MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 1
SÁCH CÁNH DIỀU

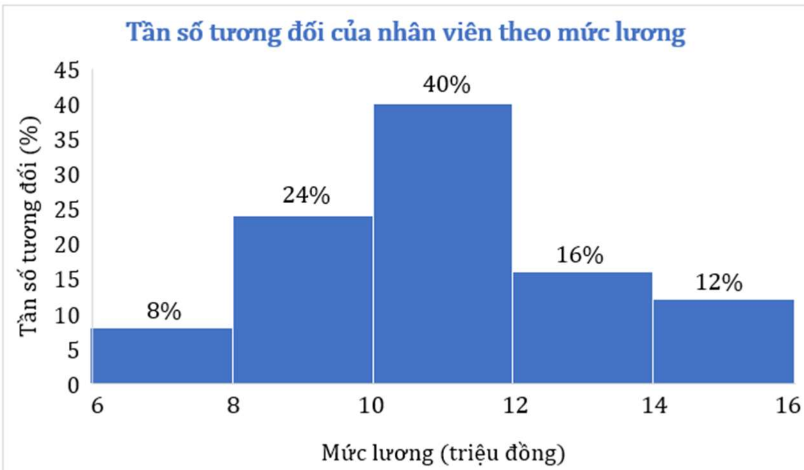
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Biểu đồ dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về mức lương của nhân viên một công ty (đơn vị: triệu đồng).



Biết công ty có 25 nhân viên. Hãy tìm tần số của mỗi nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm.

2) Trung thực hiện lần lượt tung một đồng xu và một xúc xắc.

Tính xác suất của biến cố A: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa và số chấm xuất hiện trên xúc xắc là số nguyên chia hết cho 3".

Câu II. (2,0 điểm) Cho các biểu thức $P=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}$ và $Q=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-1$ với $x\ge 0; x\ne 1$.

a) Tính giá trị của Q khi $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức $M=P:Q$.

c) Tìm x để $M<\dfrac{3}{2}$.

Câu III. (2,5 điểm)

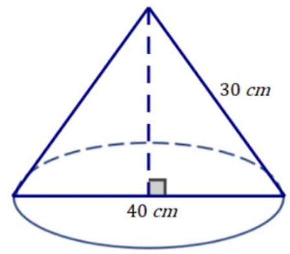
1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi?

2) Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m^2+m+3=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ thoả mãn $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Nón Huế là một hình nón có đường kính đáy bằng 40 cm, độ dài của đường sinh là 30 cm. Người ta lát mặt xung quanh của hình nón bằng 3 lớp lá khô. Tính diện tích lá dùng để tạo nên một chiếc nón Huế như vậy (làm tròn đến centimét vuông).



2) Cho đường tròn $(O;R)$, M nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MA và MB của đường tròn (O) (A,B là tiếp điểm). Kẻ đường kính AC và OM cắt AB tại H.

a) Chứng minh A,M,O,B cùng thuộc một đường tròn, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

b) Gọi giao điểm của MC và đường tròn (O) là D. Chứng minh $BC \parallel OM$ và $OH.OM=OD.OC$.

c) Gọi N là trung điểm CD và tiếp tuyến từ D của đường tròn (O) cắt AB tại K.
Chứng minh O,N,K thẳng hàng.

Câu V. (0,5 điểm) Cho các số a,b,c khác 0 thoả mãn $a+b+c=5$ và $ab+bc+ca=8$.

Chứng minh rằng $1\le a\le\frac{7}{3}, 1\le b\le\frac{7}{3}, 1\le c\le\frac{7}{3}$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Bảng sau ghi lại khối lượng (đơn vị: kg) của 30 quả trứng đà điểu ở một trang trại.

1,57	1,67	1,54	1,64	1,62	1,53	1,4	1,78	1,34	1,3
1,72	1,46	1,56	1,78	1,6	1,45	1,46	1,64	1,75	1,33
1,31	1,56	1,34	1,49	1,66	1,41	1,45	1,36	1,38	1,52

Hãy chia số liệu trên thành 5 nhóm là $[1,3;1,4);[1,4;1,5);[1,5;1,6);[1,6;1,7);[1,7;1,8)$. Tìm tần số và tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

2) Trong tủ quần áo còn có 3 chiếc áo màu xanh thẫm, màu trắng và màu vàng cùng với 3 chiếc quần màu xanh thẫm, màu đen và màu nâu. Minh đã chọn ngẫu nhiên 1 chiếc áo và 1 chiếc quần. Tính xác suất Minh chọn được áo và quần không cùng màu.

Câu II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{\sqrt{x}-9}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(3-\sqrt{x}\right)}$ với $x\ge 0;x\ne 1;x\ne 9$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm x để $A+B=\sqrt{x}$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B dài 80 km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72 km. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng là 15 phút. Tính tốc độ riêng của ca nô, biết tốc độ của dòng nước là 4 km/h.

2) Cho phương trình $x^2-(m-1)x-m=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thoả mãn $x_1\left(3-x_2\right)+20\ge 3\left(3-x_2\right)$.

