35^\circ$

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , ta có:  $\tan C = \frac{AB}{BC}$

Chiều cao ngọn hải đăng là:  $AB = 20 \cdot \tan 35^\circ \approx 14 \text{ (m)}$ .



2)





a) Gọi  $O$  là trung điểm  $BC$ , ta có:

+)  $O$  là tâm đường tròn đường kính  $BC$

+)  $EO$  là đường trung tuyến  $\triangle BEC$

+)  $DO$  là đường trung tuyến  $\triangle BDC$

$\triangle BEC$  vuông tại  $E$ ,  $EO$  là đường trung tuyến

Suy ra  $EO = OB = OC = \frac{BC}{2}$  nên ta có  $E, B, C \in \left(O; \frac{BC}{2}\right)$  (1)

$\triangle BDC$  vuông tại  $D$ ,  $DO$  là đường trung tuyến

Suy ra  $DO = OB = OC = \frac{BC}{2}$  nên ta có  $D, B, C \in \left(O; \frac{BC}{2}\right)$  (2)

Từ (1)(2) suy ra  $E, D, C, B \in \left(O; \frac{BC}{2}\right)$ .

b)  $\triangle ADB$  vuông tại  $D$ :  $\cos A = \frac{AD}{AB}$

$\triangle AEC$  vuông tại  $E$ :  $\cos A = \frac{AE}{AC}$

Suy ra  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$  nên ta có  $AD.AC = AB.AE$ .

c)  $\widehat{DBC} = 30^\circ$  nên ta có  $\widehat{DCB} = 60^\circ$  suy ra tam giác  $DCO$  là tam giác đều nên  $OD = OC = DC = R$

$\triangle ODM$  có đường trung tuyến  $CD = \frac{OM}{2}$  nên tam giác  $ODM$  vuông tại  $D$ .

Suy ra  $OD \perp DM$  tại  $D$  mà  $D \in (O)$  nên  $DM$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại  $D$

$\triangle DMC \sim \triangle BMD$  (g-g) suy ra  $\frac{DM}{BM} = \frac{MC}{MD}$  nên ta có  $DM^2 = BM.MC = 3R^2$  (đpcm)

#### Bài V. (0,5 điểm)

Một rạp chiếu phim có 120 ghế, giá vé hiện tại là 100 nghìn đồng mỗi vé. Với giá vé này, tất cả các ghế đều được bán hết cho mỗi suất chiếu. Ban quản lý rạp phim đang xem xét việc tăng giá vé để tối ưu hóa doanh thu. Sau khi thử nghiệm, rạp phim nhận thấy cứ mỗi lần tăng giá thêm 5 nghìn đồng, số ghế bị bỏ trống sẽ tăng thêm 4 ghế. Hỏi mức giá vé mới là bao nhiêu để rạp phim đạt doanh thu lớn nhất?

#### Lời giải

Gọi số lần tăng giá là  $x$  (lần) ( $x \in \mathbb{N}^*$ )

Giá tiền 1 vé sau  $x$  lần tăng là  $(100 + 5x)$  (nghìn đồng)

Số ghế đã bán sau  $x$  lần tăng giá là  $120 - 4x$  (ghế)

Tổng số tiền thu được:  $A = (100 + 5x)(120 - 4x)$  (nghìn đồng)

Để có doanh thu lớn nhất thì  $A$  đạt giá trị lớn nhất

$$A = -20x^2 + 200x + 12000 = -20(x^2 - 10x + 5^2) + 12500 = -20(x - 5)^2 + 12500$$

Ta có :

$$-20(x - 5)^2 \leq 0$$

$$-20(x - 5)^2 + 12500 \leq 12500$$

$$A \leq 12500$$

$A$  đạt giá trị lớn nhất khi  $x = 5$  (thoả mãn).

Vậy mức giá mới cho một vé là  $100 + 25 = 125$  (nghìn đồng) thì rạp phim sẽ đạt doanh thu lớn nhất.

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 4

### ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

#### Bài I. (1,5 điểm)

1) Giải các hệ phương trình và bất phương trình sau:

$$a) \begin{cases} (x-2)(y+3) = xy \\ (x+2)(y-1) = xy \end{cases}$$

$$b) 3-2x > x-6$$

2) Tìm  $a, b$  để hệ phương trình:  $\begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - (b-1)y = 4 \end{cases}$  có nghiệm  $(x; y) = (2; 3)$ .

**Lời giải**

1)

$$a) \begin{cases} (x-2)(y+3) = xy \\ (x+2)(y-1) = xy \end{cases} \quad \begin{cases} xy + 3x - 2y - 6 = xy \\ xy - x + 2y - 2 = xy \end{cases} \quad \begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ -x + 2y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x = 8 \\ y = \frac{x+2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (4; 3)$ .

$$b) 3-2x > x-6$$

$$-3x > -9$$

$$x < 3$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là  $x < 3$ .

$$2) \begin{cases} 2ax + by = 5 \\ ax - (b-1)y = 4 \end{cases}$$

Vì hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; 3)$  nên thay  $x=2; y=3$  vào hệ phương trình ta được:

$$\begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 2a - 3(b-1) = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 2a - 3b + 3 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} 4a + 3b = 5 \\ 2a - 3b = 1 \end{cases}$$

$$\text{Giải hệ phương trình ta được: } (a; b) = \left(1; \frac{1}{3}\right)$$

Vậy với  $a=1$  và  $b=\frac{1}{3}$  thì hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (2; 3)$ .

## Bài II. (2,5 điểm)

1) Rút gọn các biểu thức:

a)  $2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{50}$

b)  $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

2) Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}-5}{3}$ ;  $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4}$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ .

a) Tính giá trị của  $A$  khi  $x=9$ .

b) Rút gọn biểu thức  $B$ .

c) Cho  $P=A.B$ . Tìm số nguyên  $x$  lớn nhất để  $P < \frac{1}{2}$ .

**Lời giải**

1)

a)  $2\sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 4\sqrt{50} = 4\sqrt{2} - 9\sqrt{2} + 20\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{3})^2} = |1-\sqrt{3}| - |1+\sqrt{3}| = \sqrt{3}-1-1-\sqrt{3} = -2$

2)

a) Với  $x=9$  (thỏa mãn điều kiện xác định) thay vào biểu thức  $A$  ta được:

$$A = \frac{\sqrt{9}-5}{3} = \frac{-2}{3}$$

Vậy với  $x=9$  thì  $A = \frac{-2}{3}$ .

b) Với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned} B &= \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{x-4} = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{2(\sqrt{x}+2) + \sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{2\sqrt{x}+4+\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} = \frac{3}{\sqrt{x}+2} \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{3}{\sqrt{x}+2}$  với  $x \geq 0$ ;  $x \neq 4$ .

c) Với  $x \geq 0; x \neq 4$  ta có:  $P = A.B = \frac{\sqrt{x}-5}{3} \cdot \frac{3}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$

Để  $P < \frac{1}{2}$  thì  $\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2}$

$$\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2} - \frac{1}{2} < 0$$

$$\frac{2\sqrt{x}-10-\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} < 0$$

$$\frac{\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}+2} < 0$$

Vì  $x \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 > 0$  nên để  $\frac{\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}+2} < 0$  thì  $\sqrt{x}-12 < 0$

$$\Rightarrow \sqrt{x} < 12 \Rightarrow x < 144$$

Do  $x$  là số nguyên lớn nhất nên  $x=143$  (thỏa mãn điều kiện)

Vậy  $x=143$  là số nguyên lớn nhất để  $P < \frac{1}{2}$ .

### Bài III. (2,0 điểm)

Hai tổ sản xuất được giao kế hoạch làm 500 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do số lượng đơn hàng nhiều nên khi thực hiện, tổ I đã tăng năng suất thêm 15%, tổ II tăng thêm 25% so với dự định. Vì vậy trong thời gian quy định, họ đã vượt chỉ tiêu 95 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch ban đầu.

#### Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I phải làm theo kế hoạch là  $x$  sản phẩm,  $x \in \mathbb{N}^*; x < 500$ )

Và số sản phẩm tổ II phải làm theo kế hoạch là  $y$  (sản phẩm,  $y \in \mathbb{N}^*; y < 500$ )

Vì theo kế hoạch cả hai tổ phải làm 500 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$x + y = 500 \quad (1)$$

Thực tế, tổ I tăng:  $0,15x$  (sản phẩm)

tổ II tăng:  $0,25y$  (sản phẩm)

Cả hai tổ tăng: 105 sản phẩm nên ta có phương trình  $0,15x + 0,25y = 95$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 0,15x + 0,25y = 95 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được:  $\begin{cases} x = 300 \\ y = 200 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy theo kế hoạch, tổ I phải làm 300 (sản phẩm) và tổ II phải làm 200 (sản phẩm).

#### Bài IV. (3,5 điểm)

1) Một chiếc xe đi từ chân một con dốc lên đỉnh dốc với vận tốc là 4m/s thì hết 1 phút 20 giây. Tính độ cao của đỉnh dốc so với chân dốc biết góc tạo bởi con dốc so với phương ngang là  $5^\circ$ . (Làm tròn đến đơn vị mét)

2) Cho nửa đường tròn  $(O, R)$  đường kính  $AB$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  cùng phía với nửa đường tròn. Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $C$ , kẻ tiếp tuyến thứ hai  $CM$  tới nửa đường tròn.

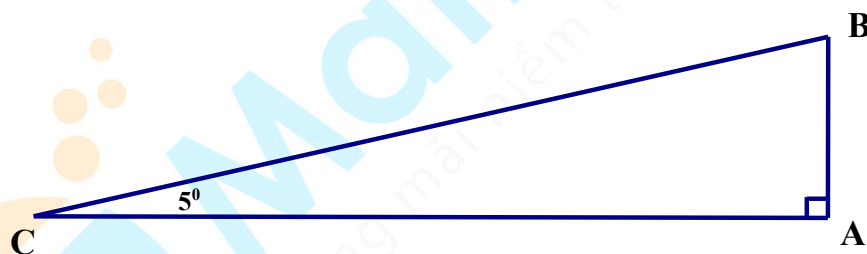
a) Chứng minh 4 điểm  $A, O, M, C$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Đường thẳng vuông góc với  $OC$  tại  $O$  cắt tiếp tuyến tại  $B$  của  $(O)$  ở  $D$ . Chứng minh ba điểm:  $C, M, D$  thẳng hàng và  $MC \cdot MD = R^2$ .

c) Gọi  $K$  là giao điểm của  $OD$  với  $BM$ . Xác định vị trí của  $C$  trên tia  $Ax$  để chu vi tam giác  $OMK$  lớn nhất.

Lời giải

1)



Đổi 1 phút 20 giây = 80 giây

Độ dài con dốc là:  $80 \cdot 4 = 320$  (m)

Gọi  $AB$  là độ cao của con dốc;  $BC$  là chiều dài của con dốc.

