MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 1
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

1) Trong bài "Tiếng Việt" của cố nhà văn, nhà soạn kịch kiêm nhà thơ Lưu Quang Vũ, có khổ thơ sau:

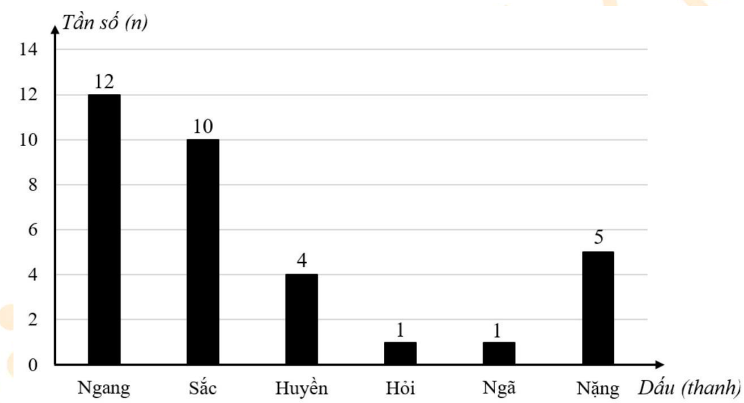
"Trái đất rộng giàu sang bao thứ tiếng

Cao quý thâm trầm rực rỡ vui tươi

Tiếng Việt rung rinh nhịp đập trái tim người

Như tiếng sáo như dây đàn máu nhỏ."

Số lần xuất hiện của mỗi loại dấu (thanh) được ghi lại trong biểu đồ tần số dưới đây:



a) Tìm tần số của dấu sắc trong khổ thơ;

b) Tần số tương đối của dấu nặng bằng bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

2) Mô hình màu RGB tạo nên các màu khác nhau bằng cách phối trộn ba màu cơ bản: Đỏ (Red - R), Xanh lục (Green - G) và Xanh lam (Blue - B). Bạn Hưng có 6 thùng sơn được đậy kín và không có nhãn mác, gồm các màu: Đỏ, vàng, cam, xanh lục, nâu, trắng. Xét phép thử "Mở ngẫu nhiên một thùng sơn" và biến cố A : "Thùng sơn được mở có màu cơ bản". Tính xác suất của biến cố A.

Câu II: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức: $A = \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $B = \dfrac{3\sqrt{x}+1}{1-x} + \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x > 0, x \neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$;

2) Chứng minh $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$;

3) Xét biểu thức $M = A \cdot B$. Tìm số nguyên x để M nhận giá trị nguyên.

Câu III: (1,5 điểm).

Một thành phố dự kiến dành khu đất ở huyện ngoại thành để bố trí tái định cư cho một số hộ dân đang sinh sống tại trung tâm thuộc diện di dời phục vụ mở rộng không gian công cộng. Biết khu đất rộng 8000 mét vuông và mỗi hộ dân nhận được diện tích đất như nhau. Trong thực tế, có thêm 10 hộ dân phải di dời nên diện tích đất mà mỗi hộ nhận được bị giảm đi 40 mét vuông. Hỏi có bao nhiêu hộ dân thuộc diện dự kiến di dời?

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Kem ốc quế sử dụng loại vỏ có dạng hình nón với bán kính đáy $2,5$ cm và chiều cao 6 cm. Lấy $\pi \approx 3,14$.

a) Tính thể tích lượng kem mà một vỏ ốc quế có thể chứa được, coi độ dày vỏ là không đáng kể.

b) Biết mỗi dm^2 vỏ ốc quế nặng 12 gam. Hỏi cần chuẩn bị bao nhiêu ki-lô-gam nguyên liệu để sản xuất 1000 vỏ ốc quế (coi hao hụt trong quá trình sản xuất là không đáng kể)?

2) Cho nửa đường tròn (O,R), đường kính AB và điểm M là trung điểm của đoạn OA. Đường thẳng qua M và vuông góc với AB, cắt nửa đường tròn (O) tại C. Lấy điểm I bất kì thuộc đoạn MC. Tia AI cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai D.

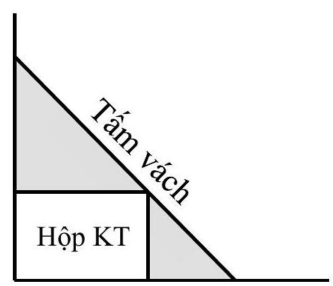
a) Chứng minh bốn điểm B,D,I,M cùng thuộc một đường tròn;

b) Tia MC cắt tia BD tại K. Chứng minh tam giác AMI đồng dạng với tam giác KMB và $MI \cdot MK = \dfrac{3R^2}{4}$;

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AIK luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm I thay đổi trên đoạn MC.

Câu V: (0,5 điểm).

Hộp kỹ thuật của một ngôi nhà được đặt trong góc tường và chiếm phần diện tích của một hình chữ nhật với kích thước $60 \text{ cm} \times 90 \text{ cm}$. Để tận dụng không gian, chủ nhà dự định lắp đặt một tấm vách sát với hộp kỹ thuật và các đầu vách chạm vào tường (như hình vẽ) để tạo ra hai khu vực lưu trữ đồ (phần tô đậm). Tính chiều dài của tấm vách để hai khu vực lưu trữ đồ chiếm tổng diện tích nhỏ nhất.



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{2}{x-1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

b) Chứng minh: $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;

c) Cho $P=A\cdot B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P|+P=0$.

Câu II: (2,0 điểm).

2.1) Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng trung bình 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy, biết bác lái xe nặng 75 kg?

2.2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một cơ sở sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định. Nhờ đổi mới phương pháp thu mua, cơ sở đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy cơ sở đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính lượng cá mà cơ sở phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.

Câu III: (2,0 điểm).

3.1) Giải các phương trình:

a) $2x^2-9x+7=0$

b) $x^2+6\sqrt{2}x+2=0$

3.2) Cho phương trình $x^2-6x-2m+3=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=20$.

Câu IV: (3,5 điểm).

4.1) Một chiếc quạt giấy khi xòe ra có dạng nửa hình tròn bán kính $2,2\text{dm}$ như hình bên. Tính diện tích phần giấy của chiếc quạt, biết rằng khi gấp lại, phần giấy có chiều dài khoảng $1,6\text{dm}$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của* dm^2).

4.2) Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C (khác A và B). Trên cung CB của nửa đường tròn (O) lấy điểm D (D khác C và B). Kẻ $CH \perp AB$ tại H; $CK \perp AD$ tại K. Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng AD và CH.

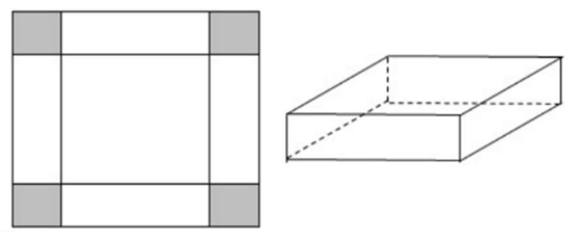
a) Chứng minh $AHKC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh $\widehat{KCH} = \widehat{DCB}$ và $AI \cdot AD = AH \cdot AB$;

c) Tia CK cắt đoạn thẳng HD tại điểm P. Chứng minh rằng $IP // CD$.

Câu V: (0,5 điểm).

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ bên để được một cái hộp không nắp. Tìm x để thể tích của hộp là lớn nhất.



--------------------------------HẾT-----------------------------------

ĐỀ SỐ 3
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,0 điểm).

Cho hàm số $y=(m-3)x^2$ (với $m\neq 3$) có đồ thị là parabol (P)

a) Tìm m để (P) đi qua điểm $K(-3;18)$;

b) Với m tìm được ở câu a, tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d): $y=-7x+4$.

Câu II: (2 điểm).

Cho hai biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}}$ và $Q=\dfrac{6-8\sqrt{x}}{x-9}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=25$;

2) Rút gọn biểu thức Q;

3) Chứng tỏ rằng không có giá trị nguyên của x để biểu thức $T=P\cdot Q$ đạt giá trị nguyên dương.

Câu III: (3 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Để chở hết 60 tấn quà tặng đồng bào nghèo ở vùng cao, một đội xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có 2 xe phải điều đi làm việc khác. Vì vậy, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn so với dự định 1 tấn hàng mới hết. Hỏi theo kế hoạch đội dự định sử dụng bao nhiêu xe để vận chuyển?

2) Cho phương trình bậc hai $x^2-3x+m=0$.

a) Giải phương trình với $m=1$;

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1-2x_2=6$.

Câu IV: (3,5 điểm).

1) Một doanh nghiệp sản xuất thùng tôn có dạng hình trụ. Hình trụ đó có đường kính đáy $0,6$ m và chiều cao 1 m (lấy $\pi\approx 3,14$).

a) Tính thể tích của một thùng tôn;

b) Chi phí để sản xuất mỗi thùng tôn đó (không tính nắp và đáy) là 100 nghìn đồng/m^2. Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 500 thùng tôn đó.

2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Hai đường cao AD, BE của ΔABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh A, E, D, B cùng thuộc một đường tròn;

b) Kẻ đường kính AK của (O). Chứng minh $\Delta ADB \backsim \Delta ACK$ và $AB \cdot AC = 2AD \cdot R$;

c) Gọi F là hình chiếu của điểm B trên AK, M là trung điểm của BC. Chứng minh $BOFM$ là tứ giác nội tiếp, từ đó suy ra ba điểm E, F, M thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm).

Một trang tạp chí có dạng hình chữ nhật. Ban biên tập cần thiết kế sao cho lề trên và lề dưới đều là 3 cm, lề trái và lề phải đều là 2 cm thì phần còn lại chứa chữ cũng có dạng hình chữ nhật với diện tích là $384\,\text{cm}^2$. Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang tạp chí lúc đầu lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang tạp chí là nhỏ nhất?

------------------------------HẾT-----------------------------------

ĐỀ SỐ 4
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Đo chiều cao (đơn vị là cm) của 40 học sinh lớp $9A$ cho kết quả như sau:

156	157	164	166	166	165	157	155	155	158
160	163	163	161	162	159	159	160	160	160
159	158	160	160	158	163	162	162	162	161
162	161	163	161	163	161	164	166	165	165

a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm $[155;158)$, $[158;161)$, $[161;164)$, $[164;167)$;
b) Tính tần số tương đối của nhóm $[161;164)$.

2) Trong túi có 6 quả bóng bàn được làm bằng cùng chất liệu có kích thước và khối lượng như nhau gồm hai quả màu đỏ được đánh số $1;2$, hai quả màu trắng được đánh số $3;4$, hai quả màu xanh được đánh số $5;6$. Xét phép thử: Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong túi. Tính xác suất của biến cố A: "Không lấy được quả bóng màu đỏ".

Câu II: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0; x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

2) Rút gọn biểu thức B;

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\dfrac{A}{B}$.

Câu III: (2,5 điểm).

1) Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc xác định và trong một khoảng thời gian đã định. Nếu ô tô chạy nhanh hơn $10\,\text{km/h}$ thì đến nơi sớm hơn so với dự định 30 phút. Nếu ô tô chạy chậm hơn 10 km/h thì đến nơi muộn hơn so với dự định là 45 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định đi của ôtô.

2) Một đội xe dự định chở 60 tấn hàng và dùng một số loại xe nhất định. Lúc sắp khởi hành có 3 xe được điều đi làm việc khác nên để chở được hết số hàng đã dự định, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội, biết rằng khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

3) Cho bất phương trình bậc nhất: $4x+m^2-4m\le 0$ (với x là ẩn). Tìm m để bất phương trình nhận $x=1$ làm nghiệm.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Nhà bạn Hà có một cái bàn ăn bằng gỗ hình tròn đường kính 80 cm.

a) Tính diện tích gỗ để làm được cái mặt bàn trên;

b) Bố bạn Hà muốn mở rộng chiếc bàn trên bằng cách lắp thêm trục xoay thông minh (Mỗi lần xoay diện tích mặt bàn mở rộng thêm được 25% so với ban đầu). Tính giá tiền mà bố bạn Hà phải chuẩn bị để làm được chiếc bàn như trên. Biết rằng giá của chiếc bàn đó được tính theo giá của số mét vuông mặt bàn và mỗi 1 m^2 bàn có giá 2500000 đồng. (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm, lấy $\pi\approx 3,14$).

2) Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB<AC$), nội tiếp đường tròn ($O;R$), các đường cao AD,BE,CF. Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại điểm M. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

a) Chứng minh 4 điểm B,F,E,C cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh $MF\cdot ME=MB\cdot MC$ và $\widehat{FEI}=\widehat{BAC}$;

c) Đường thẳng qua A song song với đường thẳng BC cắt $(O;R)$ tại G(G khác A), tia GD cắt $(O;R)$ tại H(H khác G), tia MH cắt $(O;R)$ tại K(K khác H). Chứng minh A,I,K thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm).

Hưởng ứng chương trình "Tình nguyện mùa hè 2025", một đoàn tình nguyện cần thuê xe để chở 28 người và 9 tấn hàng để giúp đỡ đồng bào hai tỉnh Yên Bái và Lào Cai bị ảnh hưởng bởi thiên tai. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó loại xe A có 10 chiếc và loại xe B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi chiếc xe loại A có thể chở được tối đa 4 người và $0,6$ tấn hàng, mỗi xe loại B chở được tối đa 2 người và $1,5$ tấn hàng. Hỏi đoàn tình nguyện phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất?

------------------------------HẾT---------------------------------

ĐỀ SỐ 5
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

1) Cho hàm số $y = mx^2 \left(m \neq 0\right)$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A\left(-1;1\right)$;

b) Với giá trị m đó, tìm trên đồ thị hàm số các điểm có tung độ bằng 9.

2) Giải các phương trình sau:

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$; b) $9x^2 - 6x - 4 = 0$.

Câu II : (2,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Một tổ sản xuất có kế hoạch làm 300 sản phẩm cùng loại trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ đó làm được nhiều hơn 10 sản phẩm so với kế hoạch nên đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch một ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm? (giả sử tổ đó làm được trong mỗi ngày là như nhau).

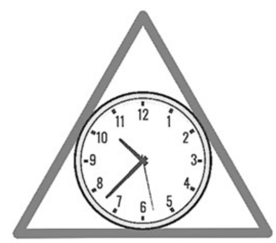
Câu III: (1,5 điểm). Cho phương trình bậc hai ẩn x: $x^2 - \left(m+2\right)x + m = 0$ (1)

1) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

2) Biết phương trình (1) có một nghiệm là $x = \dfrac{-3}{2}$, khi đó tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Người ta muốn làm một khung gỗ hình tam giác đều đặt vừa khít một chiếc đồng hồ hình tròn có đường kính $30\,\text{cm}$ (hình vẽ). Hỏi độ dài các cạnh của khung gỗ phải bằng bao nhiêu?



2) Cho tam giác ABC nhọn $\left(AB < AC\right)$ nội tiếp đường tròn $\left(O;R\right)$. Kẻ đường kính AD của đường tròn $\left(O;R\right)$, AH vuông góc với BC tại H, BE vuông góc với AD tại E. Gọi G là giao điểm của AH với đường tròn $\left(O;R\right), \left(G \neq A\right)$. Lấy K là trung điểm của AB.

a) Chứng minh tứ giác $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi N là giao điểm của HE và AC. Chứng minh $GD \,//\, BC$ và tam giác AHN là tam giác vuông.

c) Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn $\left(O;R\right)$ tại F. Gọi M là giao điểm của OF và BC. I là giao điểm của KM và HE. Chứng minh: $AB \cdot EI = AE \cdot EM$.

Câu V: (0,5 điểm).

Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $x + y \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 2x^2 + y^2 + \frac{28}{x} + \frac{1}{y}.$$

------------------------------HẾT------------------------------

ĐỀ SỐ 6
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Thống kê khối lượng rau thu hoạch một vụ (đơn vị: tạ) của mỗi hộ gia đình trong 38 hộ gia đình tham gia chương trình trồng rau theo tiêu chuẩn VIETGAP như sau:

5	5	6	6	6	7	4	4	5	5	7	8	8
9	4	5	7	4	10	7	7	7	6	6	5	7
8	9	8	8	9	9	9	8	7	5	10	8	

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

2) Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ cùng loại, đánh số $4;5;6$. Túi II chứa 2 tấm thẻ cùng loại, đánh số $7;8$. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ.

a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra đối với số xuất hiện trên 2 tấm thẻ được rút ra;

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 3 đơn vị";

B: "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số lẻ";

C: "Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố".

Câu II: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x+8}{\sqrt{x}+5}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-5}+\dfrac{8\sqrt{x}}{25-x}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{25}{16}$;

2) Rút gọn biểu thức B;

3) Cho $M=\dfrac{A}{B}$. Tìm x để $4-M\ge 0$.

Câu III : (2,5 điểm).

1) Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng là $6,8\%$ / năm. Cô Lan dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hằng năm ít nhất là 200 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền cô Lan cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?

2) Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 720 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 12%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 819 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

3) Cho phương trình $x^2-5x+m+4=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thoả mãn $|x_1|+|x_2|=2$.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Một khúc gỗ hình trụ có đường kính đáy bằng $1,2\,\mathrm{m}$, chiều cao bằng bán kính đáy (như hình vẽ).

a) Tính diện tích xung quanh của khúc gỗ đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm);

b) Với giá thành hiện tại, $1\mathrm{m}^3$ gỗ trên bán được 5 triệu đồng. Hãy tính giá thành khúc gỗ nếu đem đi bán.

2) Cho ΔABC có đường cao AD, gọi E là trung điểm DC, F là trung điểm AB. Đường thẳng qua E vuông góc với EF cắt AD tại G. Gọi K là trung điểm AD.

a) Chứng minh $FKEG$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh các tam giác ADC, FEG đồng dạng;

c) Gọi H là chân đường cao hạ từ G lên AE. Chứng minh $\widehat{AFE}=\widehat{DHC}$.

Câu V: (0,5 điểm).

Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 400 km tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6\,\mathrm{km/h}$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\,(\mathrm{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$. Trong đó c là hằng số cho trước, E được tính bằng Jun. Hỏi vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là bao nhiêu để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 7
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở Bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[36;38)$	20
$[38;40)$	15
$[40;42)$	25
$[42;44)$	30
$[44;46)$	10
Cộng	$N=100$

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó;

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó;

c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

2) Hộp thứ nhất đựng 1 quả bóng trắng, 1 quả bóng đỏ. Hộp thứ hai đựng 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả bóng.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử;

b) Biết rằng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "2 quả bóng lấy ra có cùng màu";

B: "Có đúng một quả bóng màu đỏ trong hai quả bóng lấy ra".

Bài II: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x-3}{x-3\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$;

2) Chứng minh $B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$;

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B<0$.

Bài III: (2,5 điểm).

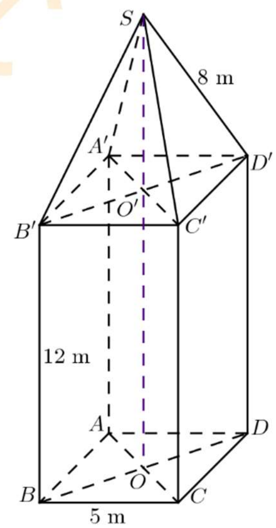
1) Một kho chứa 200 tấn khoai tây, mỗi ngày đều xuất đi 50 tấn khoai tây. Tìm số ngày xuất đi của kho đó sao cho khối lượng khoai tây còn lại trong kho ít nhất là 20 tấn, biết số ngày xuất đi là lớn nhất.

2) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là $8\%/$năm và $9\%/$năm. Tổng số tiền lãi 1 năm phải trả cho cả hai ngân hàng đó của cửa hàng là $51{,}5$ triệu đồng. Tính số tiền mà cửa hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+4m=0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 sao cho $A=2{x_1}^2+2{x_2}^2-x_1x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Bài IV: (4,0 điểm)

1) Một tháp đồng hồ có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m; chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m.



a) Tính theo mét chiều cao của tháp đồng hồ? *(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)*;

b) Tính thể tích của tháp đồng hồ này. *(làm tròn đến hàng đơn vị)*.

2) Cho tam giác ABC nhọn, không cân có góc A là góc lớn nhất, D là chân đường cao hạ từ A lên BC, các điểm E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ D lên AC, AB. Tia phân giác của $\widehat{CDE}$ cắt AC tại P, phân giác của $\widehat{BDF}$ cắt AB tại Q. Gọi I là chân đường cao hạ từ D đến PQ.

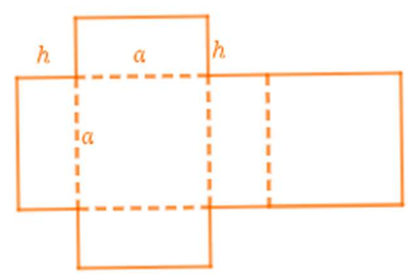
a) Chứng minh tứ giác $DIFQ$, $DIEP$ là các tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh tam giác APQ cân;

c) Chứng minh I là giao điểm các phân giác trong của tam giác DEF.

Bài V: (0,5 điểm).

Một bạn đã cắt tấm bìa carton phẳng và cứng theo kích thước như hình vẽ. Sau đó bạn ấy gấp theo đường nét đứt thành cái hộp hình chữ nhật. Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh $a(\text{cm})$, chiều cao là h (cm) và diện tích tấm bìa bằng 3cm^2. Tổng $a+h$ bằng bao nhiêu để thể tích hộp là lớn nhất?



-------------------------------HẾT-----------------------------------

ĐỀ SỐ 8
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Kết quả đo chiều cao của 40 học sinh (đơn vị cm) được thống kê trong bảng sau:

158	164	148	150	160	151	155	152	152	163
153	154	154	154	155	155	168	157	155	156
156	156	156	157	157	151	158	150	162	163
163	163	152	163	148	165	167	168	158	170

Theo quy định của công ty may mặc, cỡ S tương ứng với chiều cao từ 146 cm đến dưới 152 cm. Cỡ M tương ứng với chiều cao từ 152 cm đến dưới 158 cm. Cỡ L tương ứng với chiều cao từ 158 cm đến dưới 164 cm. Cỡ XL tương ứng với chiều cao từ 164 cm đến 170 cm.

a) Lập bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm theo mẫu sau:

Cỡ áo	Chiều cao (cm)	Tần số (n)	Tần số tương đối (f)
S			
M			
L			
XL			
Tổng cộng		$N=$	

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột để biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm trên.

2) Chọn một học sinh bất kì trong 40 học sinh trên, tính xác suất để chọn được học sinh có chiều cao từ 1 m58 trở lên.

Câu II: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x\geq 0, x\neq 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=64$;

2) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$;

3) Cho $P=\dfrac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P\geq \dfrac{2}{x+2}$.