Câu IV. (2,5 điểm)

1) Một quả cầu pha lê có diện tích mặt cầu bằng $144\pi\,\text{m}^2$. Tính thể tích của quả cầu pha lê đó (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

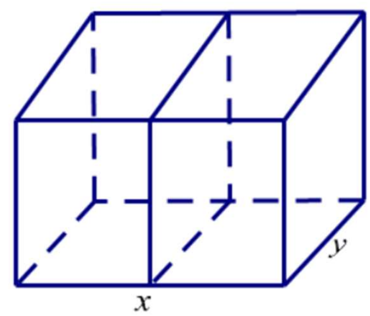
2) Cho đường tròn $(O;R)$, hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho EA cắt đường tròn (O) tại M $(M \neq A)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt CD ở F, BM cắt CD ở K.

a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\Delta FMK \backsim \Delta OMA$ và F là trung điểm của EK.

c) Cho $FM = R$. Tính $AK.EM$ theo R.

Câu V. (0,5 điểm) Một bể không nắp có thể tích $150\,\text{dm}^3$ và có chiều cao bằng $4\,\text{dm}$. Người ta dùng một vách ngăn (chia chiều dài) để chia làm 2 bể cho những loại cá khác nhau. Biết chiều dài là x (dm) và chiều rộng là y (dm). Tìm x và y để diện tích bể cá tốn ít nhất, biết độ dày của vật liệu không đáng kể.



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Một quán giải khát thống kê thời gian (đơn vị: phút) của 64 khách hàng ở tại quán. Kết quả được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Tần số	24	16	12	8	4

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn mẫu số liệu trên.

2) Có 4 tấm thẻ ghi số 2, 3, 4, 5 được úp xuống. Lê Anh lấy ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ (sau khi lấy tấm thẻ thứ nhất thì tiếp tục lấy tấm thẻ thứ hai mà không để lại tấm thẻ thứ nhất). Tính xác suất của biến cố A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 1 đơn vị".

Câu II. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{13\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x\ge 0; x\ne 1; x\ne 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\left(1-\sqrt{3}\right)^2$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm số nguyên x để $P=A.B$ nhận giá trị là một số tự nhiên.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Để ủng hộ các bạn học sinh nghèo vùng núi, trong đợt ủng hộ thứ nhất hai lớp 9A và 9B đã quyên góp được 450 cuốn vở mới, sang đợt ủng hộ thứ hai số vở quyên góp được của lớp 9A tăng 15%, số vở quyên góp được của lớp 9B tăng 10%. Vì vậy hai lớp quyên góp được 500 cuốn vở mới. Hỏi trong đợt ủng hộ thứ nhất mỗi lớp đã quyên góp được bao nhiên quyển vở mới.

2) Cho phương trình $x^2-2x+m-5=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thoả mãn $2x_1+3x_2=7$.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Người ta làm một thùng chứa nước có dạng hình trụ không có nắp bằng tôn. Diện tích tôn tối thiểu cần để làm thùng đó bằng 5π m² với $\pi\approx 3{,}14$. Tính thể tích của thùng đó biết chiều cao của thùng nước bằng đường kính đáy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

2) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$. Vẽ các tiếp tuyến MA, MB của đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AE của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Qua M kẻ đường thẳng không đi qua tâm O cắt đường tròn (O) tại C, D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D), OM cắt AB tại H và cắt đường tròn (O) tại I (I nằm giữa M và O).

Chứng minh $\Delta MCB \backsim \Delta MBD$ và $OH.OM + MC.MD = MO^2$.

c) Chứng minh CI là phân giác của $\widehat{MCH}$.

Câu V. (0,5 điểm)

Ông Bình dự định sử dụng hết 24 m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Thể tích bể cá lớn nhất bằng bao nhiêu?

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 4
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm) Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$; $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{12}{4-x}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

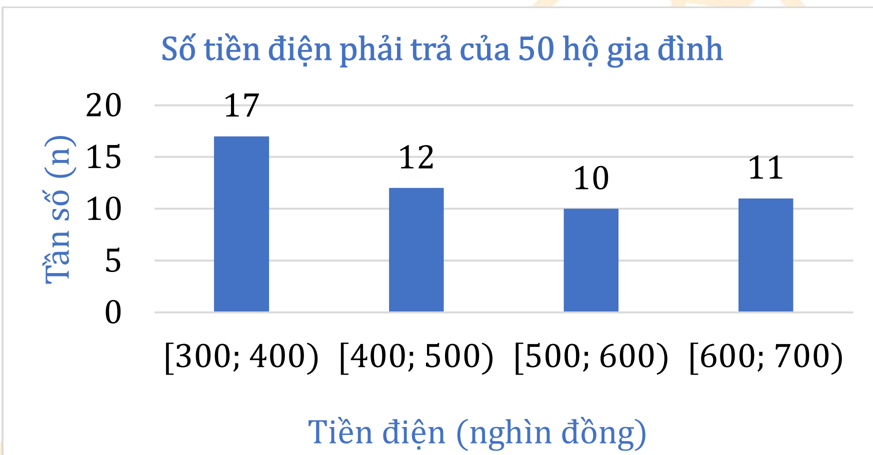
a) Tính giá trị biểu thức A tại $x=25$

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$

c) Biết $P=A.B$. Tính giá trị của x để $|P|>P$.

Câu II (2,0 điểm)

1) Sau khi điều tra số tiền điện phải trả của 50 hộ gia đình trong một tháng (đơn vị: nghìn đồng), người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[500;600)$.

2) Một hộp có 25 quả bóng được đánh số thứ tự từ 1 đến 25. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp". Tính xác suất của biến cố A: "Lấy được quả bóng được đánh số chia hết cho 3".