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông  $ABC$  ta có:

$$AB = BC \cdot \sin C = 320 \cdot \sin 5^\circ \approx 28 \text{ (m)}$$

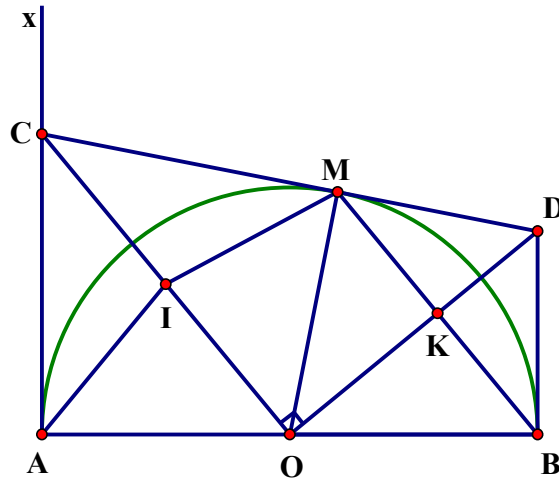
Vậy độ cao của đỉnh dốc so với chân dốc khoảng 28m.

Gọi  $I$  là trung điểm của  $OC$ . Áp dụng tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong hai tam giác vuông:  $OAC$  và  $OMC$  ta được:  $IA = IM = IO = IC = \frac{CO}{2}$

$$\Rightarrow \triangle OMD \sim \triangle CMO \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{MO}{MC} = \frac{MD}{MO} \Rightarrow MC.MD = MO^2 \text{ hay } MC.MD = R^2$$



c)



Ta có:  $OB = OM = R$

$DB = DM$  (t/c tiếp tuyến cắt nhau)

$\Rightarrow OD$  là đường trung trực của  $MB$  nên  $OD \perp MB$

Ta có:  $(OK - KM)^2 \geq 0 \Rightarrow KO^2 + KM^2 \geq 2KO.KM$

$\Rightarrow 2(KO^2 + KM^2) \geq (KO + KM)^2$

$\Rightarrow (KO + KM)^2 \leq 2OM^2 \Rightarrow KO + KM \leq OM\sqrt{2}$

$\Rightarrow KO + KM + OM \leq OM\sqrt{2} + OM$

Hay  $C_{\triangle OMK} \leq OM(\sqrt{2} + 1) = R(\sqrt{2} + 1)$

Dấu "=" xảy ra khi  $KO = KM$

$\Rightarrow \triangle OMK$  vuông cân tại  $K$

$\Rightarrow \widehat{KOM} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{MOC} = 45^\circ$

$\Rightarrow \widehat{AOC} = 45^\circ \Rightarrow AC = AO = R$

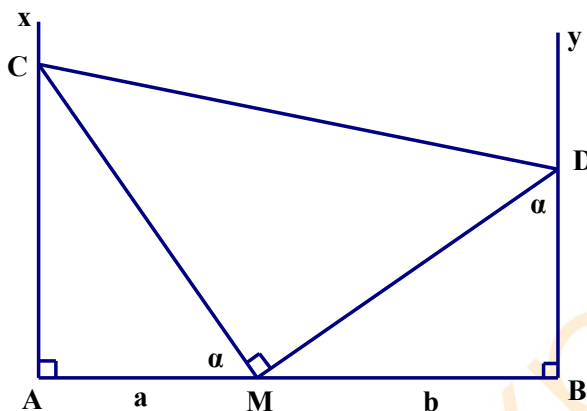
Vậy khi  $AC = R$  thì chu vi tam giác  $OMK$  đạt giá trị lớn nhất bằng  $R(\sqrt{2} + 1)$ .

### Bài V. (0,5 điểm)

Cho điểm  $M$  thuộc đoạn thẳng  $AB$ . Vẽ về cùng một phía các tia  $Ax$ ,  $By$  vuông góc với  $AB$ . Lấy  $C$  thuộc  $Ax$ ,  $D$  thuộc  $By$  sao cho  $\widehat{CMD} = 90^\circ$ .

Xác định vị trí của  $C$  và  $D$  để diện tích tam giác  $CMD$  nhỏ nhất.

#### Lời giải



Ta có:  $\widehat{AMC} = \widehat{BDM} \quad (= 90^\circ - \widehat{BMD})$

Đặt  $\widehat{AMC} = \widehat{BDM} = \alpha$ ;  $MA = a$ ,  $MB = b$

Áp dụng hệ thức giữa cạnh và góc ta có:

$$MC = \frac{a}{\cos \alpha}; \quad MD = \frac{b}{\sin \alpha}$$

$$S_{CMD} = \frac{MC \cdot MD}{2} = \frac{ab}{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}$$

Ta có:  $(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 \geq 0 \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \geq 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \leq 1 \Rightarrow S_{CMD} \geq ab$$

Dấu "=" xảy ra khi  $\sin \alpha = \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$

$$\Rightarrow \alpha = 90^\circ - \alpha \Rightarrow \alpha = 45^\circ \Rightarrow AC = AM, \quad BD = BM$$

Vậy khi  $AC = AM$  và  $BD = BM$  thì  $S_{CMD}$  đạt giá trị nhỏ nhất bằng  $AM \cdot MB$ .

----- HẾT -----

ĐỀ SỐ 5

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức:  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{x-2\sqrt{x}}{4-x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức  $B$  khi  $x = 25$ .

b) Rút gọn biểu thức  $A$ .

c) Biết  $M = \frac{A}{B}$ . Tìm giá trị nguyên của  $x$  để  $M < \frac{1}{2}$ .

Lời giải

a) Thay  $x=25$  (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức  $B$  ta có:

$$B = \frac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}-2} = \frac{7}{3}.$$

Vậy  $B = \frac{7}{3}$  tại  $x=25$ .

b) Với  $x \geq 0; x \neq 4$ , ta có:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2) - x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x} - x + 2\sqrt{x} + x - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{x + 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} \\ &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \end{aligned}$$

Vậy  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

$$c) \text{ Ta có: } M = \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Ta có:  $M < \frac{1}{2}$

Do đó

$$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{2\sqrt{x}-\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}+2)} < 0$$

$$\frac{\sqrt{x}-2}{2(\sqrt{x}+2)} < 0$$

Do  $2(\sqrt{x}+2) > 0$  với mọi  $x \geq 0; x \neq 4$

Suy ra  $\sqrt{x}-2 < 0$

$$\sqrt{x} < 2$$

$$x < 4$$

Kết hợp ĐKXĐ ta có:  $0 \leq x < 4$  và  $x$  nguyên  $x \in \{0; 1; 2; 3\}$

Vậy  $x \in \{0; 1; 2; 3\}$  thì  $M < \frac{1}{2}$ .

## Bài II. (2,5 điểm)

a) Giải phương trình:  $1 + \frac{2x-5}{x-2} - \frac{3x-5}{x-1} = 0$  (với  $x \neq 1; x \neq 2$ ).

b) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 3x+y=7 \\ x-7y=-13 \end{cases}$

c) Giải bất phương trình:  $3 - 2x - \frac{6+9x}{3} > 0$ .

**Lời giải**

a)  $1 + \frac{2x-5}{x-2} - \frac{3x-5}{x-1} = 0$  (với  $x \neq 1; x \neq 2$ )

$$\frac{(x-2)(x-1) + (x-1)(2x-5) - (x-2)(3x-5)}{(x-2)(x-1)} = 0$$

$$x^2 - 3x + 2 + 2x^2 - 7x + 5 - 3x^2 + 11x - 10 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x = 3$ .

b)  $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 3x-21y=-39 \end{cases}$

Trừ 2 vế của phương trình ta được  $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ 22y = 46 \end{cases}$

Khi đó  $\begin{cases} 3x + y = 7 \\ y = \frac{23}{11} \end{cases}$  giải được  $\begin{cases} x = \frac{18}{11} \\ y = \frac{23}{11} \end{cases}$

Vậy nghiệm của hệ phương trình là  $(x; y) = \left(\frac{18}{11}; \frac{23}{11}\right)$ .

$$c) 3 - 2x - \frac{6 + 9x}{3} > 0$$

$$3 - 2x - (2 + 3x) > 0$$

$$1 - 5x > 0$$

$$-5x > -1$$

$$x < \frac{1}{5}$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là  $x < \frac{1}{5}$ .

### Bài III. (1,0 điểm)

Hai xe máy cùng xuất phát đi quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên. Xe máy thứ nhất đi hết 2 giờ 20 phút. Xe máy thứ hai đi hết 2 giờ 40 phút. Mỗi giờ xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe máy thứ hai là 5 km. Tính vận tốc của mỗi xe máy và quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

#### Lời giải

Gọi vận tốc của xe máy thứ nhất và xe máy thứ hai lần lượt là  $x, y$  (km/h),  $x > 5, y > 0$

Vì xe máy thứ nhất đi nhanh hơn xe máy thứ hai là 5 km/h nên ta có:  $x - y = 5$

Trong 2 giờ 20 phút  $= \frac{7}{3}$  giờ, xe máy thứ nhất đi được  $\frac{7}{3}x$  (km)

Trong 2 giờ 40 phút  $= \frac{8}{3}$  giờ, xe máy thứ hai đi được  $\frac{8}{3}y$  (km)

Vì hai xe máy cùng xuất phát đi quãng đường từ Hà Nội về Thái Nguyên nên ta có:

$$\frac{7}{3}x = \frac{8}{3}y$$

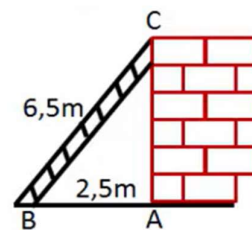
Ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} x - y = 5 \\ \frac{7}{3}x - \frac{8}{3}y = 0 \end{cases}$  giải được  $\begin{cases} x = 40 \\ y = 35 \end{cases}$  (thỏa mãn)

Vậy vận tốc của xe máy thứ nhất và xe máy thứ hai lần lượt là 40 km/h và 35 km/h.

Quãng đường từ Hà Nội đến Thái Nguyên là  $\frac{7}{3} \cdot 40 \approx 93$  km.

#### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một chiếc thang dài 6,5 m được đặt dựa vào tường, biết khoảng cách từ chân thang đến chân tường là 2,5 m (như hình vẽ). Tính góc tạo bởi chiếc thang với mặt đất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).  
Biết rằng tường được xây vuông góc với mặt đất.



2) Từ điểm  $M$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$  với  $OM > 2R$ , kẻ các tiếp tuyến  $MA, MB$  của đường tròn  $(O)$  ( $A, B$  là các tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $AB$  và  $OM$ , vẽ đường kính  $AC$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, M, B$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh:  $AB \perp OM$  tại  $H$  và  $OA^2 = OH \cdot OM$ .