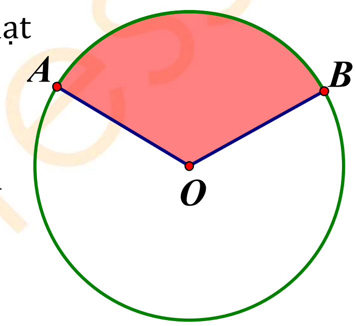
Câu III: (2,5 điểm). ***Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:***

1) Hai công nhân làm chung một công việc thì sau 5 giờ 50 phút sẽ hoàn thành xong công việc. Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc?

2) Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Câu IV: (3,5 điểm).

1) Một gia đình xây một bồn cây hình tròn có bán kính OA là 15 m. Phần quạt tròn AOB (phần tô màu) với $\widehat{AOB} = 120°$ được dùng để trồng hoa. Phần còn lại của hình tròn (phần không tô màu) dùng để lát gạch.



a) Chủ nhà làm hàng rào xung quanh phần trồng hoa (cung tròn AB, 2 bán kính OA, OB), tính chiều dài hàng rào.

b) Tính diện tích phần lát gạch. (Biết $\pi \approx 3{,}14$).

2) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường cao AD, BE, CF của $\Delta ABC\,(D \in BC, E \in AC, F \in AB), H$ là trực tâm của ΔABC. Gọi AQ là đường kính của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp;

b) Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{QAC}$ và $AE \cdot AQ = AB \cdot AH$;

c) Gọi P là giao điểm của EF và AD, AQ cắt BC tại I. Chứng minh $PI \,//\, HQ$.

Câu V: (0,5 điểm).

Ban phụ huynh của một trường THCS dự định chụp kỷ yếu cho học sinh khối 9 của trường. Một nhóm thợ chụp ảnh báo ban phụ huynh nhà trường mức thu một học sinh là 800 nghìn đồng, khi đó học sinh lớp 9 của nhà trường đăng ký chỉ được 40 em. Vì muốn khuyến khích học sinh lớp 9 nhà trường đăng ký chụp ảnh kỷ yếu nhiều hơn, nhóm chụp ảnh đã điều tra khảo sát và thu được kết quả: Cứ mỗi lần nhóm chụp ảnh thu giảm 20 nghìn đồng một học sinh thì số học sinh đăng ký sẽ tăng 4 em. Hãy tính xem nhóm chụp ảnh sẽ đưa mức thu mỗi học sinh là bao nhiêu để có doanh thu lớn nhất và tính doanh thu lúc đó. (*biết nhà trường có 3 lớp 9, mỗi lớp 9 có khoảng 35 đến 40 em học sinh*).

------------------------------HẾT---------------------------------

ĐỀ SỐ 9
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $C=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $R=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{1-x}$ với $x\ge 0;x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức C khi $x=9$;

2) Chứng minh $R=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;

3) Cho $P=C.R$. Chứng minh $P<2$.

Câu II: (2,0 điểm).

Một người đi xe máy từ A đến B trên quãng đường dài 90km. Lúc quay lại từ B về A, người đó đi một đường khác dài 100 km với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi 10 km / h. Tính vận tốc của người đó lúc đi từ A đến B, biết rằng thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 15 phút.

Câu III: (2,0 điểm).

1) Công thức $E=\frac{1}{2}mv^2$ (đơn vị J) được dùng để tính động năng của một vật có khối lượng $m(\text{kg})$ khi chuyển động với vận tốc $v(\text{m/s})$. Giả sử một quả bóng có khối lượng 2kg đang bay với vận tốc $5,4$ m / s. Tính động năng của quả bóng đó.

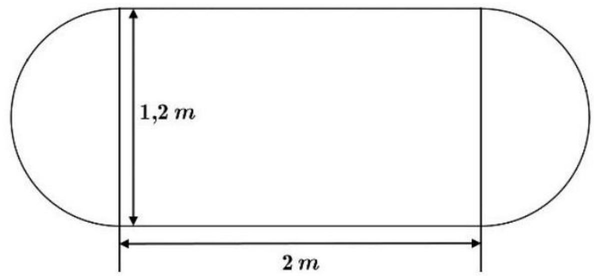
2) Cho phương trình $x^2-mx-4=0$ (1).

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m;

b) Tìm tất cả giá trị dương của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho $x_1^2+x_2^2=9$.

Câu IV: (3,5 điểm).

1) Một chiếc bàn ăn có mặt bàn hình bầu dục được tạo bởi một mặt hình chữ nhật có kích thước $1,2\text{m}\times 2\text{m}$ ghép với hai đầu là hai nửa hình tròn đường kính $1,2\text{m}$ (như hình vẽ bên). Tính diện tích mặt bàn của chiếc bàn ăn đó (lấy $\pi \approx 3,14$).



2) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn sao cho $AC > CB$. Hai tiếp tuyến tại A và C của nửa đường tròn (O) cắt nhau tại M. Gọi H là giao điểm của MO và AC.

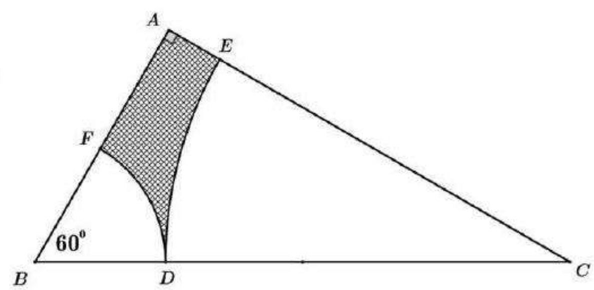
a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, C cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh $\Delta OAH \backsim \Delta OMA$ và $OB^2 = OH \cdot OM$;

c) Gọi E là giao điểm của đoạn thẳng MB và nửa đường tròn (O). Đường thẳng AE cắt MO tại F. Gọi K là hình chiếu vuông góc của F trên AB. Chứng minh $\widehat{AHK} = \widehat{AFK}$ và HK vuông góc với HB.

Câu V: (0,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60°$ và $AB = 3$ cm. Lấy một điểm F tuỳ ý trên cạnh AB sao cho $BF > 1\text{cm}$. Vẽ một phần đường tròn tâm B, bán kính BF cắt BC tại D. Tiếp tục, vẽ một phần đường tròn tâm C, bán kính CD cắt cạnh AC tại E. Tìm vị trí điểm F trên AB để diện tích phần tô đậm là lớn nhất.



--------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 10
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4}{\sqrt{x}+6}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-6}+\dfrac{17\sqrt{x}+30}{x-36}$ với $x\ge 0, x\ne 36$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Tìm số nguyên x để biểu thức $M = A.B$ có giá trị nguyên lớn nhất.

Câu II: (2,0 điểm).

1) Giải các phương trình sau

a) $x^2+4x-5=0$;

b) $\sqrt{3}x-5x+1=0$.

2) Cho phương trình $x^2-2mx-1=0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$.

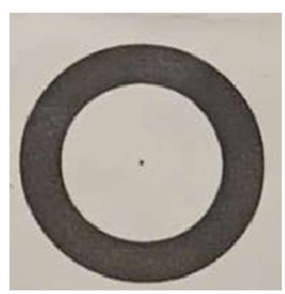
Câu III: (2,0 điểm).

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 80 m^2. Nếu giảm chiều rộng 3 m và tăng chiều dài 10 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 20 m^2. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh đất.

Câu IV : (3,5 điểm).

1) Một bồn hoa có dạng hình vành khăn (tô đậm như hình vẽ) người ta muốn trồng hoa bên trong phần tô đậm. Tính diện tích phần trồng hoa, biết rằng bán kính đường tròn lớn là 10 mét và bán kính đường tròn nhỏ là 8 mét.



2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Các đường cao AD, BF, CE của ΔABC cắt nhau tại H. Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn ;

b) Kéo dài KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I. Gọi N là giao điểm của CI và EF. Chứng minh : $CE^2 = CI \cdot CN$;

c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF. Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm).

Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch nhân dịp kỳ nghỉ lễ 30-4. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải để giá tour là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 11
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I : (1,5 điểm).

Theo lịch sinh hoạt và học tập của Nam, mẹ Nam đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của Nam như sau:

$[0;1)$ giờ là rất ít

$[1;2)$ giờ là ít

$[2;3)$ giờ là bình thường

$[3;4)$ giờ là nhiều

$[4;5)$ giờ là rất nhiều

Để cân bằng thời lượng sử dụng Internet, bạn Nam đã tự theo dõi và ghi lại thời gian sử dụng Internet mỗi ngày của mình trong 30 ngày như sau (đơn vị: giờ)

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu về thời gian truy cập Internet của bạn Nam *(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)*

2) Nhân dịp kỉ niệm 5 năm thành lập, một đơn vị tổ chức rút thăm trúng thưởng. Có 50 phiếu đặt trong hộp ghi số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên một phiếu, nếu rút được phiếu ghi số là bội của 5 thì trúng thưởng. Tính xác suất rút được phiếu trúng thưởng.

Câu II : (2,0 điểm).

Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{2}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{x-3\sqrt{x}+10}{x-4}$ với $x\ge 0; x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$;

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$;

3) Tìm x để biểu thức $P=A\cdot B$ đạt giá trị nguyên.

Câu III : (2,5 điểm).

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Để phục vụ cho lễ hội mùa thu *"Huế vào thu"* – một trong những hoạt động của Festival Huế diễn ra vào tháng 7 năm 2025, một cơ sở đèn lồng dự kiến làm 300 chiếc đèn lồng trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm công nhân nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc đèn lồng so với dự kiến, vì vậy 3 ngày trước khi hết thời hạn, cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc đèn lồng. Hỏi theo dự kiến, mỗi ngày cơ sở đó phải làm ra bao nhiêu chiếc đèn lồng? *(Biết rằng số đèn lồng làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc).*

2) Giải phương trình: $2x^2-6x-11=0$.

3) Cho phương trình: $3x^2-5x+1=0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A=\left(x_1-x_2\right)^2-3x_1^2x_2^2$.

Câu IV : (3,5 điểm).

1) Thớt gỗ là một dụng cụ không thể thiếu trong căn bếp của mỗi gia đình. Bề mặt của thớt có dạng hình tròn với đường kính $34\,\text{cm}$.

a) Tính tổng diện tích hai mặt thớt;

b) Thớt gỗ sau một thời gian sử dụng, nếu bảo quản không tốt sẽ dễ bị ẩm mốc. Kinh nghiệm dân gian là dùng bột baking soda để làm sạch thớt. Biết rằng 1 gam bột baking soda có thể làm sạch được diện tích $50\ \text{cm}^2$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu gam bột baking soda để làm sạch cả hai mặt của thớt (lấy $\pi\approx 3{,}14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

2) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm M (M khác A và B). Trên cung MB, lấy điểm N. Kẻ MI vuông góc với AB tại I (I thuộc AB) và MK vuông góc với AN tại K (K thuộc AN).

a) Chứng minh tứ giác $AIKM$ nội tiếp;

b) Gọi E là giao điểm của AN và MI. Chứng minh $AI\cdot AB=AE\cdot AN$ và $\Delta MNB\backsim\Delta MKI$;

c) Gọi H là giao điểm của IN và MK. Chứng minh $EH\ //\ MN$.

Câu V: (0,5 điểm).

Một xưởng sản suất các thùng chứa hàng bằng tôn có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp với các kích thước chiều rộng, chiều dài, chiều cao lần lượt là $a,b,h\left(\text{dm}\right)$. Biết tỉ số của chiều rộng và chiều dài là $1:3$ và thể tích của thùng bằng $\dfrac{9}{4}\text{dm}^3$. Để tốn ít vật liệu làm thùng nhất thì các kích thước của thùng là bao nhiêu dm?

-------------------------------HẾT----------------------------------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 1
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

1) Trong bài "Tiếng Việt" của cố nhà văn, nhà soạn kịch kiêm nhà thơ Lưu Quang Vũ, có khổ thơ sau:

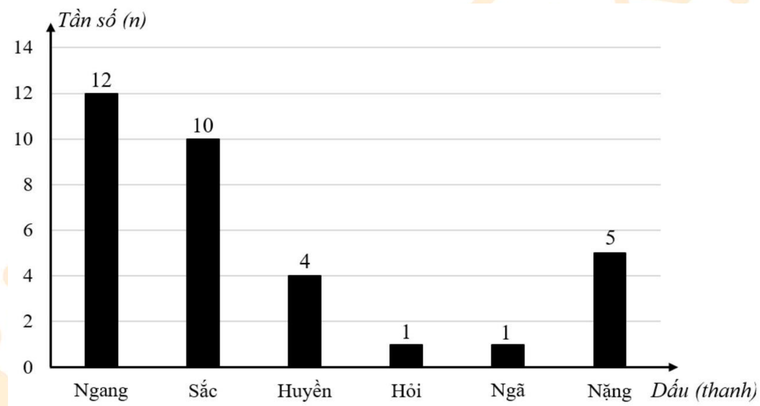
"Trái đất rộng giàu sang bao thứ tiếng

Cao quý thâm trầm rực rỡ vui tươi

Tiếng Việt rung rinh nhịp đập trái tim người

Như tiếng sáo như dây đàn máu nhỏ."

Số lần xuất hiện của mỗi loại dấu (thanh) được ghi lại trong biểu đồ tần số dưới đây:



a) Tìm tần số của dấu sắc trong khổ thơ;

b) Tần số tương đối của dấu nặng bằng bao nhiêu phần trăm (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

2) Mô hình màu RGB tạo nên các màu khác nhau bằng cách phối trộn ba màu cơ bản: Đỏ (Red - R), Xanh lục (Green - G) và Xanh lam (Blue - B). Bạn Hưng có 6 thùng sơn được đậy kín và không có nhãn mác, gồm các màu: Đỏ, vàng, cam, xanh lục, nâu, trắng. Xét phép thử "Mở ngẫu nhiên một thùng sơn" và biến cố A : "Thùng sơn được mở có màu cơ bản". Tính xác suất của biến cố A.

Lời giải

1)a) Tần số của dấu sắc trong khổ thơ là: 10.

b) Tần số của dấu nặng trong khổ thơ là: 5.

Tần số tương đối của dấu nặng bằng: $5:(12+10+4+1+1+5)\cdot 100\% \approx 15\%$.

2) Có 6 kết quả có thể xảy ra cho phép thử trên.

Do các thùng sơn được đậy kín và không có nhãn mác nên các kết quả trên là đồng khả năng.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: 2 (đỏ và xanh lục).

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Câu II: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức: $A=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{3\sqrt{x}+1}{1-x}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0, x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$;

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$;

3) Xét biểu thức $M=A\cdot B$. Tìm số nguyên x để M nhận giá trị nguyên.

Lời giải

1) Thay $x=25$ (TMĐK) vào A :

$$A=\frac{2\sqrt{25}-1}{\sqrt{25}}=\frac{9}{5}.$$

Vậy $A=\frac{9}{5}$ khi $x=25$.

2) Với $x>0, x\neq 1$, ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$$

$$B=\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}-\frac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{x-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}(\text{đcpm})$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0, x\neq 1$.

3) Xét biểu thức $M = A \cdot B$. Tìm số nguyên x để M nhận giá trị nguyên.

$$M = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = 2 - \frac{3}{\sqrt{x}+1}.$$

Để biểu thức M nhận giá trị nguyên thì $\frac{3}{\sqrt{x}+1}$ phải nhận giá trị nguyên.

Mà $x > 0$ nên $\sqrt{x}+1 > 1$, suy ra $0 < \frac{1}{\sqrt{x}+1} < 1 \Rightarrow 0 < \frac{3}{\sqrt{x}+1} < 3$

Suy ra $\frac{3}{\sqrt{x}+1} \in \{1;2\}$

Ta có bảng giá trị

$\frac{3}{\sqrt{x}+1}$	1	2
$\sqrt{x}+1$	3	$\frac{3}{2}$
$\sqrt{x}$	2	$\frac{1}{2}$
x	$4(\text{tm})$	$\frac{1}{4}(\text{ktm})$

Vậy $x = 4$ thì M nhận giá trị nguyên.

Câu III: (1,5 điểm).

Một thành phố dự kiến dành khu đất ở huyện ngoại thành để bố trí tái định cư cho một số hộ dân đang sinh sống tại trung tâm thuộc diện di dời phục vụ mở rộng không gian công cộng. Biết khu đất rộng 8000 mét vuông và mỗi hộ dân nhận được diện tích đất như nhau. Trong thực tế, có thêm 10 hộ dân phải di dời nên diện tích đất mà mỗi hộ nhận được bị giảm đi 40 mét vuông. Hỏi có bao nhiêu hộ dân thuộc diện dự kiến di dời?

Lời giải

Gọi số hộ dân thuộc diện dự kiến di dời là x (hộ, $x \in \mathbb{N}^*$).

Diện tích đất mỗi hộ dự kiến nhận được là $\frac{8000}{x}$ (mét vuông).

Thực tế, số hộ dân thuộc diện di dời là $x+10$ hộ và mỗi hộ lúc này nhận được $\frac{8000}{x+10}$ mét vuông.

Lập được phương trình: $\frac{8000}{x} - \frac{8000}{x+10} = 40$.

Giải phương trình, tìm được $x = 40$ (TMĐK) hoặc $x = -50$ (loại).

Vậy có 40 hộ dân thuộc diện dự kiến di dời.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Kem ốc quế sử dụng loại vỏ có dạng hình nón với bán kính đáy $2,5$ cm và chiều cao 6 cm. Lấy $\pi \approx 3,14$.

a) Tính thể tích lượng kem mà một vỏ ốc quế có thể chứa được, coi độ dày vỏ là không đáng kể.

b) Biết mỗi dm^2 vỏ ốc quế nặng 12 gam. Hỏi cần chuẩn bị bao nhiêu ki-lô-gam nguyên liệu để sản xuất 1000 vỏ ốc quế (coi hao hụt trong quá trình sản xuất là không đáng kể)?

2) Cho nửa đường tròn (O, R), đường kính AB và điểm M là trung điểm của đoạn OA. Đường thẳng qua M và vuông góc với AB, cắt nửa đường tròn (O) tại C. Lấy điểm I bất kì thuộc đoạn MC. Tia AI cắt nửa đường tròn (O) tại điểm thứ hai D.

a) Chứng minh bốn điểm B, D, I, M cùng thuộc một đường tròn;

b) Tia MC cắt tia BD tại K. Chứng minh tam giác AMI đồng dạng với tam giác KMB và $MI \cdot MK = \frac{3R^2}{4}$;

c) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AIK luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm I thay đổi trên đoạn MC.

Lời giải

1)

a) Thể tích lượng kem mà một vỏ ốc quế có thể chứa được là: $\frac{1}{3}\pi \cdot 2,5^2 \cdot 6 \approx 39,25\left(\text{cm}^3\right)$.

b) Tính được độ dài đường sinh: $l=\sqrt{6^2+2,5^2}=6,5(\text{ cm})$.

Khối lượng nguyên liệu cần chuẩn bị: $\dfrac{1000\cdot\pi\cdot 2,5\cdot 6,5\cdot 12}{100\cdot 1000}\approx 6,123(\text{ kg})$.

2)

a) Chứng minh bốn điểm B,D,I,M cùng thuộc một đường tròn.

Chỉ ra $\widehat{ADB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), từ đó suy ra ba điểm A,B,D thuộc đường tròn đường kính BI.

Chỉ ra ba điểm I,B,M thuộc đường tròn đường kính BI.

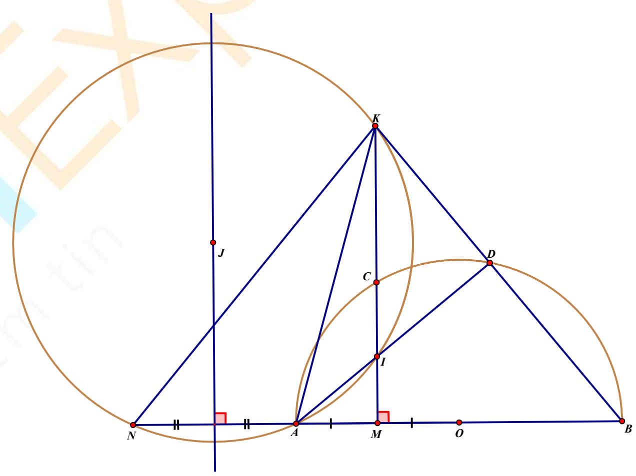
Kết luận bốn điểm B,D,I,M cùng thuộc đường tròn đường kính BI.

b) Chứng minh tam giác AMI đồng dạng với tam giác KMB

Chỉ ra $\widehat{IAM}=\widehat{BKM}$ (cùng phụ $\widehat{ABD}$).

Chỉ ra hai tam giác AMI và KMB là các tam giác vuông.

Kết luận ĐPCM.



Chứng minh $MI\cdot MK=\dfrac{3R^2}{4}$.

Chỉ ra $\dfrac{MA}{MK}=\dfrac{MI}{MB}\Rightarrow MI\cdot MK=MA\cdot MB$.

Chỉ ra $MA=\dfrac{R}{2}$ và $MB=\dfrac{3R}{2}$.

Từ đó suy ra ĐPCM.

3) Chứng minh tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AIK luôn nằm trên một đường thẳng cố định khi điểm I thay đổi trên đoạn MC.

Gọi J là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác AIK, N là giao điểm thứ hai của tia BA và đường tròn (J).

Chỉ ra $\widehat{KNB}=\widehat{AIM}$ (cùng bù $\widehat{AIK}$) và $\widehat{AIM}=\widehat{KBN}$ (cùng bù $\widehat{DIM}$).

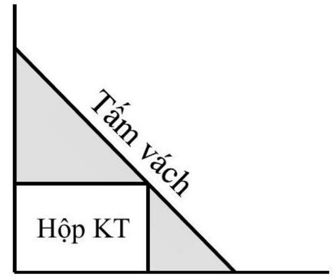
Suy ra $\widehat{KNB}=\widehat{KBN}$, tức là tam giác KNB cân tại K.

Khi đó M là trung điểm BN, suy ra vị trí N là cố định bất kể vị trí I trên MC.

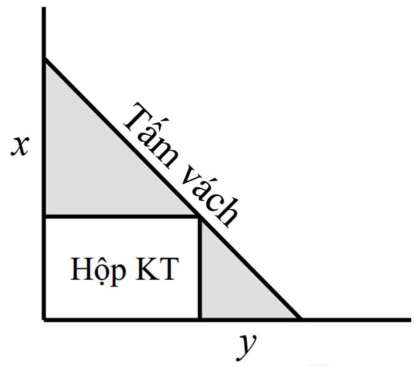
Kết luận J luôn nằm trên đường trung trực của đoạn AN (cố định).

Câu V: (0,5 điểm).

Hộp kỹ thuật của một ngôi nhà được đặt trong góc tường và chiếm phần diện tích của một hình chữ nhật với kích thước $60\text{ cm}\times 90\text{ cm}$. Để tận dụng không gian, chủ nhà dự định lắp đặt một tấm vách sát với hộp kỹ thuật và các đầu vách chạm vào tường (như hình vẽ) để tạo ra hai khu vực lưu trữ đồ (phần tô đậm). Tính chiều dài của tấm vách để hai khu vực lưu trữ đồ chiếm tổng diện tích nhỏ nhất.