Câu III (2,0 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Theo kế hoạch, hai xí nghiệp A và B phải làm tổng cộng 1000 sản phẩm cùng loại. Nhưng thực tế do cải tiến kỹ thuật, xí nghiệp A hoàn thành vượt mức 12% còn xí nghiệp B hoàn thành vượt mức 15% so với kế hoạch. Do đó thực tế hai xí nghiệp làm được tổng cộng 1138 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch?

2) Phương trình $x^2-2x-m+1=0$ ($m$là tham số) có một nghiệm là $x=1+\sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A=x_1^2x_2+x_2^2x_1$

Câu IV (3,5 điểm)

1) Một bể cá mini có dạng hình cầu, đường kính trong lòng bể là 18cm. Ban đầu bể chưa có gì, sau đó người ta đổ vào bể 6 cốc nước, mỗi cốc chứa 350 ml nước.

a) Tính thể tích của bể cá mini.

b) Hỏi lượng nước trong bể chiếm bao nhiêu phần trăm thể tích của bể? (*Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*)

2) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đoạn OB lấy điểm C, gọi I là trung điểm của đoạn AC. Vẽ dây cung MN của (O) vuông góc với AB tại I. Từ C kẻ CE vuông góc với BM tại E.

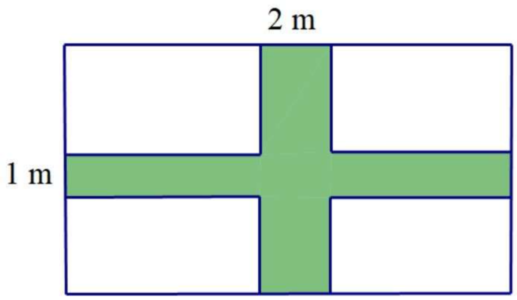
a) Chứng minh: Tứ giác $CIME$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $IM.IN=IA.IB$.

c) Chứng minh: Ba điểm N,C,E thẳng hàng.

Câu V (0,5 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 128 m². Người ta làm lối đi trong mảnh đất như hình vẽ. Phần đất còn lại trồng cây ăn quả. Tính các kích thước của mảnh đất để diện tích trồng cây ăn quả là lớn nhất và tính diện tích lớn nhất đó.



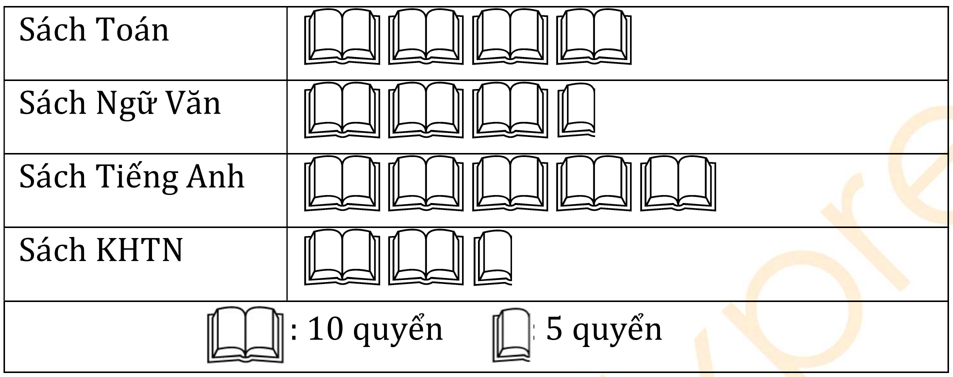
------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 5
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Trong một đợt quyên góp sách giáo khoa cũ của khối 9, số sách học sinh lớp 9A quyên góp được thống kê và phân loại qua biểu đồ tranh sau:



a) Lập bảng thống kê số lượng các loại sách lớp 9A đã quyên góp được.

b) Hỏi số sách Tiếng Anh chiếm bao nhiêu % so với tổng số sách lớp 9A quyên góp được? (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ hai).

2) Trong tổng số sách lớp 9A quyên góp được, lấy một quyển sách bất kì. Tính xác suất của biến cố: *"Quyển sách lấy được là sách Toán hoặc sách Ngữ văn"*.

Câu II. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\dfrac{8}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\dfrac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=64$

b) Chứng minh rằng $B=\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 160 m. Nếu tăng chiều rộng thêm 10 m, giảm chiều dài đi 10m thì diện tích của mảnh đất sẽ tăng thêm 100m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

2) Cho phương trình $x^2-2(m-1)x-3=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức $P=x_1^2+x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Trong chuyện ngụ ngôn La Phông-ten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc là món súp hảo hạng được cho vào 1 cái bình hình trụ, có bán kính đáy là 4 cm, chiều cao 30 cm. Cò đổ súp vào bình cao 10 cm và mời Cáo dùng bữa. Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2 cm. Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thảnh thơi ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi?

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Các đường cao BE, CF cắt nhau tại H, cắt đường tròn $(O;R)$ lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh MN song song với EF và $OA \perp MN$.

c) Chứng minh $\dfrac{MN}{AH} < 2$.

Câu V. (0,5 điểm) Từ một sợi dây thép dài $8\,\text{dm}$, người ta uốn thành một hình chữ nhật. Trong các hình chữ nhật có thể uốn được thành hình nào có diện tích lớn nhất?