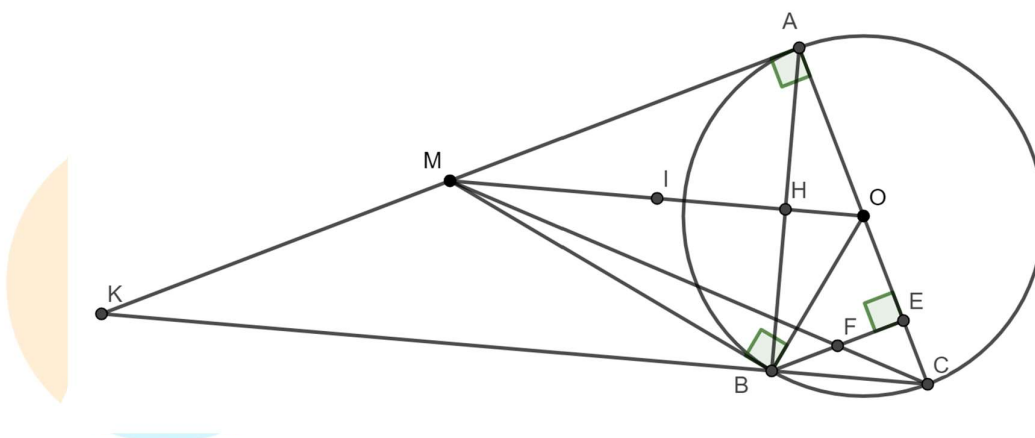
c) Vẽ  $BE \perp AC$  tại  $E$ ,  $BE$  cắt  $MC$  tại  $F$ . Chứng minh:  $F$  là trung điểm  $EB$ .

#### Lời giải

1) Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ta có:  $\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} = \frac{2,5}{6,5} = \frac{5}{13}$

Vậy  $\widehat{ABC} \approx 67^\circ$ .

2)



a) Gọi  $I$  là trung điểm  $MO$ , ta có:

+  $I$  là tâm đường tròn đường kính  $MO$

+  $AI$  là đường trung tuyến  $\triangle OAM$

+  $BI$  là đường trung tuyến  $\triangle OBM$

$\triangle OAM$  vuông tại  $A$  (do  $MA$  là tiếp tuyến của  $(O; R)$ ) có  $AI$  là đường trung tuyến

Suy ra  $AI = OI = MI = \frac{MO}{2}$  nên ta có  $O, M, A \in \left(I; \frac{MO}{2}\right)$  (1)

$\triangle OBM$  vuông tại  $B$  (do  $MB$  là tiếp tuyến của  $(O; R)$ ) có  $BI$  là đường trung tuyến

Suy ra  $BI = MI = OI = \frac{MO}{2}$  nên ta có  $O, M, B \in \left(I; \frac{MO}{2}\right)$  (2)

(1)(2) suy ra  $O, A, M, B \in \left(I; \frac{MO}{2}\right)$ .

b) Ta có:  $MA = MB$  (Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhau)

$$OA = OB = R$$

Suy ra  $OM$  là đường trung trực của  $AB$ . Khi đó  $OM \perp AB$  tại  $H$ .

Xét hai tam giác  $OAH$  và  $OMA$  ta có:

$\widehat{AOM}$  chung;

$$\widehat{OHA} = \widehat{OAM} = 90^\circ$$

Do đó  $\triangle OAH \sim \triangle OMA$  (g.g)

Suy ra  $\frac{OA}{OM} = \frac{OH}{OA}$  hay  $OA^2 = OM \cdot OH$ .

c) Chứng minh được  $\triangle ABC$  vuông tại  $B \Rightarrow AB \perp BC$ . Mà  $OM \perp AB$  (cmt)

Suy ra  $OM \parallel BC$

Gọi  $K$  là giao điểm  $AM$  và  $BC$

Xét  $\triangle AKC$  ta có:  $O$  là trung điểm của  $AC$  và  $OM \parallel KC$  (vì  $OM \parallel BC$ )

nên  $M$  là trung điểm của  $AK$  nên  $MA = MK$  (3)

Chứng minh được  $\triangle CEF \sim \triangle CAM$  (g.g) suy ra  $\frac{EF}{AM} = \frac{CF}{CM}$

Chứng minh được  $\triangle CFB \sim \triangle CMK$  (g.g) suy ra  $\frac{BF}{MK} = \frac{CF}{CM}$

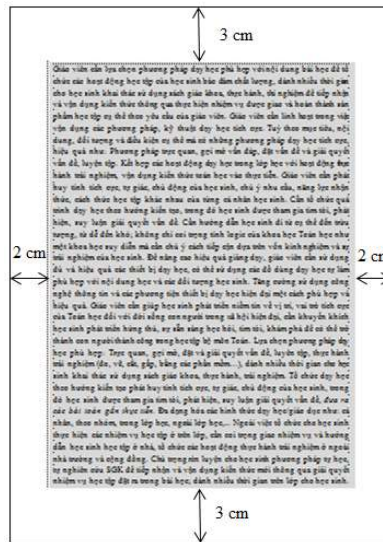
Khi đó  $\frac{EF}{AM} = \frac{BF}{MK}$  (4)

Từ (3) và (4) suy ra  $F$  là trung điểm của  $EB$ .



### Bài V. (0,5 điểm)

Cho một trang giấy biết phần màu xám trong hình vẽ dưới đây chứa một đoạn văn bản có diện tích  $384\text{cm}^2$ . Biết rằng trang giấy được căn lề trái 2cm, lề phải 2cm, lề trên 3cm và lề dưới 3cm. Tìm chiều dài và chiều rộng của trang giấy để trang giấy có diện tích nhỏ nhất.



### Lời giải

Gọi chiều dài và chiều rộng của phần màu xám chứa đoạn văn bản lần lượt là  $x, y(\text{cm})(x, y > 0)$

Ta có  $xy = 384$  hay  $y = \frac{384}{x}$

Theo bài ta có diện tích của trang giấy là  $S = (x + 6)(y + 4)$

**Bổ đề:**  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  với  $a, b \geq 0$

**Chứng minh:** Xét hiệu  $a + b - 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$  với  $a, b \geq 0$

Suy ra  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  với  $a, b \geq 0$

Ta có:  $S = xy + 4x + 6y + 24 = 408 + 4x + 6 \cdot \frac{384}{x} = 4x + \frac{2304}{x} + 408 \geq 2\sqrt{4x \cdot \frac{2304}{x}} + 408 = 600$

(áp dụng bổ đề với hai số không âm  $4x$  và  $\frac{2304}{x}$ )

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $4x = \frac{2304}{x}$  hay  $x = 24$  suy ra  $y = 16$

Vậy trang giấy có diện tích nhỏ nhất là  $600\text{cm}^2$  khi chiều dài là 30cm và chiều rộng là 20cm.

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 6

### ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

#### Bài I. (3,0 điểm)

1) Giải phương trình và hệ phương trình

a)  $x^2 - 4 + (x - 2)(2x + 1) = 0$

b)  $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$

2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một nhóm cổ động viên bóng đá dự định mua vé xem đội tuyển Việt Nam thi đấu. Ban tổ chức phát hành hai loại vé với mệnh giá khác nhau. Nếu mua 3 vé loại I và 5 vé loại II thì hết tổng số tiền 1900 nghìn đồng. Nếu mua 4 vé loại I và 4 vé loại II thì hết tổng số tiền là 2000 nghìn đồng. Tính giá tiền của một vé loại I và một vé loại II.

**Lời giải**

1)

a)  $x^2 - 4 + (x - 2)(2x + 1) = 0$

$(x - 2)(x + 2 + 2x + 1) = 0$

Giải phương trình tìm được 2 nghiệm  $x = 2$  và  $x = -1$ .

b)  $\begin{cases} 3x - y = 8 \\ x + y = 4 \end{cases}$

Cộng vế với vế hai phương trình ta được  $4x = 12$

Tìm được  $x = 3, y = 1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x, y) = (3; 1)$ .

2)

Gọi giá tiền một vé loại I và II lần lượt là  $x, y$  (nghìn đồng),  $(x, y > 0)$

Mua 3 vé loại I và 5 vé loại II hết 1900 nghìn đồng, ta có phương trình  $3x + 5y = 1900$  (1)

Mua 4 vé loại I và 4 vé loại II hết 2000 nghìn đồng, ta có phương trình  $4x + 4y = 2000$  (2)

Từ (1) và (2) có hệ phương trình  $\begin{cases} 3x + 5y = 1900 \\ 4x + 4y = 2000 \end{cases}$

Chỉ ra được nghiệm  $x = 300, y = 200$  (thoả mãn)

Vậy giá tiền một vé loại I và II lần lượt là 300 nghìn đồng và 200 nghìn đồng.

**Bài II. (1,0 điểm)**1) Giải bất phương trình:  $5x - 1 > 3x + 3$ .2) Rút gọn biểu thức:  $\sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{2}(\sqrt{8} - 3)$ .**Lời giải**

1)  $5x - 1 > 3x + 3$

$2x > 4$

$x > 2$

Vậy bất phương trình có nghiệm  $x > 2$ .

2)  $\sqrt{98} - \sqrt{32} + \sqrt{2}(\sqrt{8} - 3) = 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4 - 3\sqrt{2} = 4$ .

**Bài III. (1,5 điểm)**Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$  và  $B = \frac{3}{\sqrt{x}+3} + \frac{x+9}{x-9}$  với  $x > 0, x \neq 9$ .1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 4$ .2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .3) Tìm các giá trị của  $x$  để  $A.B < 1$ .**Lời giải**1) Thay  $x = 4$  (thỏa mãn điều kiện) vào  $A$  ta được:  $A = \frac{\sqrt{4}+1}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$ Vậy  $A = \frac{3}{2}$  khi  $x = 4$ .2) Với  $x > 0, x \neq 9$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{3}{\sqrt{x}+3} + \frac{x+9}{x-9} \\
 &= \frac{3(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{x+9}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}
 \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$  với  $x > 0, x \neq 9$ .

c) Với  $x > 0, x \neq 9$  ta có:  $A.B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

Để  $A.B < 1$  thì  $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} < 1 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}-3} < 0$

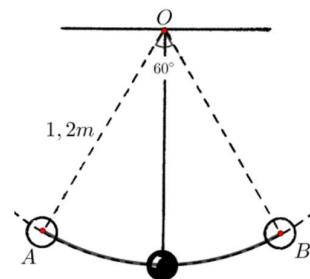
Vì  $4 > 0$  nên  $\sqrt{x}-3 < 0 \Rightarrow \sqrt{x} < 3 \Rightarrow x < 9$ . Kết hợp điều kiện:  $0 < x < 9$

Vậy  $0 < x < 9$  thì  $A.B < 1$ .

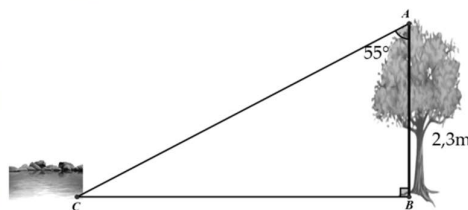
#### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Một con lắc di chuyển từ vị trí  $A$  đến vị trí  $B$  (hình bên).