Lời giải



Đặt các kích thước như trên, khi đó tổng diện tích hai khu vực lưu trữ đồ là $S=\dfrac{9x+6y}{2}\left(\text{dm}^2\right)$.

Áp dụng hệ quả của định lí Thalès hoặc tam giác đồng dạng, ta có: $xy=54$.

Với a,b không âm ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\ge 0$ hay $\dfrac{a+b}{2}\ge\sqrt{ab}$ $(*)$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng bất đẳng thức (*) với $a=9x, b=6y$ ta được

Khi đó: $S=\dfrac{9x+6y}{2}\ge\sqrt{9x\cdot 6y}=54$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}9x=6y\\ xy=54\end{cases}$ $\begin{cases}y=\dfrac{3x}{2}\\ \dfrac{3x^2}{2}=54\end{cases}$ $\begin{cases}x=6\\ y=9\end{cases}$ (thỏa mãn)

Khi đó chiều dài vách ngăn là $\sqrt{(9+9)^2+(6+6)^2}=6\sqrt{13}$ dm

Kết luận chiều dài tấm vách bằng $6\sqrt{13}\,\text{dm}$ để hai khu vực lưu trữ đồ chiếm tổng diện tích nhỏ nhất là 54dm^2.

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 2
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}+\dfrac{2}{x-1}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

b) Chứng minh: $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;

c) Cho $P=A\cdot B$. Tìm các giá trị nguyên của x để $|P|+P=0$.

Lời giải

a) Với $x=9$ (TMĐK) nên $\sqrt{x}=3$ thay vào A ta được: $A=\dfrac{3-2}{3-1}=\dfrac{1}{2}$

Vậy $A=\dfrac{1}{2}$ khi $x=9$.

b) Với $x\ge 0; x\ne 1$, ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{x}}+\frac{2}{x-1}$$
$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}+\frac{2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$
$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(\sqrt{x}+1\right)+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$
$$=\frac{x-\sqrt{x}-\sqrt{x}-1+2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$
$$=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$
$$=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

c) Ta có: $P = A \cdot B = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$

+) Với $x \geq 0; x \neq 1$, ta có:

$$|P| + P = 0$$
$$|P| = -P$$
$$P \leq 0$$

Do đó: $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1} \leq 0 \Rightarrow \sqrt{x}-2 \leq 0 \Rightarrow x \leq 4$

+) Kết hợp ĐKXĐ, ta có: $\begin{cases} 0 \leq x \leq 4 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Mà x là số nguyên nên ta có: $x \in \{0;2;3;4\}$

Câu II: (2,0 điểm).

2.1) Người ta dùng một loại xe tải để chở sữa tươi cho một nhà máy. Biết mỗi thùng sữa loại 180 ml nặng trung bình 10 kg. Theo khuyến nghị, trọng tải của xe (tức là tổng khối lượng tối đa cho phép mà xe có thể chở) là 5 tấn. Hỏi xe có thể chở được tối đa bao nhiêu thùng sữa như vậy, biết bác lái xe nặng 75 kg?

2.2) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một cơ sở sản xuất nước mắm dự định thu mua 120 tấn cá trong một thời gian nhất định. Nhờ đổi mới phương pháp thu mua, cơ sở đã mua vượt mức 6 tấn mỗi tuần. Vì vậy cơ sở đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn 1 tuần và vượt mức 10 tấn cá. Tính lượng cá mà cơ sở phải mua mỗi tuần theo kế hoạch.

Lời giải

2.1) Gọi số thùng sữa xe có thể chở được là x (thùng) $(x \in \mathbb{N}^*)$

Đổi: 5 tấn $= 5000$ kg

Theo đề bài: $10 \cdot x + 75 \leq 5000$

Suy ra $x \leq 492,5$

Vậy xe có thể chở tối đa 492 thùng sữa.

2.2) Gọi lượng cá mà cơ sở phải mua mỗi tuần theo kế hoạch là x tấn. $(0 < x < 120)$.

Số tuần cơ sở đó dự định thu mua cá là: $\frac{120}{x}$ (tuần)

Thực tế mỗi tuần cơ sở đó thu mua được số cá là: $x+6$ (tấn)

Thực tế lượng cá cơ sở đó thu mua được là: $120+10=130$ (tấn)

Thực tế số tuần cơ sở đó thu mua cá là: $\frac{130}{x+6}$ (tuần)

Vì cơ sở đã hoàn thành kế hoạch sớm 1 tuần nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x}-\frac{130}{x+6}=1$$
$$\frac{120(x+6)-130x}{x(x+6)}=1$$
$$\frac{720-10x}{x^2+6x}=1$$
$$x^2+16x-720=0$$
$$(x+36)(x-20)=0$$
$$TH1: x+36=0 \qquad TH2: x-20=0$$
$$x=-36(ktm) \qquad x=20(tm)$$

Vậy theo kế hoạch cơ sở đó thu mua 20 tấn cá mỗi tuần.

Câu III: (2,0 điểm).

3.1) Giải các phương trình:

a) $2x^2-9x+7=0$

b) $x^2+6\sqrt{2}x+2=0$

3.2) Cho phương trình $x^2-6x-2m+3=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=20$.

Lời giải

3.1)

a) $2x^2-9x+7=0$

Nhẩm $a+b+c=2-9+7=0$

Chỉ ra phương trình có hai nghiệm $x_1=1, x_2=\frac{7}{2}$

b) $x^2 + 6\sqrt{2} \cdot x + 2 = 0$

Ta có $\Delta' = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2 = 16 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = -3\sqrt{2} + 4, x_2 = -3\sqrt{2} - 4$.

3.2) Điều kiện để phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: $\Delta' = 2m + 6 > 0$ hay $m > -3$.

Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -2m + 3 \end{cases}$

Suy ra $x_1^2 + x_2^2 = 20$

nên $(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 20$

$4m = -10$

$m = \dfrac{-5}{2}(\text{TM})$ và kết luận

Câu IV: (3,5 điểm).

4.1) Một chiếc quạt giấy khi xòe ra có dạng nửa hình tròn bán kính $2,2\text{dm}$ như hình bên. Tính diện tích phần giấy của chiếc quạt, biết rằng khi gấp lại, phần giấy có chiều dài khoảng $1,6\text{dm}$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của* dm^2).

4.2) Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm C (khác A và B). Trên cung CB của nửa đường tròn (O) lấy điểm D (D khác C và B). Kẻ $CH \perp AB$ tại H; $CK \perp AD$ tại K. Gọi I là giao điểm của hai đoạn thẳng AD và CH.

a) Chứng minh $AHKC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh $\widehat{KCH} = \widehat{DCB}$ và $AI \cdot AD = AH \cdot AB$;

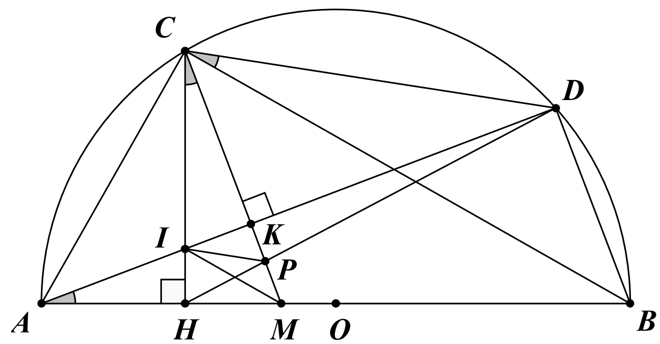
c) Tia CK cắt đoạn thẳng HD tại điểm P. Chứng minh rằng $IP \parallel CD$.

Lời giải

4.1)

Diện tích phần giấy của chiếc quạt là: $S = \dfrac{\pi \cdot (2,2)^2 - \pi(2,2 - 1,6)^2}{2} \approx 7,04 \ (\text{dm}^2)$.

4.2)



a) Chứng minh $AHKC$ là tứ giác nội tiếp.

Chứng minh được $\widehat{AHC} = \widehat{AKC} = 90°$

- Chỉ ra A, H, C thuộc đường tròn đường kính AC.
- Chỉ ra A, K, C thuộc đường tròn đường kính AC.

$\Rightarrow$ Bốn điểm A, H, K, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC nên $AHKC$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{KCH} = \widehat{DCB}$ và $AI \cdot AD = AH \cdot AB$

- Chỉ ra $\widehat{DCB} = \widehat{DAB}$
- Chỉ ra $\widehat{KCH} = \widehat{DAB} \Rightarrow \widehat{KCH} = \widehat{DCB}$.
- Chỉ ra $\widehat{ADB} = 90°$.
- Chứng minh được $\Delta AIH \backsim \Delta ABD\,(g.g)$
- Suy ra $\dfrac{AI}{AB} = \dfrac{AH}{AD} \Rightarrow AI \cdot AD = AH \cdot AB$.

c) Tia CK cắt đoạn thẳng HD tại điểm P. Chứng minh rằng $IP \,//\, CD$.

Kéo dài CP cắt AB tại M.

Xét ΔACM có hai đường cao AK và CH cắt nhau tại I nên I là trực tâm ΔACM.

Suy ra $MI \perp AC$.

Xét nửa đường tròn (O) có $\widehat{ACB} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BC \perp AC$.

Do đó $MI \,//\, BC$.

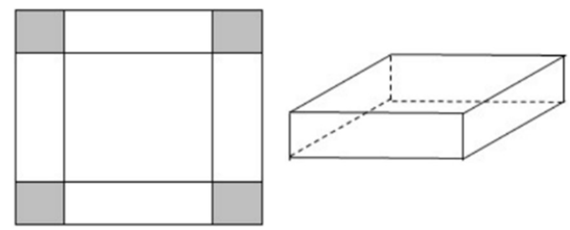
Xét ΔCHB có $I \in CH, M \in HB$ mà $MI \,//\, BC$ suy ra $\dfrac{HI}{HC} = \dfrac{HM}{HB}$ (1)

Xét ΔHDB có $P \in HD, M \in HB$ mà $MP \,//\, DB$ (vì cùng vuông góc với AD) suy ra $\dfrac{HP}{HD} = \dfrac{HM}{HB}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{HP}{HD} = \dfrac{HI}{HC} \Rightarrow IP \,//\, CD$ (Định lí Thalès đảo)

Câu V: (0,5 điểm).

Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(\text{cm})$, rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ bên để được một cái hộp không nắp. Tìm x để thể tích của hộp là lớn nhất.



Lời giải

Chiếc hộp tạo thành là một hình hộp có đáy là hình vuông cạnh $12-2x(\text{cm})$ và chiều cao là $x(\text{cm})$

Thể tích của hộp là: $V=(12-2x)^2x \qquad (0<x<6)$

Ta có: $V=(12-2x)^2x=4(x-8)(x-2)^2+128$

Vì $0<x<6$ nên $x-8<0,(x-2)^2\geq 0 \Rightarrow V\leq 128$

Dấu "=" xảy ra khi $x-2=0$ hay $x=2(tm)$

Vậy $x=2$ thì thể tích của hộp lớn nhất bằng 128m^3.

--------------------------------HẾT-----------------------------------

ĐỀ SỐ 3
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,0 điểm).

Cho hàm số $y=(m-3)x^2$ (với $m\neq 3$) có đồ thị là parabol (P)

a) Tìm m để (P) đi qua điểm $K(-3;18)$;

b) Với m tìm được ở câu a, tìm tọa độ giao điểm của (P) với đường thẳng (d): $y=-7x+4$.

Lời giải

a) Thay $x=-3, y=18$ vào công thức hàm số

Tính được $m=5(\text{tm})$ và kết luận.

b) Với $m=5$ hàm số có dạng $y=2x^2$

Phương trình xác định hoành độ giao điểm của (d) và (P) là: $2x^2=-7x+4$

Tính được $x=\dfrac{1}{2}, y=\dfrac{1}{2}$ hoặc $x=-4, y=32$

Suy ra tọa độ giao điểm của (d) và (P) là $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$ và $(-4;32)$

Câu II: (2 điểm).

Cho hai biểu thức $P=\dfrac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}}$ và $Q=\dfrac{6-8\sqrt{x}}{x-9}+\dfrac{2}{\sqrt{x}+3}-\dfrac{\sqrt{x}}{3-\sqrt{x}}$ với $x>0, x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức P khi $x=25$;

2) Rút gọn biểu thức Q;

3) Chứng tỏ rằng không có giá trị nguyên của x để biểu thức $T=P\cdot Q$ đạt giá trị nguyên dương.

Lời giải

1) Thay $x=25$ (tmđk) vào biểu thức P.

Tính được $P=\dfrac{-1}{5}$ và kết luận.

2) Với $x>0, x\neq 9$, ta có:

$$Q=\frac{6-8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{2}{\sqrt{x}+3}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

$$Q=\frac{6-8\sqrt{x}+2\sqrt{x}-6+x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$Q=\frac{x-3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$Q=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}$$

3) $T=\dfrac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}+3}=1-\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}$

Để $T\in\mathbb{Z}$ thì $\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}\in\mathbb{Z}$

Do $x>0, x\neq 9$ nên $\sqrt{x}+3>3$, suy ra $0<\dfrac{1}{\sqrt{x}+3}<\dfrac{1}{3}\Rightarrow 0<\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}<3$

Mà $\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}\in\mathbb{Z}$, suy ra $\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}\in\{1;2\}$.

Ta có bảng sau:

$\dfrac{9}{\sqrt{x}+3}$	1	2
$\sqrt{x}+3$	9	$\dfrac{9}{2}$
$\sqrt{x}$	6	$\dfrac{3}{2}$
x	36	$\dfrac{9}{4}$ (không thỏa mãn)
T	0 (loại)	

Vậy không có giá trị nguyên của x để biểu thức $T=P\cdot Q$ đạt giá trị nguyên dương.

Câu III: (3 điểm).

1) Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Để chở hết 60 tấn quà tặng đồng bào nghèo ở vùng cao, một đội xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có 2 xe phải điều đi làm việc khác. Vì vậy, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn so với dự định 1 tấn hàng mới hết. Hỏi theo kế hoạch đội dự định sử dụng bao nhiêu xe để vận chuyển?

2) Cho phương trình bậc hai $x^2 - 3x + m = 0$.
a) Giải phương trình với $m = 1$;
b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1 - 2x_2 = 6$.

Lời giải

1) Gọi số xe đội dự định sử dụng là $x\left(\text{xe}, x \in \mathbb{N}, x > 2\right)$

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định là: $\dfrac{60}{x}$ (tấn)

Số xe thực tế đội đã sử dụng là: $x - 2\left(\text{xe}\right)$

Số tấn hàng mỗi xe phải chở thực tế là: $\dfrac{60}{x-2}$ (tấn)

Vì thực tế mỗi xe phải chở nhiều hơn so với dự định 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} = 1$$

Giải phương trình được $x = 12$ (thỏa mãn)

Kết luận.

2)
a) Với $m=1$ phương trình có dạng $x^2 - 3x + 1 = 0$.
Tính được $\Delta=5$.

Giải phương trình được $x_1 = \dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$; $x_2 = \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}$.

b) $\Delta=9-4m$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0$ nên $m<\dfrac{9}{4}$

Theo định lí Viète ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1x_2 = m \end{cases}$

Theo đề ra ta có $x_1 - 2x_2 = 6$

Tính được $x_1 = 4,\ x_2 = -1$

Suy ra $m = -4$

Câu IV: (3,5 điểm).

1) Một doanh nghiệp sản xuất thùng tôn có dạng hình trụ. Hình trụ đó có đường kính đáy $0,6$ m và chiều cao 1 m (lấy $\pi \approx 3,14$).

a) Tính thể tích của một thùng tôn;

b) Chi phí để sản xuất mỗi thùng tôn đó (không tính nắp và đáy) là 100 nghìn đồng/m^2. Tính số tiền mà doanh nghiệp cần chi để sản xuất 500 thùng tôn đó.

2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Hai đường cao AD, BE của ΔABC cắt nhau tại H.

a) Chứng minh A, E, D, B cùng thuộc một đường tròn;

b) Kẻ đường kính AK của (O). Chứng minh $\Delta ADB \backsim \Delta ACK$ và $AB \cdot AC = 2AD \cdot R$;

c) Gọi F là hình chiếu của điểm B trên AK, M là trung điểm của BC. Chứng minh $BOFM$ là tứ giác nội tiếp, từ đó suy ra ba điểm E, F, M thẳng hàng.

Lời giải

1)

a) Bán kính đáy của thùng tôn là: $0,6 : 2 = 0,3(\text{m})$

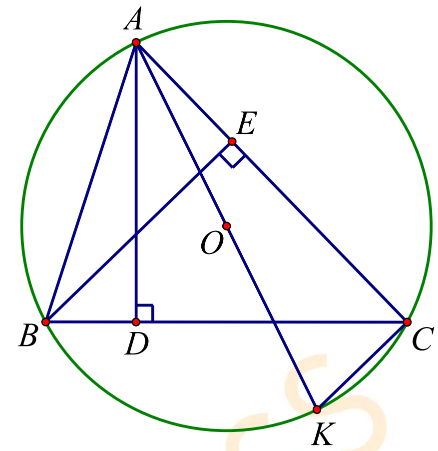
Thể tích thùng tôn đó là: $V = \pi R^2 h = \pi \cdot 0,3^2 \cdot 1 \approx 0,2826\left(\text{m}^3\right)$

b) Diện tích xung quanh của một thùng tôn đó là: $S = 2\pi Rh = 0,6\pi\left(\text{m}^2\right)$

Số tiền doanh nghiệp cần chi cho 500 thùng tôn là: $0,6\pi \cdot 100 \cdot 500 \approx 94200$ (nghìn đồng)

Vậy số tiền doanh nghiệp cần chi khoảng 94200 nghìn đồng.

2)



a) Chứng minh A, E, D, B cùng thuộc một đường tròn.

Chứng minh $\widehat{ADB} = \widehat{AEB} = 90^\circ$

ΔADB vuông nội tiếp đường tròn đường kính BA

ΔAEB vuông nội tiếp đường tròn đường kính BA

Suy ra 4 điểm A, B, D, E thuộc đường tròn đường kính BA.

b) Kẻ đường kính AK của (O). Chứng minh $\Delta ADB \backsim \Delta ACK$ và $AB \cdot AC = 2AD \cdot R$.

Xét (O) có: $\widehat{ACK} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

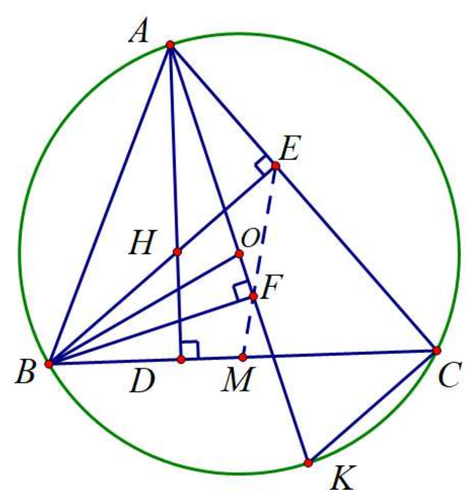
$\widehat{ABD} = \widehat{AKC}$ (hai góc nội tiếp chắn cung AC)

Chứng minh được: $\Delta ADB \backsim \Delta ACK (\text{g.g})$

Suy ra $AB \cdot AC = 2AD \cdot R$.

c) Có ΔBOC cân tại O có OM là đường trung tuyến đồng thời là đường cao, đường phân giác

Suy ra OM vuông góc với BC và $\widehat{BOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$



Có $\widehat{OMB} = 90^\circ$; $\widehat{OFB} = 90^\circ$.

Suy ra tứ giác $BOFM$ nội tiếp

Tứ giác $BOFM$ nội tiếp nên $\widehat{BOM} = \widehat{BFM}$ (1)

Mà $\widehat{BOM} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}, \widehat{BAE} = \frac{1}{2}\widehat{BOC}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$)

Suy ra $\widehat{BAE} = \widehat{BOM}$ (2)

Tứ giác $AEFB$ nội tiếp nên $\widehat{AFE} = \widehat{ABE}$ (3)

Từ (1) và (2) và (3) suy ra $\widehat{AFE} + \widehat{BFM} = \widehat{ABE} + \widehat{BAE} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{AFE} + \widehat{BFM} + \widehat{AFB} = 180^\circ$ nên E, F, M thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm).

Một trang tạp chí có dạng hình chữ nhật. Ban biên tập cần thiết kế sao cho lề trên và lề dưới đều là $3\,\text{cm}$, lề trái và lề phải đều là $2\,\text{cm}$ thì phần còn lại chứa chữ cũng có dạng hình chữ nhật với diện tích là $384\,\text{cm}^2$. Hỏi chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang tạp chí lúc đầu lần lượt là bao nhiêu để diện tích trang tạp chí là nhỏ nhất?

Lời giải

Gọi chiều ngang phần chứa chữ là: $x(\text{cm}, x>0)$

Chiều dọc phần chứa chữ là: $\dfrac{384}{x}(\text{cm})$

Chiều ngang và chiều dọc của trang tạp chí lần lượt là: $x+4$ và $\dfrac{384}{x}+6(\text{cm})$

Diện tích trang tạp chí là: $S=(x+4)\left(\dfrac{384}{x}+6\right)=6x+\dfrac{1536}{x}+408$

Với a,b không âm ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\ge 0$ hay $a+b\ge 2\sqrt{ab}\,(*)$. Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng (*) với $a=6x, b=\dfrac{1536}{x}$ ta được:

$$S=6x+\frac{1536}{x}+408\ge 2\sqrt{6x\cdot\frac{1536}{x}}+408=600$$

Dấu "=" xảy ra khi $x=16$

Vậy để diện tích phần chứa chữ là $384\,\text{cm}^2$ thì diện tích trang tạp chí nhỏ nhất là $600\,\text{cm}^2$ khi chiều ngang 20cm, chiều dọc 30cm.

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 4
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Đo chiều cao (đơn vị là cm) của 40 học sinh lớp $9A$ cho kết quả như sau:

156	157	164	166	166	165	157	155	155	158
160	163	163	161	162	159	159	160	160	160
159	158	160	160	158	163	162	162	162	161
162	161	163	161	163	161	164	166	165	165

a) Hãy lập bảng tần số ghép nhóm với các nhóm $[155;158)$, $[158;161)$, $[161;164)$, $[164;167)$;
b) Tính tần số tương đối của nhóm $[161;164)$.

2) Trong túi có 6 quả bóng bàn được làm bằng cùng chất liệu có kích thước và khối lượng như nhau gồm hai quả màu đỏ được đánh số $1;2$, hai quả màu trắng được đánh số $3;4$, hai quả màu xanh được đánh số $5;6$. Xét phép thử: Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ trong túi. Tính xác suất của biến cố A: "Không lấy được quả bóng màu đỏ".

Lời giải

1) a) Bảng tần số ghép nhóm

Chiều cao (cm)	$[155;158)$	$[158;161)$	$[161;164)$	$[164;167)$
Số học sinh	5	12	15	8

b) Tần số tương đối của nhóm $[161;164)$ là $\frac{15}{40}\cdot 100\% = 37,5\%$.