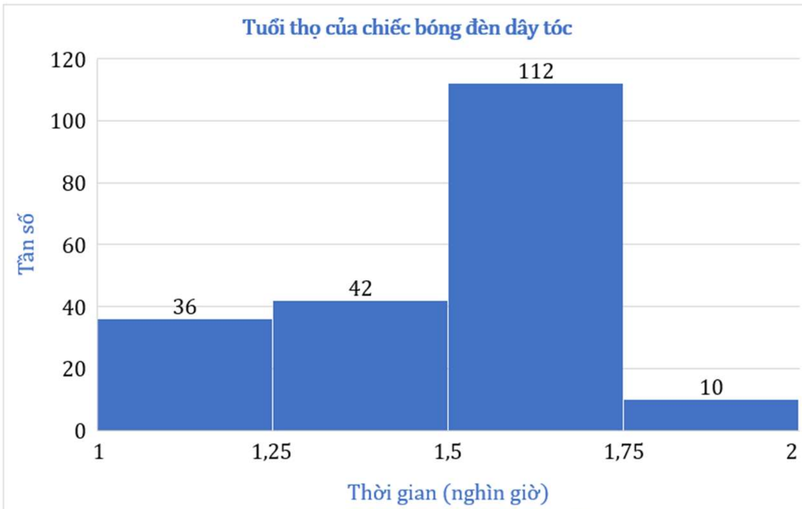
------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 6
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 200 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản suất, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[1,5\,;1,75)$.

2) Một hộp bi có 12 viên bi đen, 3 viên bi trắng có cùng kích thước. Xét phép thử "Bốc một viên bi bất kì" và biến cố M : "Bốc được viên bi trắng". Tính xác suất biến cố M .

Câu II. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{2x}{x-9}$ và $B=\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\ge 0; x\ne 9$)

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tìm giá trị x là số chính phương để $B\le 8A$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một phân xưởng sản xuất thiết bị y tế theo kế hoạch phải sản xuất 1100 nhiệt kế điện tử phục vụ công tác đo thân nhiệt để phòng chống dịch bệnh trong một thời gian quy định. Nhưng do tình hình dịch bệnh diễn biến phức tạp, để đáp ứng nhu cầu nhiệt kế diện tử của thị trường, mỗi ngày phân xưởng đã sản xuất vượt mức 5 nhiệt kế nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định là 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất bao nhiêu nhiệt kế điện tử?

2) Cho phương trình $x^2-(m+2)x+m+1=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $2x_1=3x_2$.

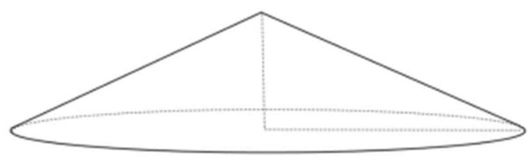
Câu IV. (3,5 điểm)

1) Bác Hà thuê xe cải tiến (Hình a) chuyển một đống cát có dạng hình nón với chu vi đáy $10,56\,\text{m}$ và chiều cao là $1,5\,\text{m}$ (Hình b) để xây tường nhà.

a) Tính thể tích của đống cát có dạng hình trụ.

b) Biết thùng chứa của xe có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước dài $2,15\,\text{m}$, rộng $1,2\,\text{m}$ và cao $0,4\,\text{m}$. Trong mỗi chuyến xe, bác Hà chở lượng cát ít hơn thể tích thực của xe là 5%. Hỏi bác Hà cần phải chuẩn bị ít nhất bao nhiêu tiền để chuyển hết đống cát trên, biết rằng giá vận chuyển của một chuyến xe là 110000 đồng? (Giả sử hao hụt do quá trình vận chuyển không đáng kể)

Hình a



Hình b

2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) $(AB<AC)$, hai đường cao AN, CK cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: Bốn điểm B,K,H,N cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.

b) Gọi E là trung điểm của AC.

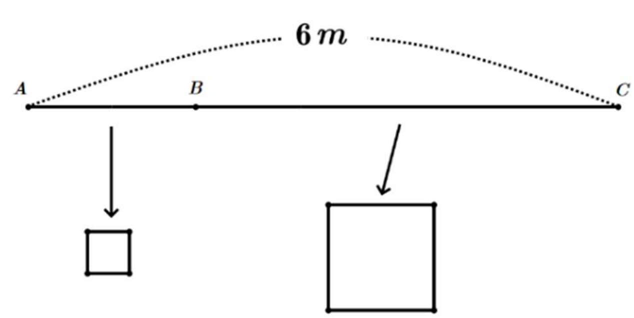
Chứng minh: $\widehat{KBH}=\widehat{KCA}$ và KE là tiếp tuyến của đường tròn (I).

c) Đường tròn (I) cắt (O) tại M. Chứng minh BM vuông góc với ME.

Câu V. (0,5 điểm)

Một sợi dây thép AC có chiều dài $6m$, được chia thành 2 phần AB và BC (như hình vẽ minh hoạ bên).

Mỗi phần đều được uốn thành một hình vuông. Hỏi phải chia sợi dây thép ban đầu thế nào để tổng diện tích 2 hình vuông thu được sau khi uốn là nhỏ nhất?