Tính độ dài quãng đường  $AB$  mà con lắc di chuyển, biết rằng sợi dây  $OA$  có chiều dài bằng 1,2 mét và số đo góc  $AOB$  bằng  $60^\circ$ . (lấy  $\pi \approx 3,14$ , sợi dây không giãn trong quá trình di chuyển).



2) Một người đứng từ vị trí  $A$  trên ngọn cây cách mặt đất khoảng cách  $AB = 2,3$  m. Người đó nhìn thấy một hồ nước theo hướng  $AC$  tạo với phương thẳng đứng góc  $CAB$  bằng  $55^\circ$ . Tính khoảng cách  $BC$  từ hồ nước tới gốc cây (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



3) Cho nửa đường tròn tâm  $O$ , bán kính  $R$ , đường kính  $AB$ . Trên nửa đường tròn lấy điểm  $M$  khác  $A$  và  $B$ . Các tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ) tại điểm  $A$  và tại điểm  $M$  cắt nhau tại điểm  $C$ .

a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, C, M$  cùng thuộc một đường tròn.

b) Qua điểm  $O$  kẻ một đường thẳng song song với  $AM$ . Đường thẳng này cắt  $MB$  tại  $H$  và cắt đường thẳng  $CM$  tại  $D$ . Chứng minh  $OH = \frac{1}{2}AM$  và  $BD$  là tiếp tuyến của đường tròn ( $O$ ).

c)  $OD$  cắt nửa đường tròn ( $O$ ) tại  $K$ . Gọi  $E$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $K$  tới  $CD$ . Chứng minh  $HE$  vuông góc với  $MK$ .

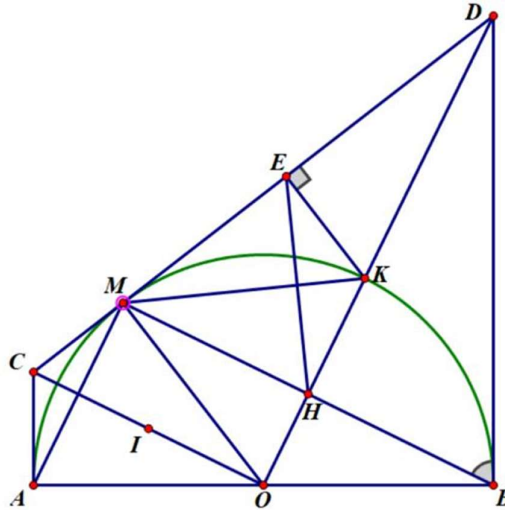
#### Lời giải

1) Độ dài quãng đường  $AB$  là:  $\frac{\pi \cdot 1,2 \cdot 60}{180} \approx \frac{3,14 \cdot 1,2 \cdot 60}{180} = 1,256$  (m)

2) Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ :  $BC = AB \cdot \tan A = 2,3 \cdot \tan 55^\circ \approx 3,3$  (m)

Vậy khoảng cách từ hồ nước tới gốc cây khoảng 3,3 m.

3)



a) Do  $CA, CM$  là các tiếp tuyến của  $(O; R)$  nên  $\widehat{CAO} = \widehat{CMO} = 90^\circ$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $OC$ , chỉ ra  $IA = IO = IM = IC = \frac{OC}{2}$

Do đó  $O, A, C, M$  cùng thuộc đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $\frac{OC}{2}$ .

b) Ta có:  $OA = OM = OB = R$ .  $\triangle AMB$  có đường trung tuyến  $OM = \frac{1}{2}AB$  nên  $\triangle AMB$  vuông tại

$M$  hay  $AM \perp MB$ . Mà  $AM \parallel OD$  nên  $OD \perp MB$  tại  $H$

Xét  $\triangle OBM$  cân tại  $O$  (do  $OM = OB = R$ ) có  $OH$  là đường cao

Suy ra  $OH$  đồng thời là đường trung tuyến, đường phân giác

Hay  $H$  là trung điểm  $BM$ ,  $\widehat{MOD} = \widehat{BOD}$

Xét  $\triangle AMB$  có  $O, H$  lần lượt là trung điểm  $AB, BM$  nên  $OH$  là đường trung bình của  $\triangle AMB$

$$\Rightarrow OH = \frac{1}{2}AM$$

Chứng minh  $\triangle OMD = \triangle OBD$  (c-g-c). Suy ra  $\widehat{OBD} = \widehat{OMD} = 90^\circ \Rightarrow OB \perp BD$  mà  $B \in (O; R)$

Vậy  $BD$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .

c)  $KE$  và  $OM$  cùng vuông góc với  $CD$  nên  $KE \parallel OM$ . Suy ra  $\widehat{MKE} = \widehat{KMO}$  (2 góc so le trong)

Lại có  $\triangle OMK$  cân tại  $O$  (do  $OK = OM = R$ ) nên  $\widehat{OKM} = \widehat{KMO}$  suy ra  $\widehat{MKE} = \widehat{MKH}$

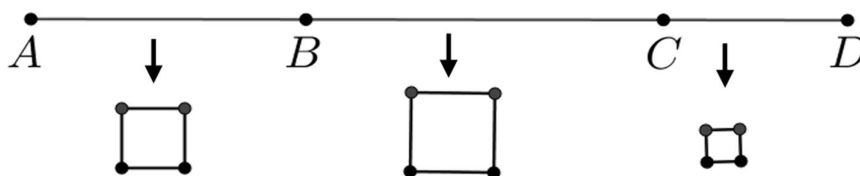
Lại có  $\widehat{MHK} = 90^\circ$  dẫn đến  $\triangle MKE = \triangle MKH$  (cạnh huyền - góc nhọn).

Suy ra  $KE = KH$ ,  $ME = MH$ .

Do đó  $MK$  là đường trung trực của  $EH$  nên  $MK \perp EH$ .

#### Bài V. (0,5 điểm)

Chuẩn bị đón năm mới, bạn Lan dự định trang trí bảng tin của lớp bằng các họa tiết hình vuông. Để tạo ra các hình vuông, bạn Lan cắt mỗi đoạn dây dài 60 cm thành 3 đoạn nhỏ. Sau đó mỗi đoạn nhỏ được uốn lại thành một hình vuông (hình bên dưới). Hỏi phải chia đoạn dây thành 3 phần có độ dài như thế nào để tổng diện tích các hình vuông có giá trị nhỏ nhất.



#### Lời giải

Gọi độ dài các đoạn dây lần lượt là  $a, b, c$  (cm) ( $a, b, c > 0$ )

Theo đề bài,  $a + b + c = 60$

Tổng diện tích các hình vuông là:  $S = \left(\frac{a}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{c}{4}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{16}$

Chúng minh được bất đẳng thức  $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{(a + b + c)^2}{3}$

(Biến đổi từ bất đẳng thức  $(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \geq 0$ )

Vậy  $S = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{16} \geq \frac{(a + b + c)^2}{48} = \frac{60^2}{48} = 75$

Đẳng thức xảy ra khi  $a = b = c = 20$

Vậy để tổng diện tích nhỏ nhất thì cần chia 3 đoạn dây bằng nhau có độ dài mỗi đoạn là 20 cm.

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 7

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

## Bài I. (1,5 điểm)

Giải các phương trình và bất phương trình sau :

1)  $(x-3)(2x+4)=0$

2)  $-2x+6 \geq 0$

3)  $\frac{x-7}{2} + \frac{3x-5}{8} > \frac{x}{4}$

Lời giải

1)  $(x-3)(2x+4)=0$

Trường hợp 1:  $x-3=0$ 

$$x=3$$

Trường hợp 2 :  $2x+4=0$ 

$$x=-2$$

Vậy phương trình có nghiệm  $x=3$  hoặc  $x=-2$ .

2)  $-2x+6 \geq 0$

$$-2x \geq -6$$

$$x \leq 3$$

Vậy bất phương trình có nghiệm  $x \leq 3$ .

3)  $\frac{x-7}{2} + \frac{3x-5}{8} > \frac{x}{4}$

$$\frac{4(x-7)}{8} + \frac{3x-5}{8} > \frac{2x}{8}$$

$$4x-28+3x-5 > 2x$$

$$4x+3x-2x > 28+5$$

$$x > \frac{33}{5}$$

Vậy bất phương trình có nghiệm  $x > \frac{33}{5}$ .



## Bài II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức :  $A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$  và  $B = \frac{-9\sqrt{x}+10}{x-4} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

1) Tìm giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x=16$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$ .

3) Đặt  $P = B : A$ . Tìm tất cả các giá trị của  $x$  để  $P < \frac{1}{2}$ .

### Lời giải

1) Thay  $x=16$  (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức  $A$ , ta có :

$$A = \frac{\sqrt{16}-2}{\sqrt{16}-3} = 2.$$

Vậy  $A=2$  khi  $x=16$ .

2) Với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$  ta có :

$$B = \frac{-9\sqrt{x}+10}{x-4} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

$$B = \frac{-9\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{3(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{-9\sqrt{x}+10+3\sqrt{x}-6+x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{x-4\sqrt{x}+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

c) Với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$  ta có :

$$P = B : A = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} : \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2} \cdot \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$$

$$\text{Để } P < \frac{1}{2} \text{ thì } \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{2(\sqrt{x}-3)}{2(\sqrt{x}+2)} < \frac{\sqrt{x}+2}{2(\sqrt{x}+2)}$$

$$2\sqrt{x}-6 < \sqrt{x}+2 \quad (\text{do } 2(\sqrt{x}+2) > 0)$$

$$\sqrt{x} < 8$$

$$x < 64$$

$$\text{Kết hợp ĐKXD: } x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$$

$$\text{Suy ra } 0 \leq x < 64; x \neq 4; x \neq 9$$

$$\text{Vậy } 0 \leq x < 64; x \neq 4; x \neq 9 \text{ thì } P < \frac{1}{2}.$$

### Bài III. (2,0 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Theo kế hoạch hai tổ sản xuất 700 sản phẩm. Nhưng khi thực hiện, tổ thứ nhất vượt mức 20%, tổ thứ hai giảm mức 10% so với kế hoạch. Vì vậy hai tổ sản xuất được 720 sản phẩm. Hỏi theo kế hoạch mỗi tổ sản xuất bao nhiêu sản phẩm ?

#### Lời giải

Gọi số sản phẩm theo kế hoạch của tổ thứ nhất là  $x$  (sản phẩm) và số sản phẩm theo kế hoạch của tổ thứ hai là  $y$  (sản phẩm) ( $x, y \in \mathbb{N}^*$ ;  $x, y < 700$ ).