2) Nhận xét tính đồng khả năng của phép thử lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng trong túi.

Không gian mẫu: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$ - có 6 phần tử.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $3;4;5;6$.

$$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Câu II: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x>0; x\neq 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

2) Rút gọn biểu thức B;

3) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M=\dfrac{A}{B}$.

Lời giải

1) Thay $x=9$ (TMĐK) vào A ta có: $A=\dfrac{9+16}{\sqrt{9}-1}=\dfrac{25}{2}$.

Vậy $x=9$ thì $A=\dfrac{25}{2}$.

2) Điều kiện: $x>0; x\neq 1$.

$$B=\frac{x+1}{x-1}+\frac{1}{\sqrt{x}+1}=\frac{x+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}+\frac{\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{x+1+\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ với $x>0, x\neq 1$.

3) Ta có: $M=\dfrac{A}{B}=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-1}:\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}}=\sqrt{x}+\dfrac{16}{\sqrt{x}}$

Với a,b không âm ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0$ hay $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ (*). Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng (*) với $a=\sqrt{x}, b=\dfrac{16}{\sqrt{x}}$ ta được $M=\sqrt{x}+\dfrac{16}{\sqrt{x}}\geq 2\sqrt{\sqrt{x}\cdot\dfrac{16}{\sqrt{x}}}=8$

Dấu "=" xảy ra khi $\sqrt{x}=\dfrac{16}{\sqrt{x}}\Rightarrow x=16$ (TMĐK)

Vậy GTNN của $M=8$ khi $x=16$.

Câu III: (2,5 điểm).

1) Một ô tô dự định đi từ A đến B với vận tốc xác định và trong một khoảng thời gian đã định. Nếu ô tô chạy nhanh hơn 10 km/h thì đến nơi sớm hơn so với dự định 30 phút. Nếu ô tô chạy chậm hơn 10 km / h thì đến nơi muộn hơn so với dự định là 45 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định đi của ôtô.

2) Một đội xe dự định chở 60 tấn hàng và dùng một số loại xe nhất định. Lúc sắp khởi hành có 3 xe được điều đi làm việc khác nên để chở được hết số hàng đã dự định, mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội, biết rằng khối lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

3) Cho bất phương trình bậc nhất: $4x+m^2-4m\le 0$ (với x là ẩn). Tìm m để bất phương trình nhận $x=1$ làm nghiệm.

Lời giải

1) Gọi vận tốc dự định đi của ô tô là $x(\text{ km / h}, x>10)$

Gọi thời gian dự định đi của ô tô là y (giờ, $y>0,5$)

Độ dài quãng đường từ A đến B là $xy(\text{km})$

Nếu ô tô chạy nhanh hơn 10km/h thì đến nơi sớm hơn so với dự định 30 phút thì khi đó, vận tốc đi là $x+10(\text{ km / h})$ và thời gian đi là $y-0,5$ (giờ)

Ta có phương trình: $(x+10)(y-0,5)=xy$

$$-0,5x+10y=5\ (1)$$

Nếu ô tô chạy chậm hơn 10 km / h thì đến nơi muộn hơn so với dự định 45 phút thì khi đó, vận tốc đi là $x-10(\text{ km / h})$ và thời gian đi là $y+0,75$ (giờ)

Ta có phương trình: $(x-10)(y+0,75)=xy$

$$0,75x-10y=7,5\ (2)$$

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases}-0,5x+10y=5\\ 0,75x-10y=7,5\end{cases}$ $\begin{cases}x=50(\text{TM})\\ y=3(\text{TM})\end{cases}$

Vậy vận tốc dự định đi của ô tô là 50 km / h và thời gian dự định đi là 3 giờ.

2) Gọi số xe lúc đầu của đội là $x(\text{xe}, x\in\mathbb{N}, x>3)$

Theo dự định, mỗi xe phải chở số tấn hàng là $\dfrac{60}{x}$ (tấn)

Thực tế, số xe chở hàng là: $x-3$ (xe)

Thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $\dfrac{60}{x-3}$ (tấn)

Theo đề bài, ta có phương trình: $\dfrac{60}{x-3}-\dfrac{60}{x}=1$

$$x^2-3x-180=0$$
$$x=15(\text{TM});x=-12(\text{KTM})$$

Vậy lúc đầu đội có 15 xe.

3) Thay $x=1$ vào bất phương trình, ta được:

$$4+m^2-4m\le 0$$
$$(m-2)^2\le 0$$

Mà $(m-2)^2\ge 0$ với mọi m.

Vậy $m=2$.

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Nhà bạn Hà có một cái bàn ăn bằng gỗ hình tròn đường kính 80 cm.

a) Tính diện tích gỗ để làm được cái mặt bàn trên;

b) Bố bạn Hà muốn mở rộng chiếc bàn trên bằng cách lắp thêm trục xoay thông minh (Mỗi lần xoay diện tích mặt bàn mở rộng thêm được 25% so với ban đầu). Tính giá tiền mà bố bạn Hà phải chuẩn bị để làm được chiếc bàn như trên. Biết rằng giá của chiếc bàn đó được tính theo giá của số mét vuông mặt bàn và mỗi $1\ \text{m}^2$ bàn có giá 2500000 đồng. (làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm, lấy $\pi\approx 3{,}14$).

2) Cho ΔABC có ba góc nhọn ($AB<AC$), nội tiếp đường tròn ($O;R$), các đường cao AD,BE,CF. Đường thẳng EF cắt đường thẳng BC tại điểm M. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC.

a) Chứng minh 4 điểm B,F,E,C cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh $MF\cdot ME=MB\cdot MC$ và $\widehat{FEI}=\widehat{BAC}$;

c) Đường thẳng qua A song song với đường thẳng BC cắt $(O;R)$ tại $G(G$ khác $A)$, tia GD cắt $(O;R)$ tại $H(H$ khác $G)$, tia MH cắt $(O;R)$ tại $K(K$ khác $H)$. Chứng minh A,I,K thẳng hàng.

Lời giải

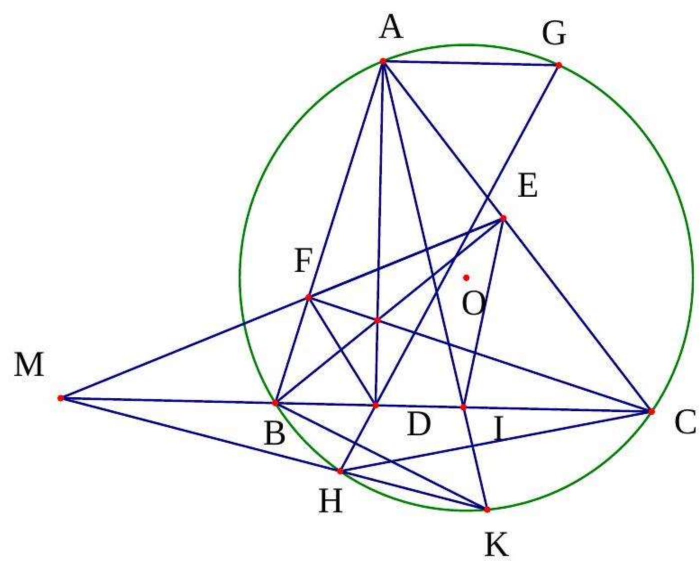
1) a) Bán kính của mặt bàn là: $80:2=40(\text{cm})$

Diện tích của mặt bàn là: $\pi R^2\approx 3{,}14\cdot 40^2\approx 5024$ (cm²)

b) Diện tích của mặt bàn khi lắp trục xoay khoảng: $5024+5024.25\%=6280\left(\text{cm}^2\right)$

Số tiền mà bố bạn Hà cần phải chuẩn bị khoảng: $\left(6280.2\ 500\ 000\right):10\ 000=1\ 570\ 000$ (đồng)

2)



a) Chứng minh 4 điểm B,F,E,C cùng thuộc một đường tròn.

Chỉ ra được tam giác BFC vuông tại F nên nội tiếp trong đường tròn đường kính BC (1)

Chỉ ra được tam giác BEC vuông tại E nên nội tiếp đường tròn đường kính BC (2)

Từ (1) và (2), suy ra được 4 điểm B,F,E,C cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh $MF\cdot ME=MB\cdot MC$ và $\widehat{FEI}=\widehat{BAC}$.

Xét đường tròn đường kính BC, có:

$\widehat{BEF}=\widehat{BCF}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung BF)

Hay $\widehat{BEM}=\widehat{MCF}$

Từ đó chứng minh được $\Delta MBE\backsim\Delta MFC\left(g.g\right)$

Từ đó suy ra được: $MF\cdot ME=MB\cdot MC$

Chứng minh được tam giác IEC cân tại I nên $\widehat{IEC}=\widehat{ACB}$.

Chứng minh được $\widehat{AEF}=\widehat{ABC}$.

$\widehat{FEI}=180^\circ-\widehat{AEF}-\widehat{IEC}=180^\circ-\widehat{ABC}-\widehat{ACB}=\widehat{BAC}$

c) Chứng minh A,I,K thẳng hàng.

Chứng minh được $\widehat{BAC}=\widehat{MDF}$ từ đó chứng minh được tam giác MFD đồng dạng với tam giác MIE nên $MF.ME=MD.MI=MB.MC$

Chứng minh được tam giác MBK đồng dạng với tam giác $MHC(\text{g.g})$. Từ đó suy ra $MB.MC=MH.MK$

Từ đó chứng minh được tam giác MDH đồng dạng với tam giác MKI nên $\widehat{MKI}=\widehat{MDH}$

$\widehat{MDH}=\widehat{AGH}$ (2 góc đồng vị);

$\widehat{AGH}=\widehat{MKA}$ (2 góc nội tiếp cùng chắn cung AH trong đường tròn (O))

Suy ra: $\widehat{MKI}=\widehat{MKA}\Rightarrow K,I,A$ thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm).

Hưởng ứng chương trình "Tình nguyện mùa hè 2025", một đoàn tình nguyện cần thuê xe để chở 28 người và 9 tấn hàng để giúp đỡ đồng bào hai tỉnh Yên Bái và Lào Cai bị ảnh hưởng bởi thiên tai. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó loại xe A có 10 chiếc và loại xe B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng, một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi chiếc xe loại A có thể chở được tối đa 4 người và $0,6$ tấn hàng, mỗi xe loại B chở được tối đa 2 người và $1,5$ tấn hàng. Hỏi đoàn tình nguyện phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất?

Lời giải

Gọi số xe loại A cần thuê là $x(\text{xe})$ $\left(0<x\le 10, x\in\mathbb{N}^*\right)$

Gọi số xe loại B cần thuê là y (xe) $\left(0<y\le 9, y\in\mathbb{N}^*\right)$

Chi phí bỏ ra để thuê xe là: $S=4x+3y$

Lượng hàng tối đa chở được là: $0,6x+1,5y\ge 9$ hay $2x+5y\ge 30$

Số người tối đa chở được: $4x+2y\ge 28$ hay $2x+y\ge 14$

Biến đổi được: $4S=(2x+5y)+7(2x+y)\ge 30+98=128$

Suy ra: giá trị nhỏ nhất của $S=32$

Dấu "=" xảy ra khi $x=5, y=4$

Vậy để chi phí thấp nhất thì đoàn cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B.

------------------------------HẾT------------------------------

ĐỀ SỐ 5
(SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC VỚI CUỘC SỐNG)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

1) Cho hàm số $y = mx^2\,(m \neq 0)$.

a) Tìm m để đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;1)$;

b) Với giá trị m đó, tìm trên đồ thị hàm số các điểm có tung độ bằng 9.

2) Giải các phương trình sau:

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$;

b) $9x^2 - 6x - 4 = 0$.

Lời giải

1) a) Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-1;1)$ nên

$1 = m(-1)^2$

$m = 1$ (thỏa mãn)

Vậy $m = 1$.

b) Các điểm có tung độ bằng 9 nên $y = 9$

Thay $y = 9$ và $m = 1$ vào $y = mx^2$

$9 = 1.x^2$

$x^2 = 9$

$x = 3$ hoặc $x = -3$

Vậy các điểm cần tìm là $(3;9)$ và $(-3;9)$.

2)

a) $x^2 + 3x - 10 = 0$

$\Delta = 3^2 - 4.1.(-10) = 49 > 0$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3+\sqrt{49}}{2\cdot 1} = 2$; $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{-3-\sqrt{49}}{2\cdot 1} = -5$.

b) $9x^2 - 6x - 4 = 0$

$\Delta' = (-3)^2 - 9.(-4) = 45 > 0$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$x_1 = \dfrac{-b'+\sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{3+\sqrt{45}}{9} = \dfrac{1+\sqrt{5}}{3}$;

$x_2 = \dfrac{-b'-\sqrt{\Delta'}}{a} = \dfrac{3-\sqrt{45}}{9} = \dfrac{1-\sqrt{5}}{3}$.

Câu II : (2,0 điểm). *Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*
Một tổ sản xuất có kế hoạch làm 300 sản phẩm cùng loại trong một số ngày quy định. Thực tế, mỗi ngày tổ đó làm được nhiều hơn 10 sản phẩm so với kế hoạch nên đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch một ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm bao nhiêu sản phẩm? (giả sử tổ đó làm được trong mỗi ngày là như nhau).

Lời giải

Gọi số sản phẩm theo kế hoạch mỗi ngày tổ sản xuất phải làm là x (sản phẩm) $(x>0)$

Số ngày làm 300 sản phẩm theo kế hoạch là $\frac{300}{x}$ (ngày)

Số sản phẩm theo thực tế mỗi ngày tổ sản xuất phải làm là $x+10$ (sản phẩm)

Số ngày làm 300 sản phẩm theo thực tế là $\frac{300}{x+10}$ (ngày)

Vì hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch một ngày nên

$\frac{300}{x}-\frac{300}{x+10}=1$

$300(x+10)-300x=x(x+10)$

$300x+3000-300x=x^2+10x$

$x^2+10x-3000=0$

$x=50$ (thỏa mãn) hoặc $x=-60$ (không thỏa mãn)

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày tổ sản xuất phải làm 50 sản phẩm.

Câu III: (1,5 điểm).

Cho phương trình bậc hai ẩn x: $x^2-(m+2)x+m=0$ (1)

1) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

2) Biết phương trình (1) có một nghiệm là $x=\frac{-3}{2}$, khi đó tính tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình trên.

Lời giải

1) Ta có $\Delta=(m+2)^2-4m=m^2+4\geq 4\ \forall m$

Suy ra $\Delta>0\ \forall m$

Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của m.

2) Tại giá trị $x=\frac{-3}{2}$, thay vào phương trình (1) ta được:

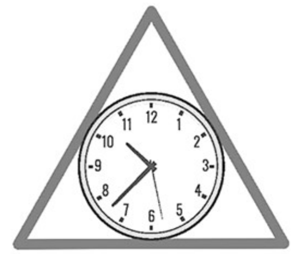
$\left(-\frac{3}{2}\right)^2-(m+2)\left(\frac{-3}{2}\right)+m=0$

Suy ra $m=\frac{-21}{10}$, khi đó phương trình đã cho trở thành $x^2-\left(-\frac{21}{10}+2\right)x-\frac{21}{10}=0$

Phương trình có hai nghiệm là $x=\frac{-3}{2}, x=\frac{7}{5}$

Vậy tổng các bình phương hai nghiệm của phương trình là:

$x_1^2+x_2^2=\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{5}\right)^2=4,21$.



Câu IV: (4,0 điểm).

1) Người ta muốn làm một khung gỗ hình tam giác đều đặt vừa khít một chiếc đồng hồ hình tròn có đường kính $30\,\text{cm}$ (hình vẽ). Hỏi độ dài các cạnh của khung gỗ phải bằng bao nhiêu?

2) Cho tam giác ABC nhọn $(AB<AC)$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Kẻ đường kính AD của đường tròn $(O;R)$, AH vuông góc với BC tại H, BE vuông góc với AD tại E. Gọi G là giao điểm của AH với đường tròn $(O;R),(G\neq A)$. Lấy K là trung điểm của AB.

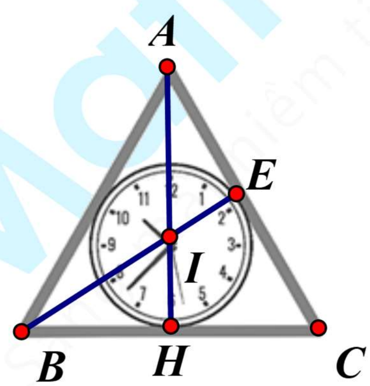
a) Chứng minh tứ giác $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.

b) Gọi N là giao điểm của HE và AC. Chứng minh $GD\,//\,BC$ và tam giác AHN là tam giác vuông.

c) Tia phân giác của $\widehat{BAC}$ cắt đường tròn $(O;R)$ tại F. Gọi M là giao điểm của OF và BC. I là giao điểm của KM và HE. Chứng minh: $AB\cdot EI=AE\cdot EM$.

Lời giải

1)



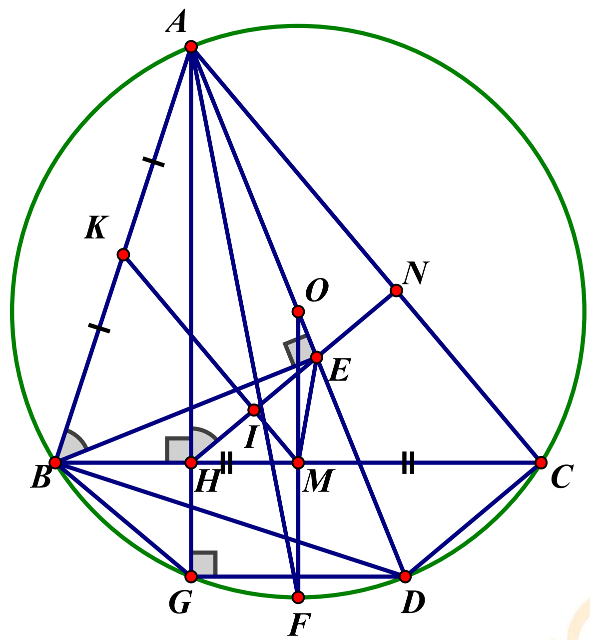
Tam giác ABC là tam giác đều nên AH là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ và E là trung điểm của AC; IE là đường cao của tam giác ABC

Đường kính đường tròn là $30\,\text{cm}$ nên $IE=15\,\text{cm}$

Xét tam giác AEI vuông tại E có $AE=15:\tan 30^\circ=15\sqrt{3} \Rightarrow AC=30\sqrt{3}\,(\text{cm})$

Vậy độ dài các cạnh của khung gỗ phải bằng $30\sqrt{3}\,\text{cm}$.

2)



a) Chứng minh tứ giác $ABHE$ là tứ giác nội tiếp.

Vì $AH \perp BC$ nên $\widehat{AHB} = 90°$ do đó ΔAHB vuông tại H suy ra A, B, H cùng thuộc đường tròn đường kính AB

Vì $BE \perp AD$ nên $\widehat{AEB} = 90°$ do đó ΔAEB vuông tại E suy ra A, B, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB

Suy ra A, B, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AB hay tứ giác $ABHE$ nội tiếp được đường tròn.

b) Chứng minh GD // BC và tam giác AHN là tam giác vuông.

Xét đường tròn (O) có $\widehat{AGD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow DG \perp AH$ mà $BC \perp AH \Rightarrow GD$ // BC

Xét đường tròn (O) có $\widehat{ACD} = 90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) $\Rightarrow DC \perp AC$

Vì tứ giác $ABHE$ nội tiếp được đường tròn $\Rightarrow \widehat{BAE} + \widehat{BHE} = 180°$ mà $\widehat{BHE} + \widehat{EHC} = 180°$ (hai góc kề bù) suy ra $\widehat{BAE} = \widehat{EHC}$

Xét đường tròn (O) có $\widehat{BAE} = \widehat{BCD} = \frac{1}{2}$sđ $\overset{\frown}{BD}$ (2 góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{BD}$)

$\Rightarrow \widehat{EHC} = \widehat{BCD}$ mà hai góc là hai góc so le trong $\Rightarrow HE$ // $DC \Rightarrow HN \perp AC$

$\Rightarrow \widehat{ANH} = 90° \Rightarrow$ tam giác AHN là tam giác vuông.

c) Chứng minh: $AB.EI = AE.EM$

Xét đường tròn (O) có $\widehat{BOF} = 2\widehat{BAF} =$sđ $\overset{\frown}{CD}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{BF}$)

$\widehat{COF} = 2\widehat{CAF} =$sđ $\overset{\frown}{CD}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{CF}$)

Vì AF là tia phân giác của $\widehat{BAC} \Rightarrow \widehat{BAF} = \widehat{CAF} \Rightarrow \widehat{BOF} = \widehat{COF} \Rightarrow OF$ là tia phân giác của $\widehat{BOC}$

Mà tam giác BOC cân tại $O \Rightarrow OM$ là đường trung tuyến $\Rightarrow M$ là trung điểm của BC

Xét tam giác ABC có M là trung điểm BC, K là trung điểm AB suy ra KM là đường trung bình nên $KM // AC$ mà $HN \perp AC \Rightarrow KM \perp HN \Rightarrow \widehat{EIM} = 90°$

Vì tam giác ABH vuông tại H có HK đường trung tuyến nên $KH = \frac{1}{2}AB$

Vì tam giác ABE vuông tại E có EK đường trung tuyến nên $KE = \frac{1}{2}AB$

$\Rightarrow KH = KE$. Suy ra ΔKHE cân tại K, mà KI là đường cao

Do đó KM là đường trung trực của HE, suy ra $ME = MH$

Vì ΔMHE cân tại $M \Rightarrow \widehat{EHM} = \widehat{IEM}$

Mà $\widehat{BAE} = \widehat{EHM} \Rightarrow \widehat{BAE} = \widehat{IEM}$

Xét ΔEAB và ΔIEM có $\widehat{AEB} = \widehat{EIM} = 90°; \widehat{BAE} = \widehat{IEM} \Rightarrow \Delta EAB \backsim \Delta IEM\,(g.g) \Rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{EM}{EI}$

$\Rightarrow AB.EI = AE.EM$.

Câu V: (0,5 điểm).

Cho a,b là các số thực dương thỏa mãn $x + y \geq 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A = 2x^2 + y^2 + \frac{28}{x} + \frac{1}{y}.$$

Lời giải

Ta có $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \geq 0$ hay $\text{a} + \text{b} \geq 2\sqrt{ab}\,(*)$

Áp dụng (*) ta được

$x^2 + 4 \geq 4x \Rightarrow x^2 \geq 4x - 4$; $y^2 + 1 \geq 2y \Rightarrow y^2 \geq 2y - 1$

$\Rightarrow 2x^2 + y^2 \geq 8x - 8 + 2y - 1$

Do đó $A \geq 8x + 2y + \frac{28}{x} + \frac{1}{y} - 9$

Có $7x + \frac{28}{x} \geq 2\sqrt{7x \cdot \frac{28}{x}} = 28$;

$y + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{y \cdot \frac{1}{y}} = 2$;

$x + y \geq 3$.