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 7
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Môn: Toán lớp 9

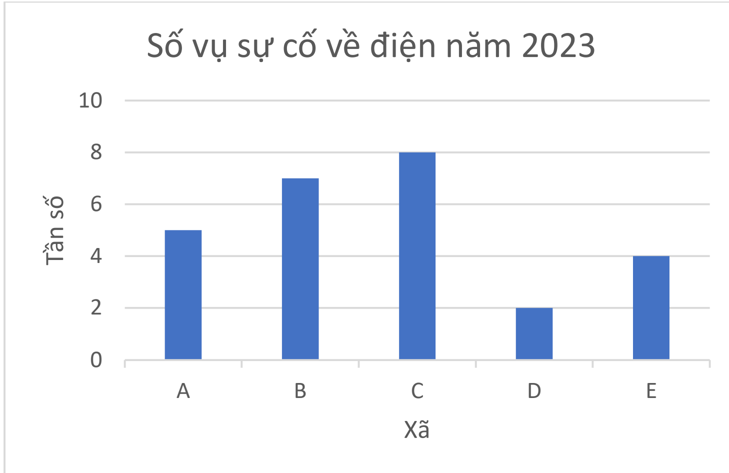
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ sau biểu diễn số vụ sự cố về điện ở 5 xã của một huyện trong năm 2023.

a) Lập bảng tần số ghi lại số vụ sự cố về điện ở mỗi xã trong năm 2023.

b) Xã nào có số vụ sự cố về điện thấp nhất?



2) Có hai túi I và II. Túi I chứa ba quả cầu ghi các số 1, 2, 3. Túi II chứa bốn tấm thẻ ghi các số 1, 2, 3, 4. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu và một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Tính xác suất của biến cố A:"Tích hai số ghi trên quả cầu và tấm thẻ bằng 6".

Câu II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{x}{x-4}+\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0;\ x\neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Cho $M=A.B$. Tìm x để $|M|>M$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một phòng họp có 420 cái ghế được chia thành các dãy có số ghế bằng nhau. Nếu thêm mỗi dãy 7 cái ghế và bớt đi 5 dãy thì số ghế trong phòng họp không thay đổi. Hỏi lúc đầu trong phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

2) Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-2m=0\ \ (1)$ (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m=5$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1; x_2 thỏa mãn $(2x_1-1)(2x_2-1)=7$.

Câu IV: (3,5 điểm)

1) Cột cờ Lũng Cú là một cột cờ quốc gia nằm ở đỉnh Lũng Cú có độ cao 1470m so với mực nước biển ở xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, cách điểm Cực bắc của Việt Nam khoảng 3,3km. Phần thân cột cờ dạnh hình trụ có chiều cao 20m và đường kính đáy 3,8m. Hãy tính thể tích phần thân cột cờ dạng hình trụ đó (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).*

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn; AD và CE là hai đường cao cắt nhau tại H; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi M là điểm đối xứng với B qua O; I là giao điểm của BM và DE; K là giao điểm của AC và HM.

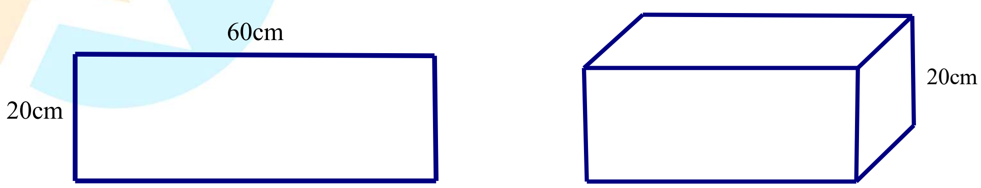
a) Chứng minh các tứ giác $AEDC$ và $DIMC$ nội tiếp;

b) Chứng minh $OK\perp AC$;

c) Cho $\widehat{AOK}=60^o$. Chứng minh ΔHBO cân.

Câu V: (0,5 điểm)

Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng 20cm, chiều dài 60cm, người ta chế tạo thành mặt xung quanh của một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho chiều rộng của tấm tôn bằng chiều cao của chiếc hộp. Thể tích lớn nhất có thể của chiếc hộp là bao nhiêu?



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 8
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (1,5 điểm)

1) Tìm hiểu thời gian (đơn vị: giờ) truy cập Internet trong tuần đầu tháng 4 của một số cán bộ ở một viện nghiên cứu thu được kết quả như ở bảng sau:

Thời gian	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số người	5	20	15	6	4

a) Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

2) Bạn Sơn gieo một đồng xu cân đối và bạn Hòa gieo đồng thời hai đồng xu cân đối. Tính xác suất để có hai đồng xu xuất hiện mặt sấp, một đồng xu xuất hiện mặt ngửa.

Câu II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{7\sqrt{x}-6}{x-4}$ với $x\ge 0;\ x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Cho biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh $P=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 240m. Người ta dự định mở rộng khu vườn bằng cách tăng chiều dài thêm 9m, tăng chiều rộng thêm 7m, do vậy diện tích khu vườn sẽ tăng thêm 963m². Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu.

2) Cho phương trình: $x^2-(m+2)x+2m=0$ (x là ẩn số, m là tham số)

a) Giải phương trình với $m=1$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$ thỏa mãn $x_1^2+(m+2)x_2=12$

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Bác An có một đống cát hình nón cao 2m, đường kính đáy bằng 6m. Bác tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần 30m^3 cát. Hỏi bác An cần mua bổ sung thêm bao nhiêu m^3 cát nữa để đủ cát sửa nhà (*các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).*

2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Kẻ các tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn (các tiếp tuyến này cùng phía với nửa đường tròn). Trên nửa đường tròn, lấy điểm $C\ (C \neq A,\ C \neq B)$. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại C cắt $Ax,\ By$ lần lượt tại các điểm $D,\ E$. Kẻ đường cao CH của tam giác ABC.