Theo bài cho, kế hoạch hai tổ sản xuất 700 sản phẩm nên có phương trình:

$$x + y = 700 \quad (1)$$

Khi thực hiện tổ thứ nhất vượt mức 20% nên làm được:  $120\% \cdot x = 1,2x$  (sản phẩm),

Tổ thứ hai giảm mức 10% nên làm được:  $90\% \cdot y = 0,9y$  (sản phẩm)

Theo bài cho, khi đó hai tổ làm được 720 sản phẩm nên có phương trình:

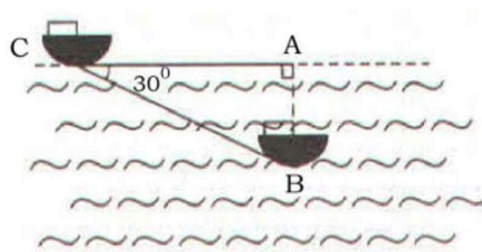
$$1,2x + 0,9y = 720 \quad (2)$$

Giải hệ phương trình (1) và (2) được:  $x = 300$ ;  $y = 400$  (thoả mãn điều kiện)

Vậy theo kế hoạch, tổ thứ nhất làm 300 sản phẩm và tổ thứ hai làm 400 sản phẩm.

#### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Trong một buổi tập luyện, một tàu ngầm ở trên mặt biển lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc  $30^\circ$  (xem hình vẽ bên). Khi tàu ở độ sâu 100 mét so với mặt nước biển thì tàu đi được quãng đường dài bao nhiêu mét?



2) Cho nửa đường tròn  $(O)$ , đường kính  $AB$ . Trên nửa đường tròn  $(O)$  lấy một điểm  $D$  ( $D$  khác  $A$  và  $B$ ). Tiếp tuyến của nửa đường tròn  $(O)$  tại  $A$  và  $D$  cắt nhau ở điểm  $C$ . Gọi  $F$  là hình chiếu của  $D$  trên đoạn thẳng  $AB$ . Tia  $BC$  cắt nửa đường tròn  $(O)$  tại  $E$ .

a) Chứng minh  $\triangle AEB$  vuông.

b) Chứng minh  $CE \cdot CB = CA^2$  và  $\widehat{CDE} = \widehat{CBD}$ .

c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $DF$ . Chứng minh ba điểm  $B, I, C$  thẳng hàng.

#### Lời giải

1)  $AB$  là độ sâu của con tàu

Góc  $ACB$  là góc tạo bởi đường đi của con tàu với mặt nước biển

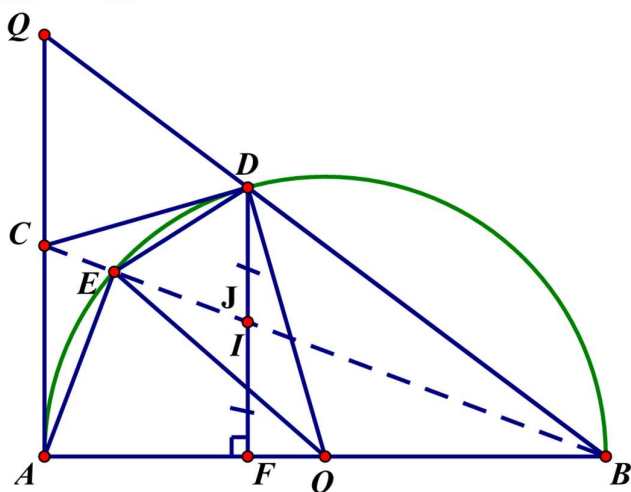
$CB$  là quãng đường tàu đi được

Xét tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có:  $\sin \hat{C} = \frac{AB}{BC}$  hay  $\sin 30^\circ = \frac{100}{BC}$

Suy ra  $BC = 200$  (m)

Vậy khi tàu ở độ sâu 100 mét so với mặt nước biển thì tàu đi được quãng đường dài 200 mét.

2)



a) Chứng minh được  $OE = \frac{1}{2}AB$  suy ra  $\triangle AEB$  vuông tại  $E$ .

b) Chứng minh được  $\widehat{AEC} = 90^\circ$

Chứng minh được  $\triangle CAB \sim \triangle CEA$  (g-g)

Suy ra  $CE.CB = CA^2$

Lại có  $CD = CA$  (t/c hai tiếp tuyến cắt nhau) suy ra  $CE.CB = CD^2$

Chứng minh được  $\triangle CDE \sim \triangle CBD$  (c-g-c). Suy ra  $\widehat{CDE} = \widehat{CBD}$  (hai góc tương ứng)

c) Gọi  $J$  là giao điểm của  $CB$  và  $DF$ ;  $Q$  là giao điểm của  $BD$  và  $AC$

Chứng minh được  $CA = CQ (= CD)$

Ta có  $AQ \parallel DF$  (do cùng vuông góc  $AB$ ). Áp dụng định lý Thales trong  $\triangle ABC$  và  $\triangle BCQ$  được:

$$\frac{DJ}{CQ} = \frac{JF}{CA} \left( = \frac{BI}{BC} \right)$$

Từ đó suy ra  $DJ = JF$ . Mà  $D, J, F$  thẳng hàng nên  $J$  là trung điểm của  $DF$  suy ra  $J \equiv I$

Vậy ba điểm  $B, I, C$  thẳng hàng.

#### Bài V. (0,5 điểm)

Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là  $384 \text{ cm}^2$ . Lề trên, lề dưới là 3 cm; lề phải, lề trái là 2 cm. Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang giấy là nhỏ nhất?

#### Lời giải

Với mọi  $a, b > 0$  ta có  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$  suy ra  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$  (\*). Dấu "=" xảy ra khi:  $a = b$

Gọi  $a, b$  (cm,  $a > 0, b > 0$ ) là độ dài chiều dọc và chiều ngang của trang chữ

Suy ra kích thước trang giấy là  $a + 6, b + 4$  (cm)

Ta có:  $ab = 384$  suy ra  $b = \frac{384}{a}$  (1)

Diện tích trang giấy là  $S = (a + 6)(b + 4)$ . Suy ra  $S = 4a + \frac{2304}{a} + 408$

Theo bất đẳng thức (\*) ta có:  $S \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{2304}{a}} + 408 = 600$

Dấu "=" xảy ra khi  $4a = \frac{2304}{a}$  suy ra  $a = 24$  (do  $a > 0$ )

Suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu của trang giấy là 30 cm, 20 cm.

----- HẾT -----

## ĐỀ SỐ 8

### ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

#### Bài I. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3}$  và  $B = \frac{1}{\sqrt{x}-3}$  (Với  $x \geq 0; x \neq 9$ ).

- Tính giá trị biểu thức  $B$  khi  $x = 25$ .
- Rút gọn biểu thức  $P = A - B$ .
- Tìm số tự nhiên  $x$  lớn nhất để  $P \leq \frac{1}{3}$ .

#### Lời giải

a) Thay  $x = 25$  (thoả mãn điều kiện) vào biểu thức  $B$ , ta có:  $B = \frac{1}{\sqrt{25}-3} = \frac{1}{2}$

Vậy với  $x = 25$  thì  $B = \frac{1}{2}$

b) Với  $x \geq 0; x \neq 9$ , ta có:

$$\begin{aligned}
 P = A - B &= \frac{x+3}{x-9} + \frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}-3} \\
 &= \frac{x+3+2 \cdot (\sqrt{x}-3) - (\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{x+3+2\sqrt{x}-6-\sqrt{x}-3}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{x+\sqrt{x}-6}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3) \cdot (\sqrt{x}-3)} = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}
 \end{aligned}$$

Vậy với  $x \geq 0; x \neq 9$  thì  $P = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3}$

c) Để  $P \leq \frac{1}{3}$  thì  $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} \leq \frac{1}{3}$ . Suy ra:  $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-3} - \frac{1}{3} \leq 0$  hay  $\frac{3 \cdot (\sqrt{x}-2) - (\sqrt{x}-3)}{3 \cdot (\sqrt{x}-3)} \leq 0$

Hay  $\frac{2\sqrt{x}-3}{3 \cdot (\sqrt{x}-3)} \leq 0$

Do  $2\sqrt{x}-3 \geq \sqrt{x}-3$  với  $x \geq 0; x \neq 9$  nên ta có:  $\begin{cases} 2\sqrt{x}-3 \geq 0 \\ \sqrt{x}-3 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{9}{4} \\ x < 9 \end{cases} \Rightarrow \frac{9}{4} \leq x < 9$

Vì  $x \geq 0; x \neq 9$  và  $x$  là số tự nhiên lớn nhất nên  $x = 8$

Vậy  $x = 8$  thì  $P \leq \frac{1}{3}$ .

## Bài II. (2,0 điểm)

Trên quãng đường  $AB$  dài 200 km có hai xe đi ngược chiều nhau, xe khách khởi hành từ  $A$  đến  $B$ , xe tải khởi hành từ  $B$  về  $A$ . Hai xe khởi hành cùng một lúc và gặp nhau sau 2 giờ, biết vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc xe tải là 10 km/h. Tính quãng đường mỗi xe đi được từ khi xuất phát đến khi hai xe gặp nhau?

### Lời giải

Gọi quãng đường xe khách đi được là  $x$ (km), ( $0 < x < 200$ )

Suy ra quãng đường xe tải đi được là  $200 - x$ ( km)

Vận tốc của xe khách là  $\frac{x}{2}$  (km/h)

Vận tốc của xe tải là  $\frac{200-x}{2}$  (km / h)

Vì vận tốc xe khách lớn hơn vận tốc của xe tải là 10(km/h)

Ta có phương trình:  $\frac{x}{2} - \frac{200-x}{2} = 10$

Giải phương trình, ta được:  $x = 110$  (thỏa mãn)

Vậy quãng đường xe khách đi được là 110( km), quãng đường xe tải đi được là:

$$200 - 110 = 90(\text{km})$$

**Bài III. (2,0 điểm)**

1) Rút gọn các biểu thức sau:

a)  $2\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{5}$ .

b)  $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}$ .

2) Giải hệ phương trình:  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$ .**Lời giải**

1)

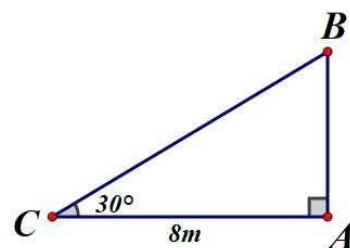
|                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                   |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| a) $2\sqrt{20} + 5\sqrt{45} - 3\sqrt{5}$<br>$= 2\sqrt{4 \cdot 5} + 5\sqrt{9 \cdot 5} - 3\sqrt{5}$<br>$= 4\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$<br>$= 16\sqrt{5}$ | b) $\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \sqrt{3}$<br>$= \frac{(2+\sqrt{3})^2}{2^2 - (\sqrt{3})^2} - \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2 - 1} + \sqrt{3}$<br>$= 4 + 4\sqrt{3} + 3 - \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3}$<br>$= 8 + 4\sqrt{3}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

2)  $\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$  suy ra  $\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$  hay  $\begin{cases} 7x = 14 \\ x + 3y = 11 \end{cases}$  tính toán ta được  $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất  $(x; y) = (2; 3)$ .**Bài IV. (3,5 điểm)**

1) Giông bão thổi mạnh, một cây tre gãy gấp xuống làm ngọn cây chạm đất và ngọn cây tạo với mặt đất một góc  $30^\circ$ . Người ta đo được khoảng cách từ chỗ ngọn cây chạm đất đến gốc tre là 8 m.