Suy ra $A \geq 8x + 2y + \frac{28}{x} + \frac{1}{y} - 9 \geq 28 + 2 + 3 - 9 = 24$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 2; y = 1$.

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 6
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Thống kê khối lượng rau thu hoạch một vụ (đơn vị: tạ) của mỗi hộ gia đình trong 38 hộ gia đình tham gia chương trình trồng rau theo tiêu chuẩn VIETGAP như sau:

$$\begin{matrix} 5 & 5 & 6 & 6 & 6 & 7 & 4 & 4 & 5 & 5 & 7 & 8 & 8 \\ 9 & 4 & 5 & 7 & 4 & 10 & 7 & 7 & 7 & 6 & 6 & 5 & 7 \\ 8 & 9 & 8 & 8 & 9 & 9 & 9 & 8 & 7 & 5 & 10 & 8 & \end{matrix}$$

Lập bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên.

2) Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ cùng loại, đánh số $4;5;6$. Túi II chứa 2 tấm thẻ cùng loại, đánh số $7;8$. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ.

a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra đối với số xuất hiện trên 2 tấm thẻ được rút ra;

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 3 đơn vị";

B: "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số lẻ";

C: "Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố".

Lời giải

1) Bảng tần số của mẫu số liệu thống kê trên là:

Khối lượng thu hoạch (tạ)	4	5	6	7	8	9	10	
Tần số	4	7	5	8	7	5	2	$N = 38$

2) Có hai túi I và II. Túi I chứa 3 tấm thẻ cùng loại, đánh số $4;5;6$. Túi II chứa 2 tấm thẻ cùng loại, đánh số $7;8$. Từ mỗi túi I và II, rút ngẫu nhiên một tấm thẻ.

a) Liệt kê các kết quả có thể xảy ra đối với số xuất hiện trên 2 tấm thẻ được rút ra.

$\Omega = \{(4;7);(4;8);(5;7);(5;8);(6;7);(6;8)\}$

$n(\Omega) = 6$

b) Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

Các kết quả có thể xảy ra của phép thử đó là đồng khả năng.

A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 3 đơn vị".

Các kết quả thuận lợi của biến cố A là : $(4\,;7)$; $(5\,;8)$

$$n(A)=2 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

B: "Tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số lẻ".

Vì tích hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số lẻ nên cả 2 thẻ phải là các số lẻ.

Các kết quả thuận lợi của biến cố B là : $(5\,;7)$

$$n(B)=1 \Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{1}{6}$$

C: "Tổng hai số ghi trên hai tấm thẻ là một số nguyên tố".

Các kết quả thuận lợi của biến cố C là : $(4;7)$; $(5;8)$; $(6;7)$

$$n(C)=3 \Rightarrow P(C)=\frac{n(C)}{n(\Omega)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

Câu II: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x+8}{\sqrt{x}+5}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-5}+\dfrac{8\sqrt{x}}{25-x}$ với $x\ge 0; x\ne 25$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\dfrac{25}{16}$;

2) Rút gọn biểu thức B;

3) Cho $M=\dfrac{A}{B}$. Tìm x để $4-M\ge 0$.

Lời giải

1) Thay $x=\dfrac{25}{16}\,(tmdk)$ vào A ta có:

$$A=\frac{\frac{25}{16}+8}{\sqrt{\frac{25}{16}}+5}=\frac{153}{16}:\frac{25}{4}=\frac{153}{100}.$$

Vậy tại $x=\dfrac{25}{16}$ thì $A=\dfrac{153}{100}$.

2) Với $x \ge 0; x \ne 25$, có:

$$B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-5} + \frac{8\sqrt{x}}{25-x}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-5} - \frac{8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$B = \frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)} - \frac{8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$B = \frac{x+4\sqrt{x}-5-8\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$B = \frac{x-4\sqrt{x}-5}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$B = \frac{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-5\right)\left(\sqrt{x}+5\right)}$$

$$B = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+5}$$

Vậy với $x \ge 0; x \ne 25$ thì $B = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+5}$.

3) Với $x \ge 0; x \ne 25$, có:

$$M = \frac{A}{B} = \frac{x+8}{\sqrt{x}+5} : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+5} = \frac{x+8}{\sqrt{x}+5} \cdot \frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}+1} = \frac{x+8}{\sqrt{x}+1}$$

$$4 - M \ge 0$$

$$4 - \frac{x+8}{\sqrt{x}+1} \ge 0$$

$$\frac{-x+4\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}+1} \ge 0$$

$$\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}+1} \le 0$$

Với $x \geq 0; x \neq 25$ ta có $\sqrt{x}+1>0$

Nên $\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}+1} \geq 0$

Mà yêu cầu bài toán: $\dfrac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\sqrt{x}+1} \leq 0$

Nên $\sqrt{x}-2=0$

$x=4$ (thỏa mãn)

Vậy với $x=4$ thì $4-M \geq 0$

Câu III : (2,5 điểm).

1) Một ngân hàng đang áp dụng lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng là $6,8\%$ / năm. Cô Lan dự kiến gửi một khoản tiền vào ngân hàng này và cần số tiền lãi hằng năm ít nhất là 200 triệu để chi tiêu. Hỏi số tiền cô Lan cần gửi tiết kiệm ít nhất là bao nhiêu (làm tròn đến triệu đồng)?

2) Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 720 chi tiết máy. Sang tháng thứ hai tổ I vượt mức 15%, tổ II sản xuất vượt mức 12%, do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 819 chi tiết máy. Hỏi rằng trong tháng đầu, mỗi tổ công nhân sản xuất được bao nhiêu chi tiết máy.

3) Cho phương trình $x^2-5x+m+4=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt thoả mãn $|x_1|+|x_2|=2$.

Lời giải

1)

Gọi số tiền cô Lan cần gửi tiết kiệm là x (triệu đồng, $x>0$)

Với lãi suất $6,8\%$ / năm thì tiền lãi sau 1 năm mà cô Lan nhận được là $6,8\%x$ (triệu đồng)

Theo đề bài, cô Lan cần số tiền lãi hằng năm ít nhất là 200 triệu để chi tiêu nên ta có

$6,8\%x \geq 200$

$\Rightarrow x \geq \dfrac{50\,000}{17} \approx 2941$ (triệu đồng)

Vậy cô Lan cần gửi ít nhất 2941 triệu đồng

2)

Gọi số chi tiết máy tổ I và tổ II làm được trong tháng đầu lần lượt là x và y (chi tiết, $x, y \in \mathbb{N}^*, x, y < 720$)

Trong tháng đầu, hai tổ công nhân sản xuất được 720 chi tiết máy nên ta có $x+y=720$ (1)

Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15% nên số chi tiết tổ I sản xuất được là $115\%x$ (chi tiết)

Sang tháng thứ hai, tổ II vượt mức 12% nên số chi tiết tổ II sản xuất được là $112\%y$ (chi tiết)

Khi đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 819 chi tiết máy nên ta có $115\%x + 112\%y = 819$

$\Rightarrow 1{,}15x + 1{,}12y = 819$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 720 & (1) \\ 1{,}15x + 1{,}12y = 819 & (2) \end{cases}$

Từ (1) ta có $x = 720 - y$, thay vào (2) ta được

$1{,}15(720 - y) + 1{,}12y = 819$

$828 - 1{,}15y + 1{,}12y = 819$

$-0{,}03y = -9$

$y = 300$

Với $y = 300$ (Thỏa mãn) ta có $x = 720 - 300 = 420$ (Thỏa mãn)

Vậy số chi tiết máy tổ I và tổ II làm được trong tháng đầu lần lượt là 420 và 300 chi tiết

3)

$x^2 - 5x + m + 4 = 0$ (*)

Ta có $\Delta = (-5)^2 - 4.1.(m+4) = 9 - 4m$

Để phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta > 0 \Rightarrow 9 - 4m > 0 \Rightarrow m < \dfrac{9}{4}$

Áp dụng hệ thức Vi et ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = m + 4 \end{cases}$

Ta có $|x_1| + |x_2| = 2$

$(|x_1| + |x_2|)^2 = 4$

$x_1^2 + x_2^2 + 2|x_1x_2| = 4$

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + 2|x_1x_2| = 4$

$5^2 - 2(m+4) + 2|m+4| = 4$

$21 - 2(m+4) + 2|m+4| = 0$

TH1: $m + 4 \geq 0 \Rightarrow m \geq -4$ ta có:

$21-2(m+4)+2(m+4)=0$

$21=0$ (vô lý)

TH2: $m+4<0 \Rightarrow m<-4$ ta có:

$21-2(m+4)-2(m+4)=0$

$21-4(m+4)=0$

$m+4=\dfrac{21}{4}$

$m=\dfrac{5}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy $m=\dfrac{5}{4}$

Câu IV: (4,0 điểm).

1) Một khúc gỗ hình trụ có đường kính đáy bằng $1,2\,\text{m}$, chiều cao bằng bán kính đáy (như hình vẽ).

a) Tính diện tích xung quanh của khúc gỗ đó (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm);

b) Với giá thành hiện tại, $1\,\text{m}^3$ gỗ trên bán được 5 triệu đồng. Hãy tính giá thành khúc gỗ nếu đem đi bán.

2) Cho ΔABC có đường cao AD, gọi E là trung điểm DC, F là trung điểm AB. Đường thẳng qua E vuông góc với EF cắt AD tại G. Gọi K là trung điểm AD.

a) Chứng minh $FKEG$ là tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh các tam giác ADC, FEG đồng dạng;

c) Gọi H là chân đường cao hạ từ G lên AE. Chứng minh $\widehat{AFE}=\widehat{DHC}$.

Lời giải

1)

a) Bán kính đáy của khúc gỗ hình trụ là: $r=\dfrac{1,2}{2}=0,6\left(\mathrm{m}\right)$

Diện tích xung quanh của khúc gỗ đó là:

$$S_{xq}=2\pi rh=2\pi\cdot 0,6\cdot 0,6=0,72\pi\approx 2,26\left(\mathrm{m}^2\right)$$

Vậy diện tích xung quanh của khúc gỗ đó khoảng $2,26\mathrm{m}^2$.

b) Thể tích của khúc gỗ hình trụ là:

$$V=\pi r^2h=\pi\cdot 0,6^2\cdot 0,6=0,216\pi\left(\mathrm{m}^3\right)$$

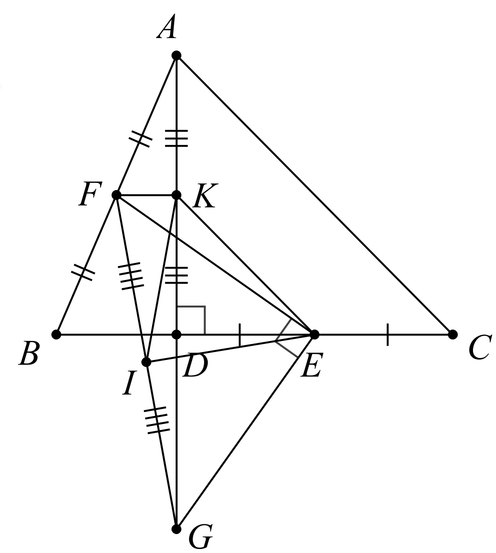
Giá thành của khúc gỗ khi đem bán là:

$$0,216\pi\cdot 5000000\approx 3392920\ \text{(đồng)}$$

Vậy giá thành khúc gỗ nếu đem đi bán khoảng 3392920 đồng.

2)

a) Chứng minh $FKEG$ là tứ giác nội tiếp.



Gọi I trung điểm của GF

Nên $IG=IF=\dfrac{FG}{2}$

ΔABD có KF là đường trung bình nên $KF\,//\,BD$ hay $KF\,//\,BC$

Mà $AD\perp BC$ suy ra $KF\perp AD$ hay ΔFKG vuông tại K

ΔFKG vuông tại K có $KI=\dfrac{FG}{2}$ (tính chất đường trung tuyến)

ΔFEG vuông tại E có $EI=\dfrac{FG}{2}$ (tính chất đường trung tuyến)

Từ đó suy ra $IG=IF=IE=IK\left(=\dfrac{FG}{2}\right)$

Suy ra $FKEG$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I.

b) Chứng minh các tam giác ADC, FEG đồng dạng.

Ta có $FKEG$ là tứ giác nội tiếp đường tròn tâm I

Nên $\widehat{EFG}=\widehat{EKG}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung EG)

ΔACD có KE là đường trung bình nên $KE\,//\,AC$

Suy ra $\widehat{CAD}=\widehat{EKG}$ (hai góc đồng vị)

Do đó, $\widehat{EFG}=\widehat{CAD}$

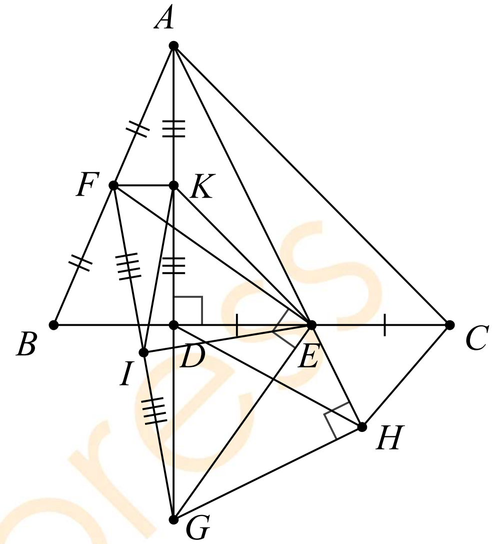
Xét ΔADC và ΔFEG có:

$\widehat{ADC}=\widehat{FEG}\ (=90^\circ)$

$\widehat{EFG}=\widehat{CAD}$ (cmt)

Suy ra $\Delta ADC \backsim \Delta FEG$ (g-g).

c) Gọi H là chân đường cao hạ từ G lên AE. Chứng minh $\widehat{AFE}=\widehat{DHC}$.



Tứ giác $DGHE$ nội tiếp đường tròn đường kính EG

Suy ra $\widehat{GEH}=\widehat{HDG}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HG)

Lại có: $\widehat{FEA}+\widehat{GEH}=90^\circ$

$\widehat{CDH}+\widehat{HDG}=90^\circ$

Suy ra $\widehat{FEA}=\widehat{CDH}$

Ta có $\Delta ADC \backsim \Delta FEG$ (cmb) nên $\dfrac{DA}{EF}=\dfrac{DC}{EG}$, suy ra $\dfrac{DA}{DC}=\dfrac{EF}{EG}$ (1)

Chứng minh được $\Delta ADH \backsim \Delta AEG$ (g-g) nên $\dfrac{DH}{EG}=\dfrac{DA}{EA}$ suy ra $\dfrac{DH}{DA}=\dfrac{EG}{EA}$ (2)

Nhân vế với vế của (1) và (2) ta được $\dfrac{DA}{DC}\cdot\dfrac{DH}{DA}=\dfrac{EF}{EG}\cdot\dfrac{EG}{EA}$ hay $\dfrac{DH}{DC}=\dfrac{EF}{EA}$

Xét ΔDHC và ΔEFA ta có:

$\widehat{FEA}=\widehat{CDH}$; $\dfrac{DH}{DC}=\dfrac{EF}{EA}$

Suy ra $\Delta DHC \backsim \Delta EFA$ (c-g-c) do đó $\widehat{AFE}=\widehat{DHC}$

Câu V: (0,5 điểm).

Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách 400 km tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6\,\text{km/h}$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\ (\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$. Trong đó c là hằng số cho trước, E được tính bằng Jun. Hỏi vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là bao nhiêu để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?

Lời giải

Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là: $v\ (\text{km/h})\ (v>6)$

Vận tốc của cá khi bơi ngược dòng là: $v-6\ (\text{km/h})$

Thời gian bơi từ nơi sinh sống đến nơi sinh sản là: $\frac{400}{v-6}$ (giờ)

Năng lượng tiêu hao của cá là $E(v)=cv^3\frac{400}{v-6}=400c\cdot\frac{v^3}{v-6}=400c\left(v^2+6v+36+\frac{216}{v-6}\right)$

$=400c\left[\left(v^2-18v+81\right)+24(v-6)+\frac{216}{v-6}+99\right]$

$=400c\left[(v-9)^2+24(v-6)+\frac{216}{v-6}+99\right]$

Ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\geq 0\Rightarrow a+b-2\sqrt{ab}\geq 0\Rightarrow a+b\geq 2\sqrt{ab}$ (*)

Dấu "=" xảy ra khi $a=b$

Áp dụng BĐT (*) ta có $24(v-6)+\frac{216}{v-6}\geq 2\sqrt{24(v-6)\cdot\frac{216}{v-6}}=144$

Dấu "=" xảy ra khi $24(v-6)=\frac{216}{v-6}\Rightarrow (v-6)^2=9\Rightarrow v=9$ (thỏa mãn)

Ta có $(v-9)^2\geq 0$, dấu "=" xảy ra khi $v=9$ (thỏa mãn)

Khi đó $E(v)\geq 400c\cdot(0+144+99)$

$\Rightarrow E(v)\geq 97200c$

Dấu "=" xảy ra khi $v=9$

Vậy để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất thì vận tốc của cá khi nước đứng yên là 9 km/h.

--------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 07
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học (đơn vị: học sinh), người ta có bảng tần số ghép nhóm như ở Bảng sau:

Nhóm	Tần số (n)
$[36;38)$	20
$[38;40)$	15
$[40;42)$	25
$[42;44)$	30
$[44;46)$	10
Cộng	$N=100$

a) Tìm tần số tương đối của mỗi nhóm đó;

b) Lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó;

c) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột và biểu đồ đoạn thẳng của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

2) Hộp thứ nhất đựng 1 quả bóng trắng, 1 quả bóng đỏ. Hộp thứ hai đựng 1 quả bóng đỏ, 1 quả bóng vàng. Lấy ra ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 quả bóng.

a) Xác định không gian mẫu và số kết quả có thể xảy ra của phép thử;

b) Biết rằng các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Tính xác suất của mỗi biến cố sau:

A: "2 quả bóng lấy ra có cùng màu";

B: "Có đúng một quả bóng màu đỏ trong hai quả bóng lấy ra".

Lời giải

1)

a) Tần số tương đối của

+ Nhóm $[36;38)$ là: $f_1=\dfrac{20}{100}\cdot 100\%=20\%$

+ Nhóm $[38;40)$ là: $f_2=\dfrac{15}{100}\cdot 100\%=15\%$

+ Nhóm $[40;42)$ là: $f_3=\dfrac{25}{100}\cdot 100\%=25\%$

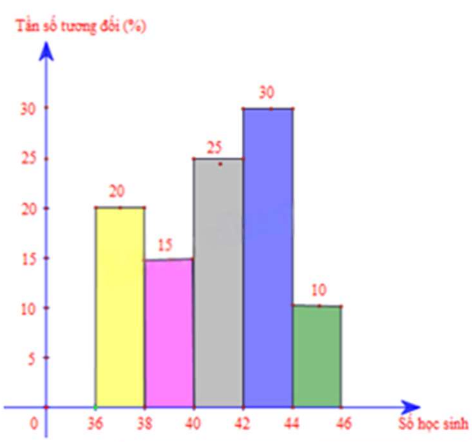
+ Nhóm $[42;44)$ là: $f_4=\dfrac{30}{100}\cdot 100\%=30\%$

+ Nhóm $[44;46)$ là: $f_5=\dfrac{10}{100}\cdot 100\%=10\%$

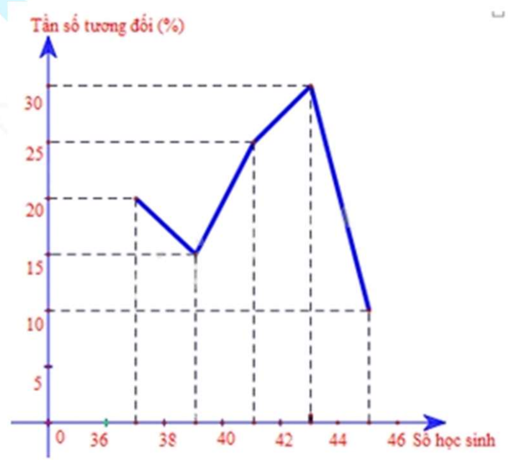
b) Bảng tần số tương đối ghép nhóm:

Nhóm	Tần số tương đối $(\%)$
$[36;38)$	20
$[38;40)$	15
$[40;42)$	25
$[42;44)$	30
$[44;46)$	10
Cộng	100

c) Dạng biểu đồ cột:



Dạng biểu đồ đoạn thẳng:



2) a) Phép thử có thể xảy ra 4 trường hợp:

+ TH1: Hộp 1 lấy ra bóng trắng, hộp 2 lấy ra bóng đỏ.

+ TH2: Hộp 1 lấy ra bóng trắng, hộp 2 lấy ra bóng vàng.

+ TH3: Hộp 1 lấy ra bóng đỏ, hộp 2 lấy ra bóng đỏ.

+ TH4: Hộp 1 lấy ra bóng đỏ, hộp 2 lấy ra bóng vàng.

$\Omega=\{$(trắng; đỏ); (trắng; vàng); (đỏ; đỏ); (đỏ; vàng)$\}$.

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là 4.

b) A: "2 quả bóng lấy ra có cùng màu"

$P(A)=\dfrac{1}{4}$ (Hai quả bóng lấy ra có cùng màu đỏ)

B: "Có đúng một quả bóng màu đỏ trong hai quả bóng lấy ra".

$P(B)=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$ (TH1 hoặc TH4).

Bài II: (1,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{x}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{2x-3}{x-3\sqrt{x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ với $x>0; x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$;

2) Chứng minh $B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$;

3) Tìm tất cả giá trị của x để $A-B<0$.

Lời giải

1) Thay $x=16\,(tmdk)$ vào A ta có: $A=\dfrac{16}{\sqrt{16}-3}=16.$

Vậy tại $x=16$ thì $A=16.$

2) Với $x>0; x\neq 9$, ta có:

$$B=\frac{2x-3}{x-3\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$B=\frac{2x-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}-\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{2x-3-\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}$$

$$B=\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $B=\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}$ với $x>0; x\neq 9$.

3) Để $A-B<0$ thì $\frac{x}{\sqrt{x}-3}-\frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-3}<0$

$\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}<0$

$\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\sqrt{x}-3}<0$

$\begin{cases}\sqrt{x}-1\neq 0\\ \sqrt{x}-3<0\end{cases}$

$\begin{cases}x\neq 1\\ x<9\end{cases}$

Kết hợp ĐK suy ra: $0<x<9$ và $x\neq 1$.

Bài III: (2,5 điểm).

1) Một kho chứa 200 tấn khoai tây, mỗi ngày đều xuất đi 50 tấn khoai tây. Tìm số ngày xuất đi của kho đó sao cho khối lượng khoai tây còn lại trong kho ít nhất là 20 tấn, biết số ngày xuất đi là lớn nhất.