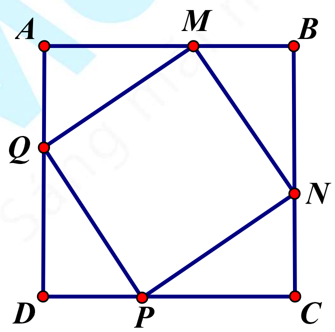
a) Chứng minh tứ giác $OBEC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Gọi K là giao điểm của CH và BD. Chứng minh $\widehat{AHD} = \widehat{BHE}$;

c) Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh $AM \parallel HE$.

Câu V: (0,5 điểm)

Một cái sân hình vuông $ABCD$ có cạnh là 8m. Các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc cạnh AB, BC, CD, AD sao cho $AM = BN = CP = DQ < AB$. Khi đó tứ giác $MNPQ$ là hình vuông. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí mảnh sân hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất.



------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 9
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (1,5 điểm)

1) Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

Thời gian (giây)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số học sinh	5	20	15

Em hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

2) Ba bạn Minh, Hải Nam được xếp nhẫu nhiên ngồi trên một hàng ghế có ba chỗ ngồi. Tính xác suất của biến cố A: "Nam không ngồi ngoài cùng bên trái".

Câu II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+6}$ và $B=\dfrac{x+16}{x-4}+\dfrac{5}{2-\sqrt{x}}$ với $x\ge 0; x\ne 4; x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$;

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$;

3) Với x là số tự nhiên thỏa mãn $x>3$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trong một phòng họp hình chữ nhật, ghế được sắp theo hàng và số ghế trong mỗi hàng là như nhau. Nếu kê bớt đi 2 hàng và mỗi hàng bớt đi 2 ghế thì tổng số ghế trong phòng họp đó giảm đi 80 ghế so với ban đầu. Nếu kê thêm 1 hàng và mỗi hàng kê thêm 2 ghế thì tổng số ghế trong phòng học đó tăng thêm 68 ghế so với ban đầu. Tính số hàng ghế và số ghế trong phòng họp đó lúc ban đầu.

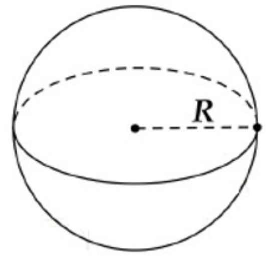
2) Cho phương trình $x^2-3x+2m-1=0$ (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=1$;

b) Tìm m nguyên để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $P=\dfrac{2}{x_1}+\dfrac{2}{x_2}$ đạt giá trị nguyên.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Ngày $4-6-1783$, anh em nhà Mông-gôn-fi-ê (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu có đường kính 11 m và được làm bằng vải dù. Hãy tính diện tích vải dù để làm khinh khí cầu đó (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*).



2) Cho đường tròn (O,R), điểm M nằm ngoài đường tròn, qua M kẻ tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (A, B là tiếp điểm), đường kính AD. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E. Gọi H là giao điểm của AB và MO.

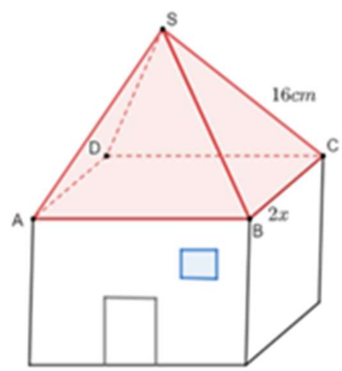
a) Chứng minh tứ giác $AMEH$ nội tiếp.

b) Gọi I là giao điểm của đoạn MO với đường tròn (O). Chứng minh: $AM \cdot IH = IM \cdot AH$.

c) Chứng minh: HB là tia phân giác của $\widehat{EHD}$.

Câu V: (0,5 điểm)

Bạn An làm một căn nhà đồ chơi bằng gỗ có phần mái là một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh bên của mái nhà bạn An dùng các thanh gỗ có chiều dài 16 cm. Bạn An dự định dùng giấy màu để phủ kín phần mái nhà. Gọi độ dài cạnh đáy của phần mái là $2x$ (cm). Hỏi diện tích giấy màu cần sử dụng nhiều nhất là bao nhiêu?



------------------------------ HẾT ------------------------------

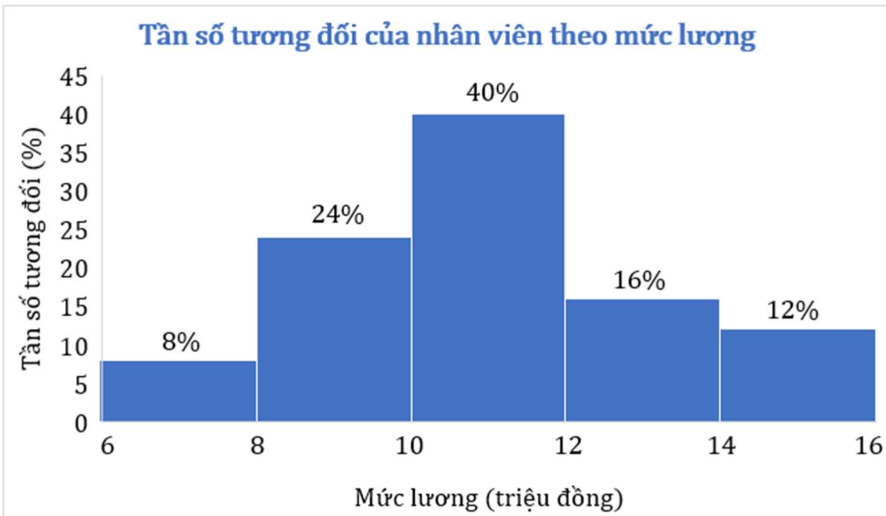
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 1
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Biểu đồ dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về mức lương của nhân viên một công ty (đơn vị: triệu đồng).