Giả sử cây tre mọc vuông góc với mặt đất, hãy tính chiều cao của cây tre đó khi chưa gãy (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



2) Cho  $\triangle ABC$  có 3 góc nhọn, đường cao  $AH$ , kẻ  $HE \perp AC$  tại  $E$ ,  $HD \perp AB$  tại  $D$ . Gọi  $O$  là trung điểm của  $AH$ .

a) Chứng minh rằng:  $A, E, H, D$  cùng thuộc một đường tròn tâm  $O$ .b) Chứng minh rằng:  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ .c) Gọi  $I$  là trung điểm của  $HC$ . Chứng minh rằng  $IE$  là tiếp tuyến của đường tròn  $(O)$ .



## Lời giải

1) Xét  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  ta có:

$$+) AB = AC \tan C = 8 \cdot \tan 30^\circ = 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ (m)}$$

$$+) \cos C = \frac{AC}{BC} \text{ nên } BC = \frac{AC}{\cos C} = \frac{8}{\cos 30^\circ} = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ (m)}$$

$$AB + BC = \frac{8\sqrt{3}}{3} + \frac{16\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \approx 13,9 \text{ (m)}$$

Vậy cây tre cao khoảng 13,9 m.

2)

a) Xét  $\triangle DAH$  vuông tại  $D$ , trung tuyến  $DO$ , ta có:

$$OD = \frac{1}{2} AH \text{ (tính chất trung tuyến của tam giác vuông)}$$

Xét  $\triangle EAH$  vuông tại  $E$ , trung tuyến  $EO$ , ta có:

$$OE = \frac{1}{2} AH \text{ (tính chất trung tuyến của tam giác vuông)}$$

$$\text{Vậy } OE = OD = OA = OH = \frac{1}{2} AH$$

Suy ra  $A, D, H, E$  cùng thuộc đường tròn tâm  $O$ .

b) Xét  $\triangle HAC$  vuông tại  $H$  ta có:  $\cos \widehat{HAC} = \frac{AH}{AC}$

Xét  $\triangle EHA$  vuông tại  $E$  ta có:  $\cos \widehat{HAE} = \frac{AE}{AH}$

$$\text{Vậy } \frac{AE}{AH} = \frac{AH}{AC} \text{ suy ra } AH^2 = AE \cdot AC$$

$$\text{Chứng minh tương tự ta có: } \cos \widehat{HAB} = \frac{AD}{AH} = \frac{AH}{AB} \text{ suy ra } AH^2 = AD \cdot AB$$

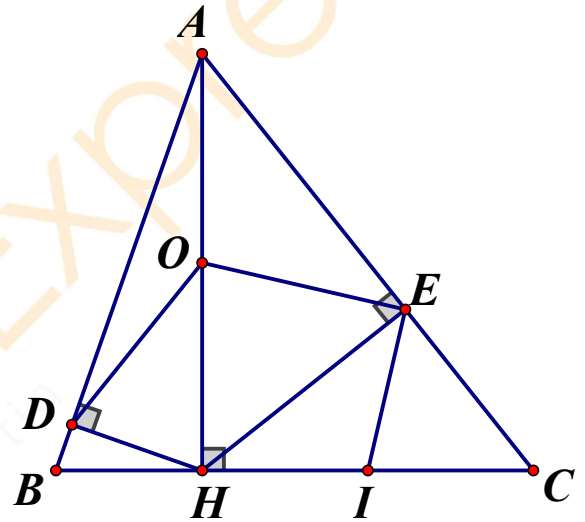
$$\text{Vậy } AD \cdot AB = AE \cdot AC$$

c)  $\triangle OHE$  cân tại  $O$  ( $OE = OH$ ) suy ra  $\widehat{OHE} = \widehat{OEH}$

Xét  $\triangle ECH$  vuông tại  $E$ , trung tuyến  $EI$ , ta có:  $EI = \frac{1}{2} HC$  (tính chất trung tuyến của tam giác vuông)

$$\text{Suy ra } EI = IH = \frac{1}{2} HC$$

$$\text{Suy ra } \triangle IHE \text{ cân tại } I \text{ suy ra: } \widehat{IHE} = \widehat{IEH} \text{ (2)}$$



Từ (1) và (2) ta có:  $\widehat{OHE} + \widehat{IHE} = \widehat{OEH} + \widehat{IEH}$

Suy ra  $\widehat{OHI} = \widehat{OEI}$

Mà  $\widehat{OHI} = 90^\circ$  nên  $\widehat{OEI} = 90^\circ$  suy ra  $IE \perp OE$  tại  $E$

Ta có:  $E \in (O); IE \perp OE$  tại  $E$ .

Nên  $IE$  là tiếp tuyến của  $(O)$  tại tiếp điểm  $E$ .

#### Bài V. (0,5 điểm)

Giải phương trình:  $7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$ .

Lời giải

$$7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$$

$$y^2 + 4xy - 6y + 7x^2 - 24x + 21 = 0$$

$$y^2 + 2y(2x - 3) + (2x - 3)^2 + 3x^2 - 12x + 12 = 0$$

$$(y + 2x - 3)^2 + 3(x - 2)^2 = 0$$

$$\text{Nên } \begin{cases} x - 2 = 0 \\ y + 2x - 3 = 0 \end{cases} \text{ suy ra } \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

Vậy  $x = 2; y = -1$ .

HẾT

## ĐỀ SỐ 9

## ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

### Bài I. (2,0 điểm)

1) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a)  $x - 3 - 3x(x - 3) = 0$

b)  $\frac{4x-2}{3} + x \leq \frac{1+5x}{4}$

2) Giải hệ phương trình sau: 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + 2y = 3 \end{cases}$$

3) Tính giá trị biểu thức:  $M = \sqrt{32} - 3\sqrt{8} + 6\sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{50}$

### Lời giải

1)

|                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>a) <math>x - 3 - 3x(x - 3) = 0</math><br/> <math>(x - 3)(1 - 3x) = 0</math><br/> TH1: <math>x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3</math><br/> TH2: <math>1 - 3x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{3}</math><br/> Vậy phương trình có nghiệm <math>x \in \left\{3; \frac{1}{3}\right\}</math>.</p> | <p>b) <math>\frac{4x-2}{3} + x \leq \frac{1+5x}{4}</math><br/> <math>16x - 8 + 12x \leq 3 + 15x</math><br/> <math>16x + 12x - 15x \leq 3 + 8</math><br/> <math>13x \leq 11</math><br/> <math>x \leq \frac{11}{13}</math><br/> Vậy nghiệm của bất phương trình là <math>x \leq \frac{11}{13}</math>.</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

2) 
$$\begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -x + 2y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = -5 \\ -2x + 4y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ -2x + 4 \cdot 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm  $(x; y) = (-1; 1)$ .

3)  $M = \sqrt{32} - 3\sqrt{8} + 6\sqrt{\frac{1}{2}} + 2\sqrt{50} = 4\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \cdot 5\sqrt{2} = (4 - 6 + 3 + 10)\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$

**Bài II. (2,0 điểm)**

Cho biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$  với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ .

- 1) Tính giá trị của biểu thức  $A$  khi  $x = 16$ .
- 2) Rút gọn biểu thức  $B$ .
- 3) Biết  $P = B : A$ . Tìm tất cả các giá trị nguyên của  $x$  sao cho  $P < 1$ .

**Lời giải**

1) Thay  $x = 16$  (thoả mãn điều kiện) vào biểu thức  $A$  ta được:  $A = \frac{\sqrt{16}-3}{\sqrt{16}-2} = \frac{4-3}{4-2} = \frac{1}{2}$

Vậy  $A = \frac{1}{2}$  khi  $x = 16$ .

$$\begin{aligned}
 2) \quad B &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4} \quad (\text{ĐK: } x \geq 0; x \neq 4) \\
 &= \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} + \frac{5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{x-2\sqrt{x}-\sqrt{x}+2+5\sqrt{x}-2}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} \\
 &= \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}
 \end{aligned}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$  với  $x \geq 0; x \neq 4$ .

3) Với  $x \geq 0; x \neq 4; x \neq 9$ , ta có:  $P = B : A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

$$\text{Xét } P < 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} < 1 \text{ hay } \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\frac{3}{\sqrt{x}-3} < 0$$

$$\sqrt{x} - 3 < 0 \text{ (do } 3 > 0)$$

$$x < 9$$

Kết hợp ĐKXĐ ta có  $x \in \{0; 1; 2; 3; 5; 6; 7; 8\}$

Vậy  $x \in \{0; 1; 2; 3; 5; 6; 7; 8\}$  thì  $P < 1$ .

### Bài III. (1,5 điểm)

Trong kì thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024, trường A và trường B có tất cả 700 học sinh lớp 9 tham gia dự thi. Kết quả có 500 học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm. Biết tỉ lệ đó của trường A là 60% và trường B là 80%. Hỏi mỗi trường có bao nhiêu học sinh lớp 9 tham gia dự thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024.

#### Lời giải

Gọi số học sinh lớp 9 của trường A tham gia dự thi vào lớp 10 là  $x$  (học sinh  $x \in \mathbb{N}^*, x < 700$ )

Gọi số học sinh lớp 9 của trường B tham gia dự thi vào lớp 10 là  $y$  (học sinh  $y \in \mathbb{N}^*, y < 700$ )

Vì cả 2 trường có 700 học sinh tham gia dự thi vào lớp 10 nên ta có phương trình:  $x + y = 700$  (1)

Số học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm của trường A là

$$60\% \cdot x = 0,6x \text{ (học sinh)}$$

Số học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm của trường B là

$$80\% \cdot y = 0,8y \text{ (học sinh)}$$

Vì hai trường có 500 học sinh đạt điểm trung bình các môn dự thi không dưới 8 điểm nên ta có phương trình:  $0,6x + 0,8y = 500$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x + y = 700 \\ 0,6x + 0,8y = 500 \end{cases}$$

Trình bày cách giải hệ phương trình tìm được 
$$\begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases} \text{ (thoả mãn)}$$

Vậy trường A có 300 học sinh lớp 9 tham gia dự thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024, trường B có 400 học sinh lớp 9 tham gia dự thi tuyển sinh vào lớp 10 năm 2024

#### Bài IV. (4,0 điểm)

1) Tính chiều cao của một toà tháp, biết rằng khi tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc  $40^\circ$  thì bóng của toà tháp trên mặt đất có chiều dài là 135 m, (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

2) Cho đường tròn  $(O; R)$  và một điểm  $A$  nằm ngoài đường tròn  $(O; R)$ . Từ  $A$  vẽ tiếp tuyến  $AB$ , tiếp tuyến  $AC$  của đường tròn  $(O; R)$  với  $(B, C$  là tiếp điểm). Gọi  $H$  là giao điểm của  $OA$  và  $BC$ . Tia  $AO$  cắt đường tròn  $(O; R)$  tại  $M$  và  $N$  ( $M$  nằm giữa  $A$  và  $N$ ).