2) Để mở rộng kinh doanh, một cửa hàng đã vay 600 triệu đồng kì hạn 12 tháng từ hai ngân hàng A và B với lãi suất lần lượt là $8\%/$năm và $9\%/$năm. Tổng số tiền lãi 1 năm phải trả cho cả hai ngân hàng đó của cửa hàng là $51,5$ triệu đồng. Tính số tiền mà cửa hàng đã vay từ mỗi ngân hàng.

3) Cho phương trình $x^2-2(m+1)x+4m=0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 sao cho $A=2x_1^2+2x_2^2-x_1x_2$ nhận giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) Sau n ngày, khối lượng khoai tây xuất đi là: $50n$ (tấn), $\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$

Số lượng khoai tây còn lại sau n ngày là: $200-50n$ (tấn)

Theo đề bài, ta cần $200-50n\geq 20$. Ta giải bất phương trình này:

$$200-50n\geq 20$$

$$180\geq 50n$$

$$n\leq\frac{180}{50}=3,6$$

Vì $n\in\mathbb{N}^*$ và n lớn nhất. Do đó $n=3$.

Vậy sau 3 ngày xuất đi thì khối lượng khoai tây còn lại trong kho ít nhất là 20 tấn.

2) Gọi số tiền mà cửa hàng đã vay từ ngân hàng A là x (triệu đồng, $x>0$).

Số tiền mà cửa hàng đã vay từ ngân hàng B là y (triệu đồng, $y>0$)

Vì cửa hàng đã vay 600 triệu đồng nên ta có pt: $x+y=600$ (1)

Vì tiền lãi suất của ngân hàng A là 8%/ năm nên số tiền lãi từ ngân hàng A là:

$$x\cdot 8\% = 0,08x \text{ (triệu đồng)}$$

Vì tiền lãi suất của ngân hàng B là 9%/ năm nên số tiền lãi từ ngân hàng B là:

$$y\cdot 9\% = 0,09y \text{ (triệu đồng)}$$

Vì tổng số tiền lãi một năm phải trả cho 2 ngân hàng đó là 51,5 triệu đồng nên ta có pt:

$$0,08x+0,09y=51,5 \ (2)$$

Từ pt (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y=600 \\ 0,08x+0,09y=51,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=250 \\ y=350 \end{cases} \text{(thỏa mãn điều kiện của ẩn)}$$

Vậy số tiền cửa hàng vay từ ngân hàng A: 250 triệu đồng;

Số tiền cửa hàng vay từ ngân hàng B: 350 triệu đồng.

3) Ta có: $a=1\neq 0$

$\Delta = 4(m+1)^2-4\cdot 1\cdot 4m = 4m^2-8m+4 = 4(m-1)^2$.

Vì $(m-1)^2\geq 0$ với mọi m nên $\Delta\geq 0$ với mọi m.

Do đó phương trình đã cho có hai nghiệm x_1,x_2 với mọi m.

Theo định lý Viète, ta có:

$x_1+x_2=2(m+1)$; $x_1x_2=4m$

Ta có $A=2x_1^2+2x_2^2-x_1x_2$

$A=2\left(x_1^2+x_2^2\right)-x_1x_2$

$=2\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]-x_1x_2$

$=2\left(x_1+x_2\right)^2-5x_1x_2$

Thay các công thức Viète vào biểu thức A, ta được:

$A=2\left[2(m+1)\right]^2-5\cdot 4m$

$=2\left[4\left(m^2+2m+1\right)\right]-20m$

$=8m^2+16m+8-20m$

$=8m^2-4m+8$

$$= 2\left(4m^2 - 2.2m.\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 4\right)$$

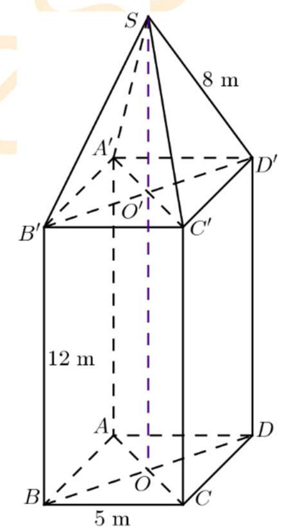
$$= 2\left(2m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{2}$$

Vì $2\left(2m-\frac{1}{2}\right)^2 \ge 0 \Rightarrow 2\left(2m-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{15}{2} \ge \frac{15}{2}$ nên $A_{\min} = \frac{15}{2}$ khi $m = \frac{1}{4}$.

Vậy $m = \frac{1}{4}$ thì $A_{\min} = \frac{15}{2}$.

Bài IV: (4,0 điểm)

1) Một tháp đồng hồ có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m; chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m.



a) Tính theo mét chiều cao của tháp đồng hồ? *(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)*;

b) Tính thể tích của tháp đồng hồ này. *(làm tròn đến hàng đơn vị)*.

2) Cho tam giác ABC nhọn, không cân có góc A là góc lớn nhất, D là chân đường cao hạ từ A lên BC, các điểm E, F lần lượt là chân đường cao hạ từ D lên AC, AB. Tia phân giác của $\widehat{CDE}$ cắt AC tại P, phân giác của $\widehat{BDF}$ cắt AB tại Q. Gọi I là chân đường cao hạ từ D đến PQ.

a) Chứng minh tứ giác $DIFQ$, $DIEP$ là các tứ giác nội tiếp;

b) Chứng minh tam giác APQ cân;

c) Chứng minh I là giao điểm các phân giác trong của tam giác DEF.

Lời giải

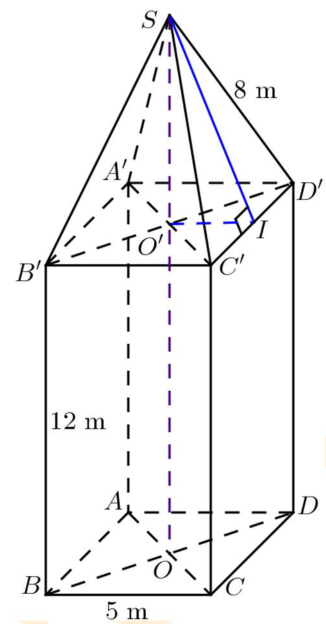
1)

a) Gọi I là trung điểm của $C'D'$, suy ra $ID' = \frac{C'D'}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$ (m)

Do $\Delta SC'D'$ cân tại S, SI là đường trung tuyến.

Nên SI là đường cao $\Rightarrow SI \perp C'D'$

Do đó $\Delta SID'$ vuông tại I.



Suy ra $D'S^2 = SI^2 + D'I^2$ (định lý Pythagore)

$\Rightarrow SI = \sqrt{D'S^2 - D'I^2} = \sqrt{8^2 - 2,5^2} = \dfrac{\sqrt{231}}{2}$ (m)

Xét $\Delta B'C'D'$ có: I và O' lần lượt là trung điểm của $C'D'$ và $B'D'$.

$\Rightarrow IO'$ là đường trung bình của $\Delta B'C'D' \Rightarrow IO' = \dfrac{B'C'}{2} = \dfrac{5}{2} = 2,5$ (m)

Vì $\Delta SIO'$ vuông tại O', $SI^2 = O'S^2 + O'I^2$ (định lý Pythagore)

$\Rightarrow SO' = \sqrt{SI^2 - O'I^2} = \sqrt{\dfrac{231}{4} - 2,5^2} = \dfrac{\sqrt{206}}{2}$ (m)

$\Rightarrow SO = SO' + OO' = \dfrac{\sqrt{206}}{2} + 12 \approx 19,2$ (m)

Vậy chiều cao của tháp đồng hồ khoảng $19,2$ m

b) Thể tích của hình chóp: $V_1 = \dfrac{1}{3} \cdot SO' \cdot B'C'^2 = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{\sqrt{206}}{2} \cdot 5^2 \approx 60$ (m^3)

Thể tích của hình hộp chữ nhật: $V_2 = AB^2 \cdot OO' = 5^2 \cdot 12 = 300$ (m^3)

Suy ra thể tích của tháp đồng hồ: $V = V_1 + V_2 \approx 60 + 300 = 360$ (m^3)

2)

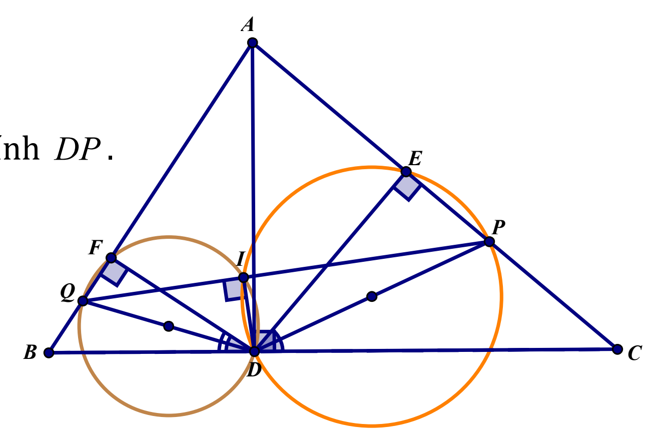
a) Chứng minh tứ giác $DIFQ$, $DIEP$ là các tứ giác nội tiếp.

* Tứ giác $DIEP$ nội tiếp.

Do ΔDIP có: $DI \perp IP$ (gt) $\Rightarrow \widehat{DIP} = 90°$

Nên ΔDIP nội tiếp đường tròn đường kính DP.

Suy ra 3 điểm D, I và P cùng thuộc đường tròn đường kính DP.



Tương tự: ΔDEP có:

$DE \perp EP$ (gt)

$\Rightarrow \widehat{DEP} = 90°$

Nên ΔDEP nội tiếp đường tròn đường kính DP.

Suy ra 3 điểm D, E và P cùng thuộc đường tròn đường kính DP.

Suy ra 4 điểm D, E, I và P cùng thuộc đường tròn đường kính DP.

Do đó tứ giác $DIEP$ nội tiếp đường tròn đường kính DP.

* Tứ giác $DIFQ$ nội tiếp.

Do ΔDIQ có: $DI \perp IQ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{DIQ} = 90°$

Nên ΔDIQ nội tiếp đường tròn đường kính DQ.

Suy ra 3 điểm D, I và Q cùng thuộc đường tròn đường kính DQ (1).

Tương tự: Do ΔDFQ có: $DF \perp FQ$ (gt) $\Rightarrow \widehat{DFQ} = 90°$

Nên ΔDFQ nội tiếp đường tròn đường kính DQ.

Suy ra 3 điểm D, F và Q cùng thuộc đường tròn đường kính DQ (2).

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm D, I, F và Q cùng thuộc đường tròn đường kính DQ.

Do đó tứ giác $DIFQ$ nội tiếp đường tròn đường kính DQ.

b) Chứng minh tam giác APQ cân.

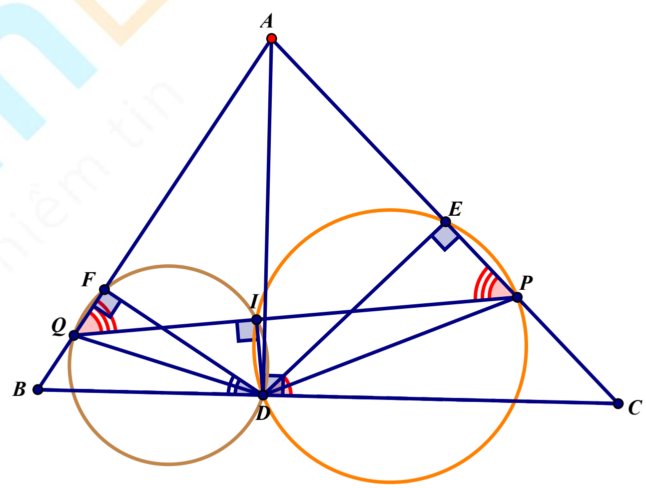
Xét ΔADP có: $\widehat{ADP} + \widehat{CDP} = 90°$ mà $\widehat{CDP} = \widehat{EDP}$ nên $\widehat{ADP} + \widehat{EDP} = 90°$

Và $\widehat{APD} + \widehat{EDP} = 90°$

Suy ra $\widehat{ADP} = \widehat{APD}$

$\Rightarrow \Delta ADP$ cân tại A.

$\Rightarrow AP = AD$



Tương tự: Xét ΔADQ có: $\widehat{ADQ} + \widehat{BDQ} = 90°$

Mà $\widehat{BDQ} = \widehat{FDQ}$ nên $\widehat{ADQ} + \widehat{FDQ} = 90°$

Và $\widehat{AQD} + \widehat{FDQ} = 90°$

Suy ra $\widehat{AQD} = \widehat{ADQ}$

$\Rightarrow \Delta ADQ$ cân tại A.

$\Rightarrow AD = AQ$

Suy ra $AP = AQ$. Do đó ΔAPQ cân tại A.

c) Chứng minh I là giao điểm các phân giác trong của tam giác DEF.

Do tứ giác $DIFQ$ nội tiếp nên $\widehat{FDI} = \widehat{FQI}$ hay $\widehat{FDI} = \widehat{AQP}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{FI}$)

Tứ giác $DIEP$ nội tiếp nên $\widehat{EDI} = \widehat{IPE}$ hay $\widehat{IDE} = \widehat{APQ}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{EI}$)

Lại có ΔAPQ cân tại A nên $\widehat{APQ} = \widehat{AQP}$ (tính chất)

Suy ra $\widehat{FDI} = \widehat{EDI}$, do đó DI là phân giác của $\widehat{EDF}$

Chứng minh tương tự câu a ta được tứ giác $AEDF$ nội tiếp

Suy ra $\widehat{DFE} = \widehat{DAE}$ (Hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{DE}$)

Ta có $\begin{cases} \widehat{DAE} + \widehat{C} = 90^\circ \\ \widehat{CDE} + \widehat{C} = 90^\circ \end{cases}$, suy ra $\widehat{DAE} = \widehat{CDE}$

Suy ra $\widehat{DFE} = \widehat{CDE}$ $(*)$

+) Vì tứ giác $DQFI$ nội tiếp nên suy ra $\widehat{DQI} = \widehat{DFI}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{DI}$)

Ta có ΔQDI vuông tại I nên $\widehat{DQI} + \widehat{QDI} = 90^\circ$ hay $\widehat{DQI} = 90^\circ - \widehat{QDI}$

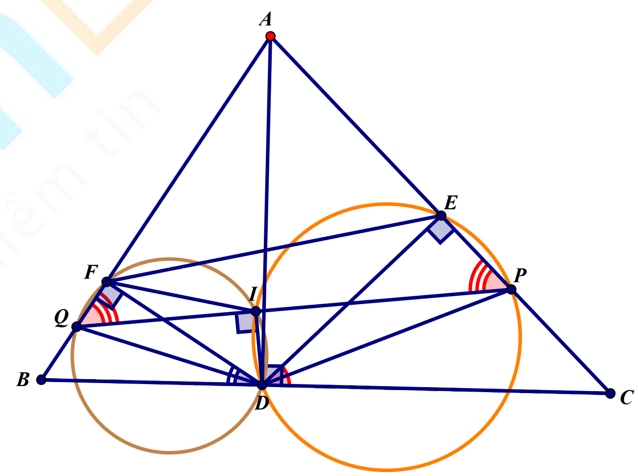
Lại có $\widehat{FDI} = \widehat{EDI} = \frac{1}{2}\widehat{FDE}$, $\widehat{QDF} = \widehat{QDB} = \frac{1}{2}\widehat{BDF}$, do đó $\widehat{QDI} = \frac{1}{2}\widehat{BDE}$

Suy ra $\widehat{DQI} = 90^\circ - \frac{1}{2}\widehat{BDE} = 90^\circ - \frac{1}{2}\left(180^\circ - \widehat{EDC}\right) = \frac{1}{2}\widehat{EDC}$

Lại có $\widehat{DQI} = \widehat{DFI}$ (cmt)

Suy ra $\widehat{DFI} = \frac{1}{2}\widehat{EDC}$ $(**)$

Từ $(*)$ và $(**)$ suy ra $\widehat{DFI} = \frac{1}{2}\widehat{DFE}$



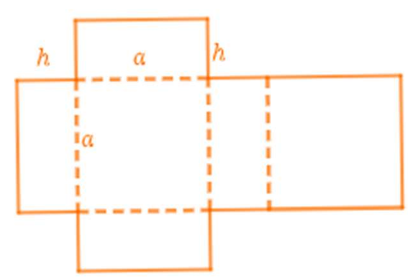
Vậy FI là phân giác của $\widehat{DFE}$

Mà DI là phân giác của $\widehat{EDF}$ (cmt)

Suy ra I là giao điểm các phân giác trong của tam giác DEF .

Bài V: (0,5 điểm).

Một bạn đã cắt tấm bìa carton phẳng và cứng theo kích thước như hình vẽ. Sau đó bạn ấy gấp theo đường nét đứt thành cái hộp hình chữ nhật. Hình hộp có đáy là hình vuông cạnh a(cm), chiều cao là h (cm) và diện tích tấm bìa bằng 3cm^2. Tổng $a+h$ bằng bao nhiêu để thể tích hộp là lớn nhất?



Lời giải

Thể tích khối hộp $V = Sh = ha^2$ (1)

Diện tích của tấm bìa là $S_b = 4ah + 2a^2 = 3 \Rightarrow h = \dfrac{3-2a^2}{4a}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra:

$$V = ha^2 = \frac{3-2a^2}{4a}a^2 = \frac{a\left(3-2a^2\right)}{4} = \frac{2\sqrt{2}a\left(3-2a^2\right)}{8\sqrt{2}} \le \frac{\left(2\sqrt{2}a+3-2a^2\right)^2}{32\sqrt{2}} = \frac{\left[4-\left(\sqrt{2}a-1\right)^2\right]^2}{32\sqrt{2}} \le \frac{4^2}{32\sqrt{2}}$$

$$V \le \frac{\sqrt{2}}{4}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ thế vào (2) ta được $h = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow a + h = \sqrt{2}$.

Vậy $a + h = \sqrt{2}\ (\text{cm})$ thì thể tích hộp lớn nhất bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\left(\text{cm}^3\right)$.

------------------------------HẾT------------------------------

ĐỀ SỐ 8
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (1,5 điểm).

1) Kết quả đo chiều cao của 40 học sinh (đơn vị **cm**) được thống kê trong bảng sau:

158	164	148	150	160	151	155	152	152	163
153	154	154	154	155	155	168	157	155	156
156	156	156	157	157	151	158	150	162	163
163	163	152	163	148	165	167	168	158	170

Theo quy định của công ty may mặc, cỡ S tương ứng với chiều cao từ 146 cm đến dưới 152 cm. Cỡ M tương ứng với chiều cao từ 152 cm đến dưới 158 cm. Cỡ L tương ứng với chiều cao từ 158 cm đến dưới 164 cm. Cỡ XL tương ứng với chiều cao từ 164 cm đến 170 cm.

a) Lập bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm theo mẫu sau:

Cỡ áo	Chiều cao (cm)	Tần số (n)	Tần số tương đối (f)
S			
M			
L			
XL			
Tổng cộng		$N=$	

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột để biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm trên.

2) Chọn một học sinh bất kì trong 40 học sinh trên, tính xác suất để chọn được học sinh có chiều cao từ $1\,\text{m}\,58$ trở lên.

Lời giải

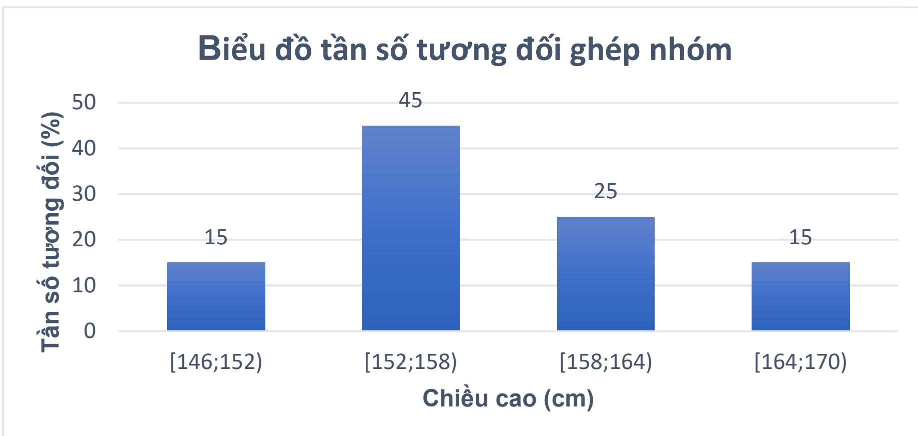
1) a) Dựa vào kết quả đo chiều cao của 40 học sinh và chia vào cỡ áo:

Cỡ S: $[146;152)$, Cỡ M: $[152;158)$, Cỡ L: $[158;164)$, Cỡ XL: $[164;170)$.

Bảng tần số ghép nhóm - tần số tương đối ghép nhóm.

Cỡ áo	Chiều cao (cm)	Tần số (n)	Tần số tương đối (f)
S	$[146;152)$	6	15%
M	$[152;158)$	18	45%
L	$[158;164)$	10	25%
XL	$[164;170)$	6	15%
Tổng cộng		$N=40$	100%

b) Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột để biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm trên.



2) Đổi $1\text{m}58=158\text{cm}$. Số kết quả thuận lợi là: $10+6=16$.

Xác suất để chọn được học sinh có chiều cao từ $1\text{m}58$ trở lên là: $\frac{16}{40}=0,4$.

Câu II: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\frac{2}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\frac{3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}-\frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x\ge 0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=64$;

2) Chứng minh rằng $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$;

3) Cho $P=\frac{A}{B}$. Tìm các giá trị của x để $P\ge\frac{2}{x+2}$.

Lời giải

1) Thay $x=64$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được:

$$A=\frac{2}{\sqrt{64}-2}=\frac{1}{3}.$$

2) Với $x \ge 0, x \ne 4$, ta có:

$$B = \frac{3\left(\sqrt{x}+2\right)+\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{x+4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$$

3) Với $x \ge 0, x \ne 4$ thì

$$P = \frac{A}{B} = \frac{2}{\sqrt{x}-2} : \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} = \frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

$$P \ge \frac{2}{x+2}$$

Suy ra $\dfrac{2}{\sqrt{x}+2} \ge \dfrac{2}{x+2}$

Do $2>0$ và $x+2>0, \sqrt{x}+2>0 \Rightarrow \sqrt{x}+2 \le x+2 \Rightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right) \ge 0$

TH1: $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)=0$ nên $x=0$ (TMĐK) hoặc $x=1$ (TMĐK)

TH2: $\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)>0 \Rightarrow \sqrt{x}-1>0$ (vì $\sqrt{x} \ge 0 \forall x$ TMĐK) nên $x>1$.

Kết hợp với điều kiện $x \ge 0, x \ne 4$ ta được $x=0$; $x \ge 1, x \ne 4$.

Câu III: (2,5 điểm). ***Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:***

1) Hai công nhân làm chung một công việc thì sau 5 giờ 50 phút sẽ hoàn thành xong công việc. Sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc. Hỏi nếu làm riêng thì mỗi người phải mất bao nhiêu thời gian để hoàn thành xong công việc?

2) Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B, ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Lời giải

1) Đổi 5 giờ 50 phút $= \dfrac{35}{6}$ giờ.

Gọi thời gian công nhân thứ nhất làm một mình xong công việc là x (đơn vị: giờ, $x>0$)

Thời gian công nhân thứ hai làm một mình xong công việc là y (đơn vị: giờ, $y>0$)

Trong một giờ công nhân thứ nhất làm được $\dfrac{1}{x}$ (công việc)

Trong một giờ công nhân thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai công nhân làm chung công việc đó sau $\frac{35}{6}$ giờ thì xong nên mỗi giờ cả hai công nhân làm được $\frac{6}{35}$ công việc.

Suy ra ta có phương trình

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{6}{35}\ (1)$$

Vì sau khi làm chung 5 giờ thì người thứ nhất đi làm việc khác trong khi người thứ hai vẫn tiếp tục làm trong 2 giờ nữa mới hoàn thành xong công việc nên ta có phương trình

$$5\cdot\frac{6}{35}+\frac{2}{y}=1\,(2)$$

Từ phương trình (2) giải được $y=14\ (\text{tm})$. Thay $y=14$ vào phương trình (1) giải được $x=10(\text{tm})$

Vậy công nhân thứ nhất làm một mình xong việc trong 10 giờ, công nhân thứ hai làm một mình xong việc trong 14 giờ.

2) Đổi 30 phút $=\frac{1}{2}$ giờ

Gọi vận tốc riêng của ca nô là: $x(\text{km/h})(x>3)$

Vận tốc xuôi dòng là: $x+3(\text{ km / h})$

Vận tốc ngược dòng là: $x-3(\text{ km / h})$

Thời gian xuôi dòng là: $\frac{48}{x+3}$ (giờ)

Thời gian ngược dòng là: $\frac{48}{x-3}$ (giờ)

Thời gian cả đi và về và nghỉ là: 10 giờ 36 phút -6 giờ 30 phút $=4$ giờ 06 phút $=\frac{41}{10}$ giờ.

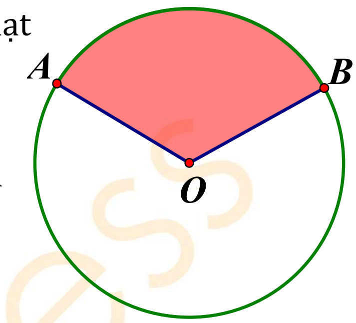
Ta có phương trình: $\frac{48}{x+3}+\frac{48}{x-3}+\frac{1}{2}=\frac{41}{10}$

Giải phương trình được: $x_1 = 27(\text{TM}); x_2 = \dfrac{-1}{3}(\text{loại})$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h

Câu IV: (3,5 điểm).

1) Một gia đình xây một bồn cây hình tròn có bán kính OA là $15\,\text{m}$. Phần quạt tròn AOB (phần tô màu) với $\widehat{AOB} = 120^\circ$ được dùng để trồng hoa. Phần còn lại của hình tròn (phần không tô màu) dùng để lát gạch.



a) Chủ nhà làm hàng rào xung quanh phần trồng hoa (cung tròn AB, 2 bán kính OA, OB), tính chiều dài hàng rào.

b) Tính diện tích phần lát gạch. (Biết $\pi \approx 3{,}14$).

2) Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn (O). Vẽ đường cao AD, BE, CF của $\Delta ABC\,(D \in BC, E \in AC, F \in AB), H$ là trực tâm của ΔABC. Gọi AQ là đường kính của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp;

b) Chứng minh $\widehat{BAD} = \widehat{QAC}$ và $AE \cdot AQ = AB \cdot AH$;

c) Gọi P là giao điểm của EF và AD, AQ cắt BC tại I. Chứng minh $PI \,//\, HQ$.

Lời giải

1) a) Độ dài cung tròn AB là $l = \dfrac{\pi \cdot 15 \cdot 120}{180} = 10\pi(\text{m})$

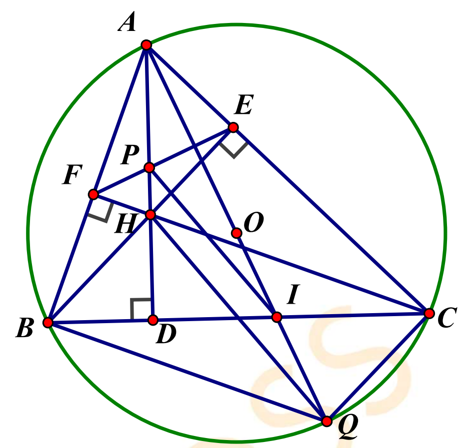
Độ dài hàng rào: $l + OA + OB = 10\pi + 30 \approx 61{,}4(\text{m})$

b) Diện tích hình tròn là: $S_1 = 225\pi(\text{m}^2)$

Diện tích phần trồng hoa là: $S_2 = \dfrac{\pi \cdot 15^2 \cdot 120}{360} = 75\pi(\text{m}^2)$

Diện tích phần lát gạch là: $S = S_1 - S_2 = 225\pi - 75\pi = 150\pi \approx 471(\text{m}^2)$

2)



a) Chứng minh: tứ giác $BCEF$ là tứ giác nội tiếp

Chứng minh E thuộc đường tròn đường kính BC

Chứng minh F thuộc đường tròn đường kính BC

Suy ra B,C,E,F thuộc đường tròn đường kính BC nên tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh $\widehat{BAD}=\widehat{QAC}$ và $AE\cdot AQ=AB\cdot AH$

Chứng minh $\widehat{ACQ}=90°$; $\widehat{ABC}=\widehat{AQC}$

Chứng minh được $\Delta BAD \backsim \Delta QAC$ (g.g) $\Rightarrow \widehat{BAD}=\widehat{QAC}$

Chứng minh $\widehat{ABQ}=90°$;

Có $\widehat{BAD}=\widehat{QAC}\Rightarrow \widehat{BAD}+\widehat{DAQ}=\widehat{QAC}+\widehat{DAQ}$ hay $\widehat{BAQ}=\widehat{EAH}$

Chứng minh $\Delta ABQ \backsim \Delta AEH\,(g.g)\Rightarrow AE\cdot AQ=AB\cdot AH$

c) Chứng minh $PI\;//\;HQ$

Tứ giác $BCEF$ nội tiếp $\Rightarrow$ Chứng minh $\widehat{ABI}=\widehat{AEP}$ (cùng bù $\widehat{FEC}$)

Chứng minh $\Delta ABI \backsim \Delta AEP \Rightarrow \dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AI}{AP}$

$\Delta ABQ \backsim \Delta AEH \Rightarrow \dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AQ}{AH}\Rightarrow \dfrac{AI}{AP}=\dfrac{AQ}{AH}\Rightarrow \dfrac{AI}{AQ}=\dfrac{AP}{AH}\Rightarrow PI\;//\;HQ$

Câu V: (0,5 điểm).

Ban phụ huynh của một trường THCS dự định chụp kỷ yếu cho học sinh khối 9 của trường. Một nhóm thợ chụp ảnh báo ban phụ huynh nhà trường mức thu một học sinh là 800 nghìn đồng, khi đó học sinh lớp 9 của nhà trường đăng ký chỉ được 40 em. Vì muốn khuyến khích học sinh lớp 9 nhà trường đăng ký chụp ảnh kỷ yếu nhiều hơn, nhóm chụp ảnh đã điều tra khảo sát và thu được kết quả: Cứ mỗi lần nhóm chụp ảnh thu giảm 20 nghìn đồng một học sinh thì số học sinh đăng ký sẽ tăng 4 em. Hãy tính xem nhóm chụp ảnh sẽ đưa mức thu mỗi học sinh là bao nhiêu để có doanh thu lớn nhất và tính doanh thu lúc đó. (*biết nhà trường có 3 lớp 9, mỗi lớp 9 có khoảng 35 đến 40 em học sinh*)

Lời giải

Gọi số lần mà nhóm chụp ảnh giảm giá 20 nghìn đồng (để doanh thu đạt lớn nhất) là x ($x>0$).

Khi đó giá chụp ảnh của 1 học sinh sau x lần giảm là $800-20x$ (nghìn đồng)

Số học sinh tham gia sau x lần giảm giá là $40+4x$ (học sinh, $40+4x$ là số nguyên dương).

Tổng doanh thu của nhóm chụp ảnh là

$T=(800-20x)(40+4x)=-80x^2+2\,400x+32\,000$

$=-80(x^2-2.x.15+225)+50\,000=50\,000-80(x-15)^2\le 50\,000$

Dấu bằng xảy ra khi $x=15$ (thỏa mãn điều kiện)

Khi đó mức thu của nhóm chụp ảnh với một học sinh là $800-15.20=500$ (nghìn đồng), doanh thu lớn nhất là 50 (triệu đồng)

Số học sinh khối 9 của nhà trường tham gia đăng ký chụp kỷ yếu là $40+4.15=100$ (học sinh) (thỏa mãn điều kiện).

------------------------------HẾT---------------------------------

ĐỀ SỐ 9
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $C=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $R=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}+\dfrac{2}{1-x}$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức C khi $x=9$;

2) Chứng minh $R=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;

3) Cho $P=C\cdot R$. Chứng minh $P<2$.

Lời giải

1) Thay $x=9$ (TMĐK) vào biểu thức C, ta được: $C=\dfrac{2\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}-1}=\dfrac{7}{2}$.

2) Với $x\ge 0; x\ne 1$, ta có:

$$R=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{3}{\sqrt{x}+1}+\frac{2}{1-x}$$

$$R=\frac{\sqrt{x}\cdot\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{3\cdot\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$R=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$R=\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$R=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

3) $P=C.R=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}=\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$

Xét $P-2=\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}-2=\frac{-1}{\sqrt{x}+1}$

Với mọi x thoả mãn ĐKXĐ: $\sqrt{x}\ge 0\Rightarrow \sqrt{x}+1>0\Rightarrow \frac{-1}{\sqrt{x}+1}<0\Rightarrow P-2<0\Rightarrow P<2$

Câu II: (2,0 điểm).

Một người đi xe máy từ A đến B trên quãng đường dài 90km. Lúc quay lại từ B về A, người đó đi một đường khác dài 100km với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi 10 km / h. Tính vận tốc của người đó lúc đi từ A đến B, biết rằng thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 15 phút.

Lời giải

Đổi 15 phút $=\frac{1}{4}$giờ.

Gọi vận tốc của người đó lúc đi từ A đến B là $x(\text{km/h})(x>0)$

Thời gian người đó đi từ A đến B là $\frac{90}{x}(\text{h})$

Vận tốc người đó đi từ B về A là $x+10(\text{km/h})$

Thời gian người đó đi từ B về A là $\frac{100}{x+10}(\text{h})$

Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi 15 phút nên ta có phương trình: $\frac{90}{x}-\frac{100}{x+10}=\frac{1}{4}$.

Giải phương trình được: $x=40(\text{TM})$ hoặc $x=-90(\text{L})$

Vậy vận tốc của người đó lúc đi từ A đến B là 40km/h.

Câu III: (2,0 điểm).

1) Công thức $E=\frac{1}{2}mv^2$ (đơn vị J) được dùng để tính động năng của một vật có khối lượng $m(\text{kg})$ khi chuyển động với vận tốc $v(\text{m/s})$. Giả sử một quả bóng có khối lượng 2kg đang bay với vận tốc $5,4$ m / s. Tính động năng của quả bóng đó.

2) Cho phương trình $x^2-mx-4=0$ (1).

a) Chứng minh phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m;

b) Tìm tất cả giá trị dương của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 9$.

Lời giải

1) Thay $m = 2$ và $v = 5,4$ vào công thức $E = \frac{1}{2}mv^2$, ta được:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (5,4)^2 = 29,16(J).$$

2)

a) Tính được: $\Delta = m^2 + 16$.

Vì $m^2 + 16 \geq 16 > 0$ nên $\Delta > 0$ với mọi m.

Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi m.

b) Áp dụng định lý Viète, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -4 \end{cases}$.

Ta có:

$x_1^2 + x_2^2 = 9$

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 9$

$m^2 - 2 \cdot (-4) = 9$

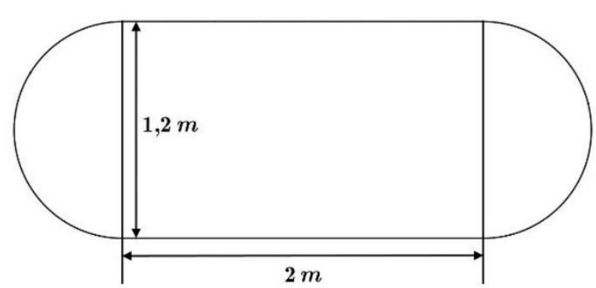
$m^2 = 1$

$m = 1$ hoặc $m = -1$

Mà m dương nên ta nhận $m = 1$.

Câu IV: (3,5 điểm).

1) Một chiếc bàn ăn có mặt bàn hình bầu dục được tạo bởi một mặt hình chữ nhật có kích thước $1,2\text{m} \times 2\text{m}$ ghép với hai đầu là hai nửa hình tròn đường kính $1,2\text{m}$ (như hình vẽ bên). Tính diện tích mặt bàn của chiếc bàn ăn đó (lấy $\pi \approx 3,14$).



2) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Lấy điểm C thuộc nửa đường tròn sao cho $AC > CB$. Hai tiếp tuyến tại A và C của nửa đường tròn (O) cắt nhau tại M. Gọi H là giao điểm của MO và AC.

a) Chứng minh bốn điểm M,A,O,C cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh $\Delta OAH \backsim \Delta OMA$ và $OB^2 = OH \cdot OM$;

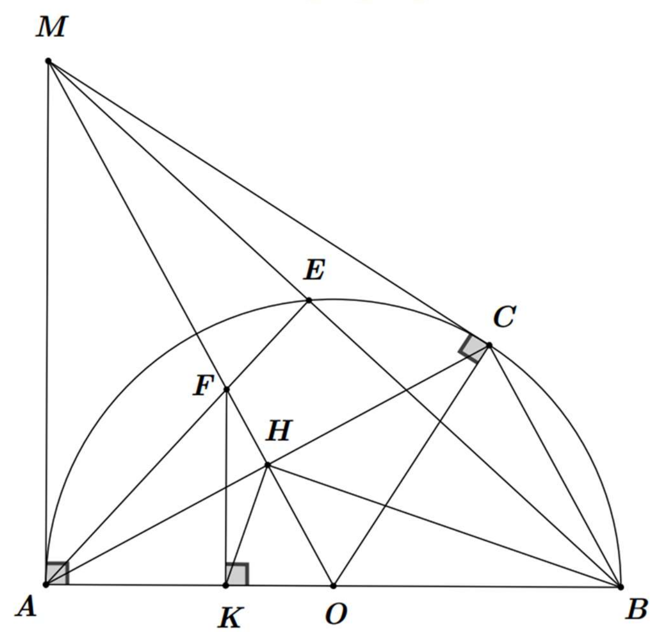
c) Gọi E là giao điểm của đoạn thẳng MB và nửa đường tròn (O). Đường thẳng AE cắt MO tại F. Gọi K là hình chiếu vuông góc của F trên AB. Chứng minh $\widehat{AHK} = \widehat{AFK}$ và HK vuông góc với HB.

Lời giải

1) Diện tích hai nửa hình tròn là: $S_1 = \pi \cdot (0,6)^2 = 0,36\pi\left(m^2\right)$.

Diện tích mặt bàn là: $S = 0,36\pi + 1,2 \cdot 2 = 0,36\pi + 2,4 \approx 3,5304\left(m^2\right)$.

2)



a) Chứng minh bốn điểm M,A,O,C cùng thuộc một đường tròn.

Chứng minh được: $\Delta MAO; \Delta MCO$ là các tam giác vuông.

Vì tam giác MAO vuông tại A nên A thuộc đường tròn đường kính $MO(1)$

Vì tam giác MCO vuông tại C nên C thuộc đường tròn đường kính MO (2)

Từ (1) và (2) suy ra M,A,O,C cùng thuộc đường tròn đường kính MO

b) Chứng minh $\Delta OAH \backsim \Delta OMA$ và $OB^2 = OH \cdot OM$.

Chứng minh được: $AC \perp OM$.

Chứng minh được: $\Delta OAH \backsim \Delta OMA($ g.g$)$

Suy ra: $\dfrac{OA}{OM} = \dfrac{OH}{OA} \Rightarrow OA^2 = OH \cdot OM$. Suy ra: $OB^2 = OH \cdot OM$.

c) Chứng minh được tứ giác $AFHK$ nội tiếp đường tròn đường kính FA suy ra $\widehat{AHK} = \widehat{AFK}$ (góc nội tiếp cùng chắn cung AK)

Chứng minh được: $\Delta OBH \backsim \Delta OMB$ (c.g.c)

Ta có:

$\widehat{AFK} = \widehat{MAE}\left(FK \,//\, MA\right)$

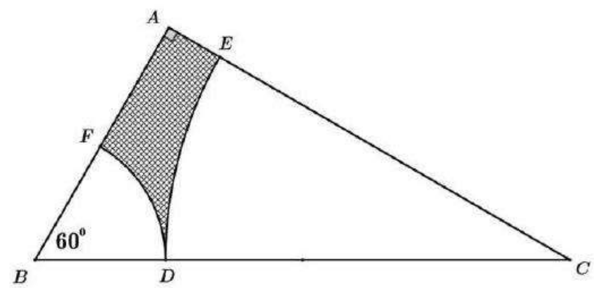
$\widehat{MAE} = \widehat{ABE}$ (cùng phụ góc EAB)

$\widehat{ABE} = \widehat{BHO}$ (do $\Delta OBH \backsim \Delta OMB$)

Từ đây suy ra: $\widehat{AHK} = \widehat{BHO} \Rightarrow BH \perp HK$.

Câu V: (0,5 điểm).

Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 60°$ và $AB = 3$ cm. Lấy một điểm F tuỳ ý trên cạnh AB sao cho $BF > 1$cm. Vẽ một phần đường tròn tâm B, bán kính BF cắt BC tại D. Tiếp tục, vẽ một phần đường tròn tâm C, bán kính CD cắt cạnh AC tại E. Tìm vị trí điểm F trên AB để diện tích phần tô đậm là lớn nhất.



Lời giải

Gọi độ dài BF bằng: $x(\text{cm})(1 < x < 3)$.

Độ dài $BD = x(\text{ cm})$. Độ dài CD bằng: $6 - x(\text{cm})$

Diện tích hình quạt BFD là: $S_1 = \dfrac{1}{6}\pi x^2\left(\text{cm}^2\right)$.

Diện tích hình quạt CED là: $S_2 = \dfrac{1}{12}\pi(6-x)^2\left(\text{cm}^2\right)$.

Vì diện tích tam giác ABC không đổi nên để diện tích phần tô đậm lớn nhất thì $S = S_1 + S_2$ phải đạt GTNN.

$$S = \frac{1}{12}\pi \cdot \left[2x^2 + (6-x)^2\right] = \frac{1}{4}\pi \cdot \left(x^2 - 4x + 12\right) = \frac{1}{4}\pi \cdot \left[(x-2)^2 + 8\right] \geq 2\pi$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$.

Vậy F thuộc AB sao cho $BF = 2$cm thì diện tích phần tô đậm là lớn nhất.

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 10
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I: (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{4}{\sqrt{x}+6}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-6}+\dfrac{17\sqrt{x}+30}{x-36}$ với $x\ge 0, x\ne 36$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Tìm số nguyên x để biểu thức $M = A\cdot B$ có giá trị nguyên lớn nhất.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thỏa mãn ĐKXĐ) vào A ta được: $A=\dfrac{4}{\sqrt{9}+6}=\dfrac{4}{3+6}=\dfrac{4}{9}$

b) Với $x\ge 0, x\ne 36$ ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+6}+\frac{1}{\sqrt{x}-6}+\frac{17\sqrt{x}+30}{x-36}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-6\right)}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}+\frac{\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}+\frac{17\sqrt{x}+30}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}$$

$$B=\frac{x-6\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}+\frac{\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}+\frac{17\sqrt{x}+30}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}$$

$$B=\frac{x+12\sqrt{x}+36}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}$$

$$B=\frac{\left(\sqrt{x}+6\right)^2}{\left(\sqrt{x}+6\right)\left(\sqrt{x}-6\right)}$$

$$B=\frac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-6}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-6}$ với $x\ge 0, x\ne 36$.

c) Ta có $M = A \cdot B = \dfrac{4}{\sqrt{x}+6}.\dfrac{\sqrt{x}+6}{\sqrt{x}-6} = \dfrac{4}{\sqrt{x}-6}$ với $x \geq 0, x \neq 36$

Với x nguyên, để $M = A \cdot B$ nguyên thì $\dfrac{4}{\sqrt{x}-6}$ nguyên hay $\sqrt{x}-6 \in Ư(4) = \{\pm1;\pm2;\pm4\}$

Ta có bảng sau:

$\sqrt{x}-6$	-4	-2	-1	1	2	4
$\sqrt{x}$	2	4	5	7	8	10
x	4	16	25	49	64	100
M	-1	-2	-4	4	2	1

Kết hợp với điều kiện $x \geq 0, x \neq 36$ và M có giá trị nguyên lớn nhất ta được $x = 49$

Câu II: (2,0 điểm).

1) Giải các phương trình sau

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$;

b) $\sqrt{3}x - 5x + 1 = 0$.

2) Cho phương trình $x^2 - 2mx - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 7$.

Lời giải

1)

a) $x^2 + 4x - 5 = 0$.

Ta có $\Delta = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 36 > 0$.

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \dfrac{-4+\sqrt{36}}{2 \cdot 1} = 1; x_2 = \dfrac{-4-\sqrt{36}}{2 \cdot 1} = -5$.

b) $\sqrt{3}x - 5x + 1 = 0$.

$\left(\sqrt{3}-5\right)x = -1$

$\left(\sqrt{3}-5\right)x=-1$

$x=\dfrac{-1}{\sqrt{3}-5}=\dfrac{1}{5-\sqrt{3}}=\dfrac{5+\sqrt{3}}{22}$

Vậy phương trình có nghiệm $x=\dfrac{5+\sqrt{3}}{22}$

2) Ta có $\Delta=\left(-2m\right)^2-4\cdot1\cdot\left(-1\right)=4m^2+4>0\,\forall m$.

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2.

Theo hệ thức Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2m\\x_1x_2=-1\end{cases}$

Ta có

$x_1^2+x_2^2-x_1x_2=7$

$\left(x_1^2+2x_1x_2+x_2^2\right)-2x_1x_2-x_1x_2=7$

$\left(x_1+x_2\right)^2-3x_1x_2=7$

$\left(2m\right)^2-3.\left(-1\right)=7$

$m^2=1$

$m=1$ hoặc $m=-1$

Vậy $m\in\left\{1;-1\right\}$ thỏa mãn yêu cầu.