Biết công ty có 25 nhân viên. Hãy tìm tần số của mỗi nhóm và lập bảng tần số ghép nhóm.

2) Trung thực hiện lần lượt tung một đồng xu và một xúc xắc.

Tính xác suất của biến cố A: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa và số chấm xuất hiện trên xúc xắc là số nguyên chia hết cho 3".

Lời giải

1) Theo biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm, mức lương của nhân viên được chia thành 5 nhóm là $[6;8);[8;10);[10;12);[12;14);[14;16)$ có tần số tương đối ghép nhóm lần lượt là $f_1=8\%; f_2=24\%;$ $f_3=40\%; f_4=16\%; f_5=12\%$.

Do đó tần số ghép nhóm của các nhóm trên lần lượt là

$$n_1=25.8\%=2;\ n_2=25.24\%=6;\ n_3=25.40\%=10;$$
$$n_4=25.16\%=4; n_5=25.12\%=3$$

Ta có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Mức lương (triệu đồng)	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	2	6	10	4	3

2) Các kết quả có thể xảy ra khi Trung tung một đồng xu là: mặt sấp (S), mặt ngửa (N).

Các kết quả có thể xảy ra khi Trung tung một xúc xắc là: 1 chấm, 2 chấm, 3 chấm, 4 chấm, 5 chấm, 6 chấm.

Do đó không gian mẫu của phép thử là:

$\Omega = \{(S;1),(S;2),(S;3),(S;4),(S;5),(S;6),(N;1),(N;2),(N;3),(N;4),(N;5),(N;6)\}$

Tập Ω có 12 phần tử

Do đó có 12 kết quả có thể xảy ra và 12 kết quả này là đồng khả năng.

Xét biến cố A: "Đồng xu xuất hiện mặt ngửa và số chấm xuất hiện trên xúc xắc là số nguyên chia hết cho 3".

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $(N;3),(N;6)$

Do đó xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $\frac{1}{6}$.

Câu II. (2,0 điểm) Cho các biểu thức $P = \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

a) Tính giá trị của Q khi $x = 4$.

b) Rút gọn biểu thức $M = P : Q$.

c) Tìm x để $M < \frac{3}{2}$.

Lời giải

a) Thay $x = 4$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức Q ta có: $Q = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}-1} - 1 = \frac{2}{2-1} - 1 = 1$

Vậy $Q = 1$ khi $x = 4$.

b) Với $x \geq 0; x \neq 1$ ta có: $M = P : Q = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1}\right) : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - 1\right)$

$$= \left[\frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} + \frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}\right] : \left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{x}+1+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} : \frac{\sqrt{x}-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} : \frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} \cdot \left(\sqrt{x}-1\right)$$

$$= \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$$

Vậy $M = \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

c) Để $M < \frac{3}{2}$ thì $\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} < \frac{3}{2}$

$$\frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} - \frac{3}{2} < 0$$

$$\frac{4\sqrt{x}+2}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} - \frac{3\left(\sqrt{x}+1\right)}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} < 0$$

$$\frac{4\sqrt{x}+2-3\sqrt{x}-3}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} < 0$$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{2\left(\sqrt{x}+1\right)} < 0$$

Mà $\forall x \geq 0$ thì $\sqrt{x} \geq 0$ nên $\sqrt{x}+1 \geq 1$ suy ra $2\left(\sqrt{x}+1\right) \geq 2 > 0$.

Do đó $\sqrt{x}-1 < 0$. Suy ra $x < 1$

Kết hợp điều kiện $x \geq 0; x \neq 1$ suy ra $0 \leq x < 1$.

Vậy $0 \leq x < 1$ thì $M < \frac{3}{2}$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một phòng họp có 250 chỗ ngồi được chia thành từng dãy, mỗi dãy có số chỗ ngồi như nhau. Vì có đến 308 người dự họp nên ban tổ chức phải kê thêm 3 dãy ghế, mỗi dãy ghế phải kê thêm 1 chỗ ngồi nữa thì vừa đủ. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu dãy ghế và mỗi dãy ghế có bao nhiêu chỗ ngồi?

2) Cho phương trình $x^2-2(m+2)x+m^2+m+3=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x_1;x_2$ thoả mãn $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$.

Lời giải

1) Gọi số dãy ghế lúc đầu của phòng họp là x (dãy) $(x\in\mathbb{N}^*)$

Gọi số ghế mỗi dãy lúc đầu của phòng họp là y (ghế) $(y\in\mathbb{N}^*)$

Vì phòng họp có 250 chỗ ngồi nên ta có $xy=250$ (1)

Số dãy ghế lúc sau là $x+3$ (dãy)

Số ghế mỗi dãy lúc sau là $y+1$ (ghế)

Vì có đến 308 người dự họp và số ghế xếp thêm vừa đủ nên ta có $(x+3)(y+1)=308$

Hay $xy+x+3y=305$. Khi đó $250+x+3y=305$. Suy ra $x+3y=55$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} xy=250\ (1)\\ x+3y=55\ (2)\end{cases}$

Từ (2) suy ra $x=55-3y$.