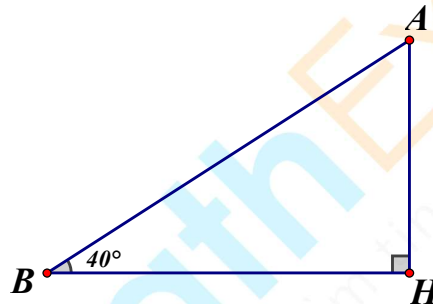
a) Chứng minh rằng bốn điểm  $A, B, O, C$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh  $AO$  vuông góc với  $BC$  và  $AM \cdot AN = AH \cdot AO$

c) Kẻ đường kính  $BD$ , gọi  $E$  là chân đường vuông góc kẻ từ  $C$  đến  $BD$ ,  $K$  là giao điểm của  $AD$  và  $CE$ . Chứng minh rằng  $K$  là trung điểm của  $CE$ .

#### Lời giải

1)



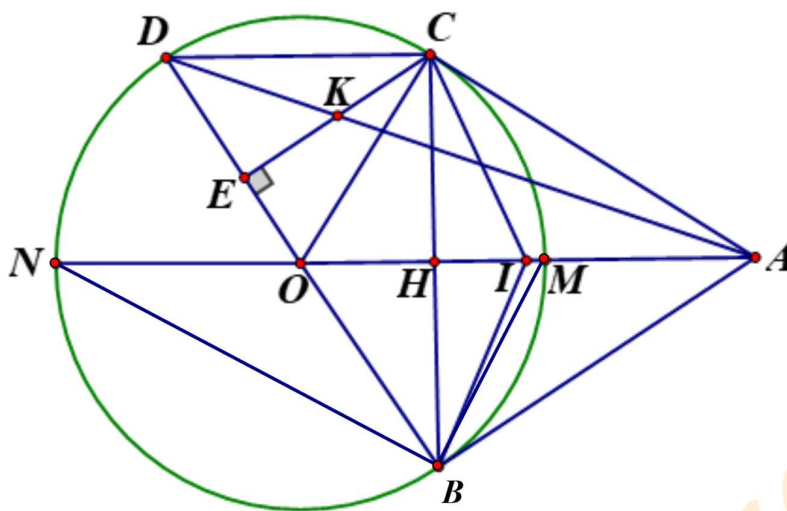
Giả sử  $AH$  là chiều cao của toà tháp.  $\widehat{ABH} = 40^\circ$  là góc tạo bởi tia nắng mặt trời với mặt đất.

Bóng của toà tháp trên mặt đất là  $BH = 135$  m

Xét  $\triangle ABH$  vuông tại  $H$  có:  $AH = BH \cdot \tan \widehat{ABH} = 135 \cdot \tan 40^\circ \approx 113,3$  ( m ).

Vậy toà tháp cao khoảng 113,3 mét

2)



a) Xét đường tròn  $(O)$  có  $AC, AB$  là 2 tiếp tuyến nên  $CA$  vuông góc với  $OC$ ,  $AB$  vuông góc với  $OB$

Gọi  $I$  là trung điểm của  $AO$  suy ra  $IA = IO = \frac{1}{2}AO$  (1)

Tam giác  $ABO$  vuông tại  $B$ , có  $BI$  là trung tuyến nên  $BI = \frac{1}{2}AO$  (2)

Tam giác  $ACO$  vuông tại  $C$  có  $CI$  là trung tuyến nên  $CI = \frac{1}{2}AO$  (3)

Từ (1), (2), (3) suy ra  $IA = IB = IC = IO$

Do đó 4 điểm  $A, B, O, C$  cùng thuộc đường tròn tâm  $I$ , đường kính  $AO$ .

b) Xét đường tròn  $(O)$  có  $AC, AB$  là 2 tiếp tuyến cắt nhau tại  $A$ .

Nên  $AB = AC$ ,  $OA$  là phân giác của góc  $BOC$ ,  $AO$  là phân giác của góc  $BAC$ .

Xét tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  có  $AO$  là phân giác nên  $AO$  là đường cao

Do đó  $AO$  vuông góc với  $BC$

$$\triangle AHB \sim \triangle ABO (g - g) \Rightarrow AB^2 = AH \cdot AO \quad (4)$$

$$\triangle AMB \sim \triangle ABN (g - g) \Rightarrow AB^2 = AM \cdot AN \quad (5)$$

Từ (4) và (5) suy ra  $AM \cdot AN = AH \cdot AO$

c) Ta có  $CE \parallel AB$  (do cùng vuông góc với  $BD$ )

Áp dụng định lý Thales trong  $\triangle ABD$  có  $\frac{EK}{AB} = \frac{DE}{BD}$



Suy ra  $EK \cdot BD = DE \cdot AB$  (\*)

Tam giác  $BCD$  có  $CO$  là trung tuyến ứng với cạnh  $BD$  và  $CO = DO = R = BD : 2$

Nên tam giác  $BCD$  vuông tại  $C$

Do đó  $CD \parallel OA$  (cùng vuông góc với  $BC$ ) nên  $\widehat{AOB} = \widehat{CDE}$  (2 góc đồng vị)

Chứng minh được  $\triangle ABO \sim \triangle CED$  (g - g)

Suy ra  $CE \cdot BO = DE \cdot AB$  (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra  $EK \cdot BD = CE \cdot BO$

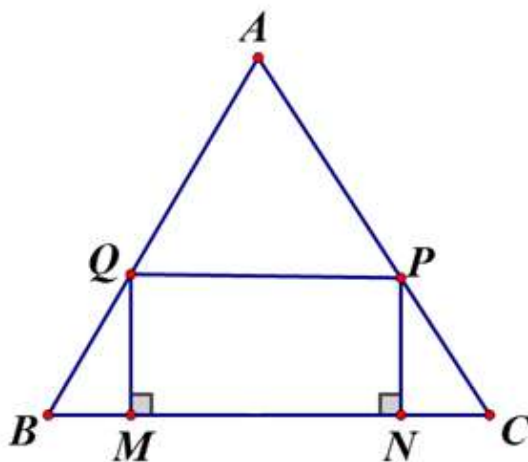
Mà  $BD = 2BO$  suy ra  $EK \cdot 2BO = CE \cdot BO$

Suy ra  $2 \cdot EK = CE$

Do đó  $K$  là trung điểm của  $CE$ .

#### Bài V. (0,5 điểm)

Đoàn Thanh niên của một xã trong huyện tham dự làm trại hè năm 2024 với trang trí cổng trại hình tam giác đều  $ABC$  có cạnh 6 m. Các đoàn viên cần làm cửa ra vào hình chữ nhật  $MNPQ$  sao cho đỉnh  $M$  và đỉnh  $N$  nằm trên cạnh  $BC$ , đỉnh  $P$  và đỉnh  $Q$  theo thứ tự nằm trên cạnh  $AC$  và cạnh  $AB$  (hình vẽ). Hỏi có thể làm cửa ra vào hình chữ nhật  $MNPQ$  với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Gọi  $H$  là trung điểm của  $BC$ . Ta có  $BH = HC = BC : 2$

Đặt  $BM = x$  (m,  $0 < x < 3$ );  $MN = 6 - 2x$  (m)

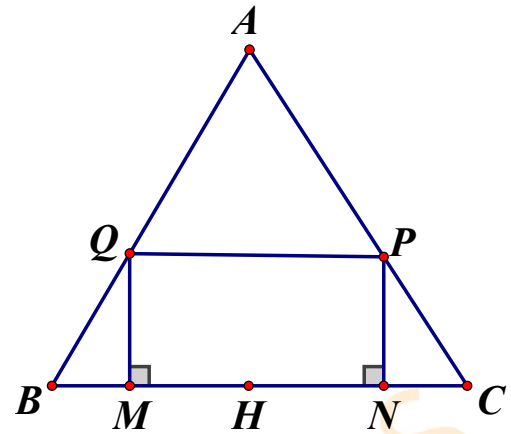
Tam giác  $MBQ$  vuông tại  $M$  có  $\hat{B} = 60^\circ$

Tính được  $QM = x\sqrt{3}$  (m)

Diện tích hình chữ nhật  $MNPQ$  là

$$S = x\sqrt{3} \cdot (6 - 2x) = -2\sqrt{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9\sqrt{3}}{2} \leq \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Max} S = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ khi } x = \frac{3}{2}$$



Diện tích hình chữ nhật lớn nhất bằng  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$  khi  $M$  cách  $B$  một khoảng bằng  $\frac{3}{2}$  m.

-----HẾT-----

# ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

## ĐỀ SỐ 10

### Bài I. (2,0 điểm)

1) Giải các phương trình sau:

a)  $x(x-7)+x-7=0$ ;

b)  $\frac{x-1}{x-2}+3=\frac{x-8}{2-x}$ .

2) Giải hệ phương trình  $\begin{cases} x-2y=12(1) \\ 2x+3y=3(2) \end{cases}$ .

3) Giải bất phương trình  $x^2-3x+1 \geq 2(x-1)-x(3-x)$ .

### Lời giải

1)

a)  $x(x-7)+x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0$

$x=-1$  hoặc  $x=7$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là

$x=-1; x=7$ .

b)  $\frac{x-1}{x-2}+3=\frac{x-8}{2-x}$  (ĐKXĐK:  $x \neq 2$ )

$\frac{x-1}{x-2}+\frac{3(x-2)}{x-2}+\frac{x-8}{x-2}=0$

$5x-15=0$

$x=3$  (TM)

Vậy phương trình đã cho có nghiệm  $x=3$ .

2) Từ phương trình (1) ta có  $x=2y+12$  (3)

Thế vào phương trình (2) ta được

$2(2y+12)+3y=3$  suy ra  $7y=-21$  suy ra  $y=-3$

Thế  $y=-3$  vào phương trình (3) ta được  $x=2 \cdot (-3)+12=6$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là  $(x; y)=(6; -3)$ .

3)  $x^2-3x+1 \geq 2x-2-3x+x^2$  suy ra  $3 \geq 2x$  suy ra  $x \leq \frac{3}{2}$

Vậy bất phương trình có nghiệm là  $x \leq \frac{3}{2}$ .

## Bài II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức  $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}+3} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3} - \frac{x-15}{x-9}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

1) Tính giá trị biểu thức  $A$  với  $x = 4$ .

2) Chứng minh  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ .

3) Cho  $P = \frac{B}{A}$ . Tìm các số nguyên tố  $x$  để  $P < 1$ .