Câu III: (2,0 điểm).

Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80\ \text{m}^2$. Nếu giảm chiều rộng 3 m và tăng chiều dài 10 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm $20\ \text{m}^2$. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh đất.

Lời giải

Gọi chiều rộng và chiều dài mảnh đất lần lượt là $x,y\left(\text{m}\right)$. ĐK $x>3,y>0,x\le y$

Vì mảnh đất hình chữ nhật có diện tích $80\ \text{m}^2$ nên ta có phương trình: $xy=80$

Nếu giảm chiều rộng 3 m và tăng chiều dài 10 m thì diện tích mảnh đất tăng thêm 20 m^2 nên ta có phương trình: $(x-3)(y+10)=xy+20$ hay $10x-3y=50$

Từ $xy=80$ suy ra $x=\frac{80}{y}$.

Thay $x=\frac{80}{y}$ vào $10x-3y=50$ ta có: $10.\frac{80}{y}-3y=50$

$$-3y^2-50y+800=0$$

Giải phương trình trên ta được $y_1=\frac{-80}{3}(l); y_2=10(TM)$

Với $y=10$ thì $x=8$ (TM)

Vậy chiều dài và chiều rộng mảnh đất lần lượt là 10 m;8 m.

Câu IV : (3,5 điểm).

1) Một bồn hoa có dạng hình vành khăn (tô đậm như hình vẽ) người ta muốn trồng hoa bên trong phần tô đậm. Tính diện tích phần trồng hoa, biết rằng bán kính đường tròn lớn là 10 mét và bán kính đường tròn nhỏ là 8 mét.

2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Các đường cao AD, BF, CE của ΔABC cắt nhau tại H. Kéo dài AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K.

a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn ;

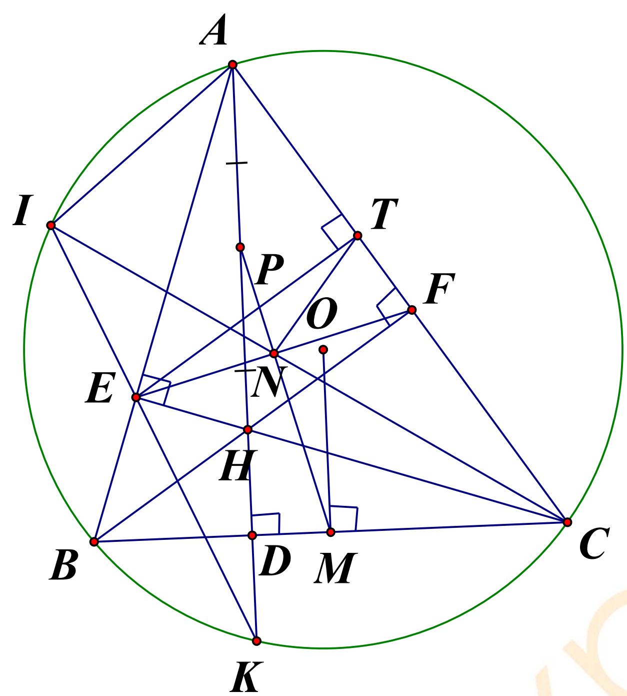
b) Kéo dài KE cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai I. Gọi N là giao điểm của CI và EF. Chứng minh : $CE^2=CI\cdot CN$;

c) Kẻ OM vuông góc với BC tại M. Gọi P là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔAEF. Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

Lời giải

1) Diện tích phần trồng hoa là : $S_v=\pi\left(R_1^2-R_2^2\right)=\pi\left(10^2-8^2\right)=36\pi\left(m^2\right)$

2)



a) Chứng minh tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn.
ΔAEH vuông tại E nên nội tiếp đường tròn đường kính AH
Suy ra ba điểm A, E, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH (1)
ΔAFH vuông tại F nên nội tiếp đường tròn đường kính AH
Suy ra ba điểm A, F, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH (2)
Từ (1) và (2) suy ra bốn điểm A, E, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH nên tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn đường kính AH.
b) Chứng minh : $CE^2 = CI \cdot CN$.
Xét (O) có :
$\widehat{KAC} = \widehat{KIC}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{KC}$)
Xét đường tròn đường kính AH có :
$\widehat{KAC} = \widehat{CEF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{HF}$)
Do đó $\widehat{KIC} = \widehat{CEF}$
Nên $\Delta CEN \backsim \Delta CIE (g-g) \Rightarrow \dfrac{CE}{CI} = \dfrac{CN}{CE} \Rightarrow CE^2 = CI.CN$
c) Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.
Do tứ giác $AEHF$ nội tiếp nên P chính là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AEHF$.
$\Rightarrow PE = PF$ hay P thuộc trung trực EF (3)
ΔBOC cân tại O có OM là đường cao nên cũng là trung tuyến
$\Rightarrow M$ là trung điểm BC
ΔBEC vuông tại E nên $EM = \dfrac{1}{2} BC$

ΔBFC vuông tại F nên $FM = \frac{1}{2}BC$

Do đó $EM = FM = MB = MC$ nên tứ giác $BEFC$ nội tiếp (M) và M thuộc trung trực EF (4)

Từ (3) và (4) ta có PM là đường trung trực của EF nên PM đi qua trung điểm EF.

Kẻ $ET \perp AC$ tại T

$\Delta CTE \backsim \Delta CEA(g-g) \Rightarrow \frac{CT}{CE} = \frac{CE}{CA} \Rightarrow CE^2 = CT.CA$

Mà $CE^2 = CI.CN$ (cmt) nên

$\Rightarrow \widehat{CTN} = \widehat{CIA}$ (5)

Xét (O) có $\widehat{CIA} = \widehat{CBA}$ (hai góc nội tiếp chắn $\overset{\frown}{AC}$) (6)

Vì tứ giác $BEFC$ nội tiếp nên $\widehat{CBA} + \widehat{CFE} = 180°$

Lại có : $\widehat{CFE} + \widehat{TFE} = 180°$ (kề bù) nên $\widehat{CBA} = \widehat{TFE}$ (7)

Từ (5)(6)(7) suy ra $\widehat{CTN} = \widehat{TFE}$ nên ΔNTF cân tại $N \Rightarrow NT = NF$ (8)

Ta có : $\widehat{NTF} + \widehat{NTE} = 90°(ET \perp AC)$; $\widehat{NET} + \widehat{NFT} = 90°$ (ΔETF vuông tại T)

Mà : $\widehat{NTF} = \widehat{NFT}$ (cmt) nên $\widehat{NTE} = \widehat{NET} \Rightarrow \Delta TNE$ cân tại N hay $NE = NT$ (9)

Từ (8) và (9) suy ra $NE = NF$ tức là N là trung điểm EF.

Do đó PM đi qua N hay P, M, N thẳng hàng.

Câu V: (0,5 điểm).

Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch nhân dịp kỳ nghỉ lễ 30-4. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải để giá tour là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Gọi x (lần) là số lần giảm giá $\left(x \in \mathbb{N}^*\right)$

Sau x lần giảm thì giá của tour là $2000000 - 100000x$ (đồng).

Suy ra tổng số người tham gia sau x lần giảm giá là $150 + 20x$ (người).

Tổng doanh thu sau x lần giảm là:

$T = (2000000 - 100000x)(150 + 20x)$

$= 100000 \cdot 10(20 - x)(15 + 2x)$

$=1000000\left(-2x^2+25x+300\right)$

$=1000000.\left[-2\left(x-6,25\right)^2+378,125\right]$

Do $x\in\mathbb{N}^*$ nên $\left|x-6,25\right|\ge 0,25$, suy ra

$1000000.\left[-2\left(x-6,25\right)^2+378,125\right]\le 1000000\cdot\left(-2\cdot 0,25^2+378,125\right)=378000000$

Hay $T\le 378000000$.

Dấu bằng xảy ra khi $x=6\left(tm\right)$.

Khi đó giá tour là $2000000-100000\cdot 6=1400000$ (đồng).

Vậy công ty phải để giá tour là 1400000 đồng thì doanh thu là lớn nhất.

------------------------------HẾT----------------------------------

ĐỀ SỐ 11
(SÁCH CÁNH DIỀU)

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Câu I : (1,5 điểm).

1) Theo lịch sinh hoạt và học tập của Nam, mẹ Nam đánh giá mức độ sử dụng Internet mỗi ngày của Nam như sau:

$[0;1)$ giờ là rất ít

$[1;2)$ giờ là ít

$[2;3)$ giờ là bình thường

$[3;4)$ giờ là nhiều

$[4;5)$ giờ là rất nhiều

Để cân bằng thời lượng sử dụng Internet, bạn Nam đã tự theo dõi và ghi lại thời gian sử dụng Internet mỗi ngày của mình trong 30 ngày như sau (đơn vị: giờ)

1,2	3,2	2,4	2,7	0,5	2,6	4,8	2,4	4,2	2,4
3,7	2,3	3,5	4,9	0,4	0,6	1,5	4,6	1,7	3,4
3,9	2,1	3,4	2,7	1,5	1,8	2,9	3,5	3,9	1,6

Hãy lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm cho dữ liệu về thời gian truy cập Internet của bạn Nam *(Làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)*

2) Nhân dịp kỉ niệm 5 năm thành lập, một đơn vị tổ chức rút thăm trúng thưởng. Có 50 phiếu đặt trong hộp ghi số từ 1 đến 50. Rút ngẫu nhiên một phiếu, nếu rút được phiếu ghi số là bội của 5 thì trúng thưởng. Tính xác suất rút được phiếu trúng thưởng.

Lời giải

1) Số ngày Nam sử dụng Internet từ 0 đến dưới 1 giờ là 3 ngày; từ 1 đến dưới 2 giờ là 6ngày; từ 2 đến dưới 3 giờ là 9 ngày; từ 3 đến dưới 4 giờ là 8 ngày; từ 4 đến dưới 5 giờ là 4 ngày.

Ta có bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Tần số	3	6	9	8	4

Tỉ lệ ngày Nam sử dụng Internet từ 0 đến dưới 1 giờ là $\frac{3}{30}=10\%$; từ 1 đến dưới 2 giờ là 20%; từ 2 đến dưới 3 giờ là 30%; từ 3 đến dưới 4 giờ là $\frac{8}{30}\approx 26,7\%$; từ 4 đến dưới 5 giờ là $\frac{4}{30}\approx 13,3\%$.

Ta có bảng tần số tương đối ghép nhóm như sau :

Thời gian	$[0;1)$	$[1;2)$	$[2;3)$	$[3;4)$	$[4;5)$
Tần số tương đối	10%	20%	30%	$26,7\%$	$13,3\%$

2) Số các kết quả có thể xảy ra là 50.
Các kết quả thuận lợi cho biến cố "Rút được phiếu ghi số là bội của 5" là: 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50. Có 10 kết quả thuận lợi.

Xác suất rút được phiếu trúng thưởng là : $\dfrac{10}{50}=0,2$.

Câu II : (2,0 điểm).

Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{2}{2-\sqrt{x}}+\dfrac{x-3\sqrt{x}+10}{x-4}$ với $x\ge 0;x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=49$;

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$;

3) Tìm x để biểu thức $P=AB$ đạt giá trị nguyên.

Lời giải

1) Tại $x=49$ (thỏa mãn điều kiện) thì $A=\dfrac{\sqrt{49}+7}{\sqrt{49}-2}=\dfrac{7+7}{7-2}=\dfrac{14}{5}$.

2) Với $x\ge 0;x\ne 4$, ta có:

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}+\frac{2}{2-\sqrt{x}}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{x-4}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{2}{\sqrt{x}-2}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{x-3\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}-2-2\sqrt{x}-4+x-3\sqrt{x}+10}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$

$$=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$$

3) Ta có $P=A\cdot B=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}-2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+2}=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}$

Với $x\ge 0;x\ne 4$ thì $\sqrt{x}\ge 0$ nên $\sqrt{x}+2\ge 2$

Suy ra $\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}\le\dfrac{5}{2}$, do đó $P=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}\le\dfrac{7}{2}$

Mặt khác $\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}>0$ nên $P=1+\dfrac{5}{\sqrt{x}+2}>1$

Ta có $1 < P \le \frac{7}{2}$

Để P nhận giá trị nguyên thì $P \in \{2;3\}$

Với $P = 2$ thì $1 + \frac{5}{\sqrt{x}+2} = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 3 \Rightarrow x = 9$ (thỏa mãn)

Với $P = 3$ thì $1 + \frac{5}{\sqrt{x}+2} = 3 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$ (thỏa mãn)

Vậy $x = 9$; $x = \frac{1}{4}$ thì biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá trị nguyên.

Câu III : (2,5 điểm).

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*
Để phục vụ cho lễ hội mùa thu *"Huế vào thu"* – một trong những hoạt động của Festival Huế diễn ra vào tháng 7 năm 2025, một cơ sở đèn lồng dự kiến làm 300 chiếc đèn lồng trong một thời gian đã định. Do được bổ sung thêm công nhân nên mỗi ngày cơ sở đó làm ra được nhiều hơn 5 chiếc đèn lồng so với dự kiến, vì vậy 3 ngày trước khi hết thời hạn, cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc đèn lồng. Hỏi theo dự kiến, mỗi ngày cơ sở đó phải làm ra bao nhiêu chiếc đèn lồng? *(Biết rằng số đèn lồng làm ra mỗi ngày là bằng nhau và nguyên chiếc).*

2) Giải phương trình: $2x^2 - 6x - 11 = 0$.

3) Cho phương trình: $3x^2 - 5x + 1 = 0$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình trên. Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = (x_1 - x_2)^2 - 3x_1^2x_2^2$.

Lời giải

1) Gọi số đèn lồng mỗi ngày cơ sở đó sản xuất theo dự kiến là x chiếc $(x \in \mathbb{N}^*)$

Thời gian hoàn thành theo dự kiến là $\frac{300}{x}$ (ngày)

Số đèn lồng mỗi ngày cơ sở đó sản xuất thực tế là $x + 5$ (chiếc)

Thời gian hoàn thành thực tế là $\frac{300}{x+5}$ (ngày)

Vì 3 ngày trước khi hết thời hạn, cơ sở sản xuất đã hoàn thành 300 chiếc đèn lồng nên ta có phương trình: $\frac{300}{x} - \frac{300}{x+5} = 3$

$3x^2 + 15x - 1500 = 0$

$x^2 + 5x - 500 = 0$

$(x+25)(x-20) = 0$

$\Rightarrow x = -25$ (loại); $x = 20$ (thỏa mãn)

Vậy số đèn lồng mỗi ngày cơ sở đó sản xuất theo dự kiến là 20 chiếc.

2) Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = 36 + 88 = 124$

$\Rightarrow$Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{6+\sqrt{124}}{4} = \frac{3+\sqrt{31}}{2}$; $x_2 = \frac{3-\sqrt{31}}{2}$.

3) $3x^2-5x+1=0$

$\Delta=b^2-4ac=25-12=13$ $\Rightarrow$phương trình có hai nghiệm phân biệt

Áp dụng định lý Vièteècó: $x_1+x_2=\dfrac{5}{3}$; $x_1x_2=\dfrac{1}{3}$

$A=(x_1-x_2)^2-3x_1^2x_2^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2-3(x_1x_2)^2$

$\Rightarrow A=\left(\dfrac{5}{3}\right)^2-4.\dfrac{1}{3}-3.\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{10}{9}$

Vậy $A=\dfrac{10}{9}$.

Câu IV : (3,5 điểm).

1) Thớt gỗ là một dụng cụ không thể thiếu trong căn bếp của mỗi gia đình. Bề mặt của thớt có dạng hình tròn với đường kính $34\,\text{cm}$.

a) Tính tổng diện tích hai mặt thớt;

b) Thớt gỗ sau một thời gian sử dụng, nếu bảo quản không tốt sẽ dễ bị ẩm mốc. Kinh nghiệm dân gian là dùng bột baking soda để làm sạch thớt. Biết rằng 1 gam bột baking soda có thể làm sạch được diện tích 50 cm^2. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu gam bột baking soda để làm sạch cả hai mặt của thớt (lấy $\pi\approx 3,14$ và kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

2) Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. Trên nửa đường tròn (O) lấy điểm M (M khác A và B). Trên cung MB, lấy điểm N. Kẻ MI vuông góc với AB tại I (I thuộc AB) và MK vuông góc với AN tại K (K thuộc AN).

a) Chứng minh tứ giác $AIKM$ nội tiếp;

b) Gọi E là giao điểm của AN và MI. Chứng minh $AI.AB=AE.AN$ và $\Delta MNB\backsim\Delta MKI$;

c) Gọi H là giao điểm của IN và MK. Chứng minh $EH\,//\,MN$.

Lời giải

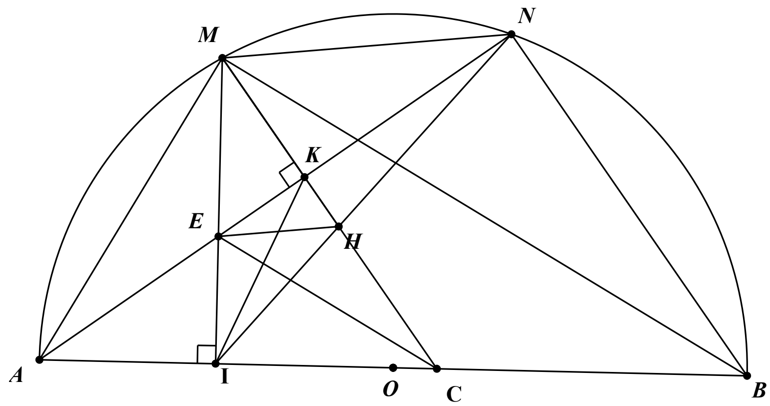
a) Bán kính đáy thớt là: $34:2=17(\text{cm})$

Tổng diện tích hai mặt thớt là: $2\cdot\pi r^2=2\cdot\pi\cdot 17^2=578\pi\left(\text{cm}^2\right)$

b) Cần ít nhất số gam bột baking soda để làm sạch cả hai mặt của thớt là:

$$578\pi:50\approx 578\cdot 3,14:50\approx 36,3\ (g)$$

2)



a) Chứng minh tứ giác $AIKM$ nội tiếp.

Do MI vuông góc với AB tại I (I thuộc AB) và MK vuông góc với AN tại K (K thuộc AN) nên các tam giác AMK, AMI đều vuông và chung cạnh huyền AM do đó các tam giác AMK, AMI nội tiếp đường tròn đường kính AM hay bốn điểm A, I, M, K cùng thuộc đường tròn đường kính AM

Vậy tứ giác $AIKM$ nội tiếp đường tròn.

b) Chứng minh $AI.AB = AE.AN$ và $\Delta MNB \backsim \Delta MKI$.

Vì $MI \perp AB$ tại I nên $\widehat{AIE} = 90°$

$\widehat{ANB}$ là góc nội tiếp chắn nửa (O) nên $\widehat{ANB} = 90°$

Xét ΔAIE và ΔANB có

$\widehat{EAI}$ chung; $\widehat{AIE} = \widehat{ANB} = 90°$

$\Rightarrow \Delta AIE \backsim \Delta ANB\ (g-g)$

$$\Rightarrow \frac{AI}{AN} = \frac{AE}{AB} \Rightarrow AI \cdot AB = AE \cdot AN\ (dpcm)$$

Xét đường tròn ngoại tiếp tứ giác $AIKM$ có:

$\widehat{MAK} = \widehat{MIK}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset\frown{MK}$) hay $\widehat{MAN} = \widehat{MIK}$

Xét nửa đường tròn (O) có $\widehat{MAN} = \widehat{MBN}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset\frown{MN}$)

$\Rightarrow \widehat{MIK} = \widehat{MBN}$

Tứ giác $AIKM$ nội tiếp nên $\widehat{MAI} + \widehat{MKI} = 180°$ hay $\widehat{MAB} + \widehat{MKI} = 180°$

Tứ giác $AMNB$ nội tiếp nên $\widehat{MAB} + \widehat{MNB} = 180°$

$\Rightarrow \widehat{MKI} = \widehat{MNB}$

Xét ΔMKI và ΔMNB có:

$\widehat{MKI} = \widehat{MNB}$ (cmt)

$\widehat{MIK} = \widehat{MBN}$

$\Rightarrow \Delta MKI \backsim \Delta MNB\ (g-g)$

c) Chứng minh $EH\ //\ MN$.

Kéo dài MH cắt AB tại C

Khi đó E là trực tâm của $\Delta MAC \Rightarrow CE \perp MA$

Mà $\widehat{AMB}$ là góc nội tiếp chắn nửa (O) nên $\widehat{AMB} = 90^\circ \Rightarrow AM \perp MB$

$\Rightarrow CE // MB \Rightarrow \dfrac{IC}{CB} = \dfrac{IE}{EM}$ (3)

Có $\widehat{ANB}$ là góc nội tiếp chắn nửa (O) nên $\widehat{ANB} = 90^\circ \Rightarrow AN \perp NB$

Mà $AN \perp HC$

$\Rightarrow HC\ //\ NB \Rightarrow \dfrac{IC}{CB} = \dfrac{IH}{HN}$ (4)

Từ (3) (4) $\Rightarrow \dfrac{IE}{EM} = \dfrac{IH}{HN} \Rightarrow EH\ //\ MN$.

Câu V: (0,5 điểm).

Một xưởng sản suất các thùng chứa hàng bằng tôn có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp với các kích thước chiều rộng, chiều dài, chiều cao lần lượt là $a, b, h(\text{dm})$. Biết tỉ số của chiều rộng và chiều dài là $1:3$ và thể tích của thùng bằng $\dfrac{9}{4}\text{dm}^3$. Để tốn ít vật liệu làm thùng nhất thì các kích thước của thùng là bao nhiêu dm?

Lời giải

Theo bài ta có $b = 3a$

Thể tích khối hộp $V = a.b.h \Rightarrow a.3a.h = \dfrac{9}{4}$ suy ra $h = \dfrac{3}{4a^2}$

Diện tích phần vật liệu làm thùng là:

$S_{day} + S_{xq} = 3a^2 + 2(a+3a)\cdot\dfrac{3}{4a^2} = 3a^2 + \dfrac{6}{a} = 3(a-1)^2 + 6a + \dfrac{6}{a} - 3$

Ta có $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \geq 0$ hay $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (*)

Vì $3(a-1)^2 \geq 0$

Áp dụng (*) ta được $6a + \dfrac{6}{a} \geq 2\sqrt{6a\cdot\dfrac{6}{a}} = 12$

Vì $3(a-1)^2 \geq 0$ nên $S_{day} + S_{xq} = 3(a-1)^2 + 6a + \dfrac{6}{a} - 3 \geq 3\cdot 0 + 12 - 3 = 9$

Dấu "=" xảy ra khi $a = 1$ (dm) (thỏa mãn)

Suy ra $b = 3(dm), h = \dfrac{3}{4}(dm)$ (thỏa mãn)

Vậy $a = 1(dm), b = 3(dm), h = \dfrac{3}{4}(dm)$.

------------------------------HẾT----------------------------------