### Lời giải

1) Thay  $x = 4$  (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức  $A$  ta được  $A = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$ .

Vậy với  $x = 4$  thì  $A = \frac{2}{3}$ .

2) Với  $x \geq 0, x \neq 9$ , ta có:

$$B = \frac{(\sqrt{x}+4)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} + \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)} - \frac{x-15}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{x+3\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-3)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)}$$

Vậy  $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$  với  $x \geq 0, x \neq 9$ .

3) Với  $x \geq 0, x \neq 9$ , ta có:  $P = \frac{B}{A} = \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-3)} : \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$

Để  $P < 1$  thì  $P - 1 < 0$  hay  $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3} - 1 < 0$ . Suy ra  $\frac{4}{\sqrt{x}-3} < 0$

Mà  $4 > 0$  nên suy ra  $\sqrt{x}-3 < 0$  hay  $x < 9$

Kết hợp với các điều kiện  $x \geq 0, x \neq 9, x$  là số nguyên tố, ta tìm được  $x \in \{2; 3; 5; 7\}$

Vậy các số nguyên tố  $x$  để  $P < 1$  là  $2, 3, 5, 7$ .

**Bài III. (1,5 điểm)**

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Anh Nam dự định mua một lò vi sóng và một máy rửa bát với tổng số tiền theo giá niêm yết là 8610000 đồng. Vì hôm đó cửa hàng có chương trình khuyến mãi giảm 5% cho lò vi sóng và 6% cho máy rửa bát nên anh Nam đã mua thêm một máy rửa bát nữa để tặng người thân. Tổng số tiền anh trả cho cửa hàng là 13527000 đồng. Hỏi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát là bao nhiêu?

**Lời giải**

Gọi giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát lần lượt là  $x$  và  $y$  (đơn vị: đồng; điều kiện:  $x, y > 0$ )

Vì tổng số tiền theo giá niêm yết của một lò vi sóng và một máy rửa bát với là 8610000 đồng nên ta có phương trình  $x + y = 8610000$  (1)

Thực tế anh Nam đã trả 13527000 đồng mua một lò vi sóng với giá khuyến mãi 5% và hai máy rửa bát với giá khuyến mãi 6% nên ta có phương trình  $(100\% - 5\%)x + (100\% - 6\%)2y = 13527000$

hay  $0,95x + 1,88y = 13527000$  (2)

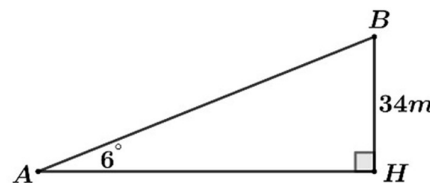
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x + y = 8610000 \\ 0,95x + 1,88y = 13527000 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta được 
$$\begin{cases} x = 2860000 \\ y = 5750000 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy giá niêm yết của một lò vi sóng là 2860000 đồng, giá niêm yết của một máy rửa bát là 5750000 đồng.

**Bài IV. (4,0 điểm)**

1) Một người đi xe đạp lên một đoạn đường dốc từ  $A$  đến  $B$  có độ nghiêng  $6^\circ$  so với mặt đất. Biết đỉnh dốc cao khoảng 34 m so với phương nằm ngang. Hỏi đoạn đường dốc đó dài bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



2) Cho nửa đường tròn  $(O)$  đường kính  $AB = 2R$ . Kẻ tiếp tuyến  $Ax$  của đường tròn. Trên tia  $Ax$  lấy điểm  $C$  sao cho  $AC > R$ . Từ  $C$  kẻ tiếp tuyến  $CD$  của đường tròn  $(O)$  ( $D$  là tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm  $O, A, C, D$  cùng nằm trên một đường tròn.

b) Chứng minh  $OC$  vuông góc với  $AD$  và  $OC$  song song với  $BD$ .

c) Đường thẳng vuông góc với  $AB$  tại  $O$  cắt tia  $BD$  tại  $M$ ,  $CO$  cắt  $AM$  tại  $N$ ,  $CD$  cắt  $OM$  tại  $E$ ,  $CM$  cắt  $OD$  tại  $F$ . Chứng minh  $N, E, F$  thẳng hàng.

## Lời giải

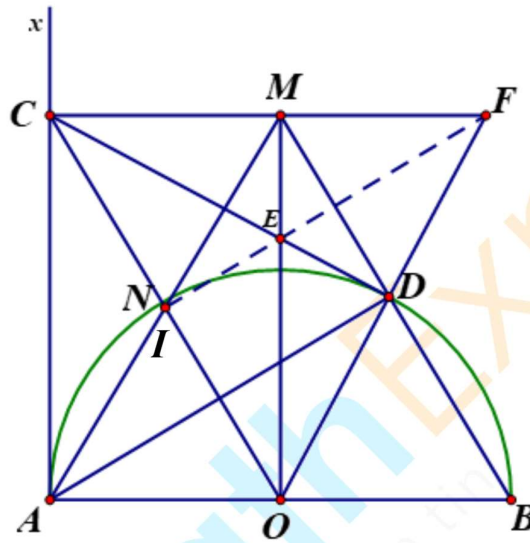
1) Xét tam giác  $ABH$  vuông tại  $H$  có  $\sin \widehat{BAH} = \frac{BH}{AB}$

Thay số  $\sin 6^\circ \approx \frac{34}{AB}$

Từ đó suy ra  $AB \approx 325$  ( m)

Vậy đoạn đường dốc đó dài khoảng 325 mét.

2)



a) Vì  $CA, CD$  là các tiếp tuyến của  $(O)$  tại các tiếp điểm  $A, D$  nên  $\widehat{CAO} = \widehat{CDO} = 90^\circ$ .

Gọi  $I$  là trung điểm của  $CO$  suy ra  $IC = IO = \frac{1}{2}CO$

$\triangle CAO$  vuông tại  $A$  có đường trung tuyến  $AI$  nên  $IA = \frac{1}{2}CO$ .

Tương tự với  $\triangle CDO$  ta có  $ID = \frac{1}{2}CO$ .

Vậy  $IC = IO = IA = ID = \frac{1}{2}CO$  nên bốn điểm  $O, A, C, D$  cùng nằm trên đường tròn tâm  $I$ , bán kính  $\frac{1}{2}CO$ .

b) Xét  $(O)$  có  $CA, CD$  là các tiếp tuyến cắt nhau tại  $C$  nên  $CA = CD$  suy ra  $C$  nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AD$ ; mà  $OA = OD = R$  nên  $O$  nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng  $AD$ .

Vậy  $CO$  là đường trung trực của đoạn thẳng  $AD$ , suy ra  $CO \perp AD$ .

$\triangle ADB$  có  $DO$  là đường trung tuyến, mà  $DO = \frac{1}{2}AB$  nên  $\triangle ADB$  vuông tại  $D$ . Suy ra  $AD \perp DB$

Vì  $OC$  và  $BD$  cùng vuông góc với  $AD$  nên  $OC$  song song với  $BD$ .

c)  $\triangle CAO$  và  $\triangle MOB$  có  $\widehat{CAO} = \widehat{MOB} = 90^\circ$ ;  $AO = OB = R$ ;  $\widehat{AOC} = \widehat{OBM}$  (2 góc đồng vị,  $CO \parallel MB$ )  
nên  $\triangle CAO = \triangle MOB$  (g.c.g)

Suy ra  $CO = MB$  mà  $CO \parallel MB$  nên tứ giác  $COBM$  là hình bình hành, suy ra  $CM \parallel OB$  hay  $CM \parallel AO$

Mà  $CM = AO$  (cùng  $= OB$ ) nên tứ giác  $CMOA$  là hình bình hành, lại có  $\widehat{CAO} = 90^\circ$  nên  $CMOA$  là hình chữ nhật.

Từ đó suy ra  $CM \perp MO$ , mà  $CD \perp OF$ ,  $CD$  cắt  $MO$  tại  $E$  nên  $E$  là trực tâm của  $\triangle OCF$ , suy ra  $FE \perp CO$  (1)

Lại có  $\widehat{ACN} = \widehat{NCE}$  (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau),  $\widehat{ACN} = \widehat{NOE}$  (2 góc so le trong,  $AC \parallel MO$ )  
nên  $\widehat{NCE} = \widehat{NOE}$ , suy ra  $\triangle CEO$  cân tại  $E$ ;

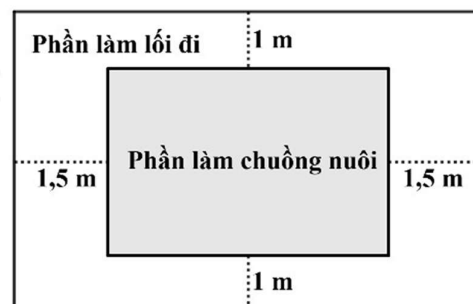
Mặt khác, vì  $CMOA$  là hình chữ nhật nên  $N$  là trung điểm của  $CO$ .

$\triangle CEO$  cân tại  $E$  nên đường trung tuyến  $EN$  đồng thời là đường cao, suy ra  $EN \perp CO$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $N, E, F$  thẳng hàng.

#### Bài V. (0,5 điểm)

Bác Vinh dự định dành ra một thửa đất có dạng hình chữ nhật trong mảnh đất lớn của gia đình để làm khu chăn nuôi. Bác dự định để phần đất ở giữa dạng hình chữ nhật để làm chuồng nuôi, phần còn lại ốp gạch làm lối đi (như hình bên). Biết tổng diện tích chuồng nuôi và lối đi là  $864 \text{ m}^2$ . Hỏi bác Vinh nên chọn các kích thước của thửa đất là bao nhiêu để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất và tính giá trị lớn nhất đó.



#### Lời giải

Gọi các kích thước cần tìm là  $x, y$  (m,  $x, y > 0$ ). Khi đó  $xy = 864$ .

Diện tích chuồng  $S = (x-3)(y-2) = xy - (2x+3y) + 6 = 870 - (2x+3y)$

**Bổ đề:**  $a+b \geq 2\sqrt{ab}$  với  $a, b \geq 0$

**Chứng minh:** Xét hiệu  $a+b-2\sqrt{ab} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$  với  $a, b \geq 0$

Suy ra  $a+b \geq 2\sqrt{ab}$  với  $a, b \geq 0$

Áp dụng bổ đề với hai số không âm  $2x$  và  $3y$  ta có:  $2x+3y \geq 2\sqrt{2x \cdot 3y} = 144$ .



Suy ra  $S \leq 870 - 144 = 726$ .

Dấu "=" xảy ra khi  $\begin{cases} 2x = 3y \\ xy = 864 \end{cases}$  hay  $\begin{cases} x = 36 \\ y = 24 \end{cases}$

Vậy bác Vinh nên chọn các kích thước của thửa đất là 36 m và 24 m để diện tích phần chuồng nuôi là lớn nhất là  $726 \text{ m}^2$ .

-----HẾT-----



MathExpress  
Sáng mãi niềm tin