Thay $x=55-3y$ vào (1) ta có $(55-3y).y=250$

$$-3y^2+55y-250=0$$
$$3y^2-55y+250=0\ (*)$$

Xét phương trình (*) có $\Delta=b^2-4ac=(-55)^2-4.3.250=25>0$

Do đó phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$y_1=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{55+\sqrt{25}}{2.3}=10$ (thoả mãn)

$y_2=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{55-\sqrt{25}}{2.3}=\frac{25}{3}$ (không thoả mãn)

Suy ra $x=55-3.10=25$ (thoả mãn)

Vậy lúc đầu phòng họp có 25 dãy ghế, mỗi dãy có 10 chỗ ngồi.

2) Xét phương trình $x^2-2(m+2)x+m^2+m+3=0$ có

$\Delta'=[-(m+2)]^2-(m^2+m+3)=m^2+4m+4-m^2-m-3=3m+1$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thì $\Delta'>0$ hay $3m+1>0$. Suy ra $m>\frac{-1}{3}$

Áp dụng định lý Viète ta có: $x_1+x_2=2m+4$ (1); $x_1x_2=m^2+m+3$ (2)

Ta có: $\frac{x_1}{x_2}+\frac{x_2}{x_1}=4$

$$\frac{x_1^2+x_2^2}{x_1x_2}=4$$

$$\frac{(x_1+x_2)^2-2x_1x_2}{x_1x_2}=4\ (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3) ta có: $\frac{(2m+4)^2-2(m^2+m+3)}{m^2+m+3}=4$

$$4m^2+16m+16-2m^2-2m-6=4(m^2+m+3)$$

$$2m^2+14m+10=4m^2+4m+12$$

$$2m^2-10m+2=0$$

$$m^2-5m+1=0\ (*)$$

Xét phương trình (*) có $\Delta=(-5)^2-4.1.1=21>0$

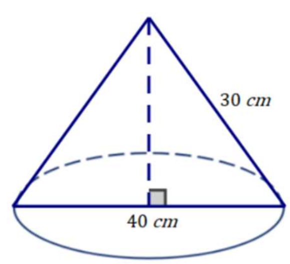
Suy ra phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt

$m_1=\frac{5+\sqrt{21}}{2}$ (thoả mãn), $m_2=\frac{5-\sqrt{21}}{2}$ (thoả mãn)

Vậy $m\in\left\{\frac{5+\sqrt{21}}{2};\frac{5-\sqrt{21}}{2}\right\}$ thì thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Nón Huế là một hình nón có đường kính đáy bằng 40 cm, độ dài của đường sinh là 30 cm. Người ta lát mặt xung quanh của hình nón bằng 3 lớp lá khô. Tính diện tích lá dùng để tạo nên một chiếc nón Huế như vậy (làm tròn đến centimét vuông).



2) Cho đường tròn $(O;R)$, M nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến MA và MB của đường tròn (O) (A,B là tiếp điểm). Kẻ đường kính AC và OM cắt AB tại H.

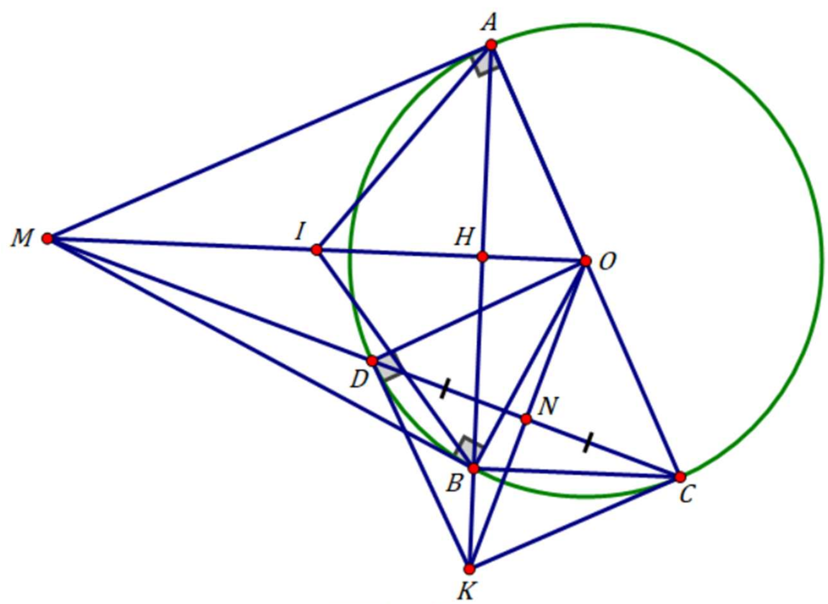
a) Chứng minh A,M,O,B cùng thuộc một đường tròn, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.

b) Gọi giao điểm của MC và đường tròn (O) là D. Chứng minh $BC \parallel OM$ và $OH.OM=OD.OC$.

c) Gọi N là trung điểm CD và tiếp tuyến từ D của đường tròn (O) cắt AB tại K.
Chứng minh O, N, K thẳng hàng.

Lời giải

1) Bán kính đáy của hình nón là $40:2=20$ (cm)
Diện tích xung quanh của hình nón là $\pi.20.30=600\pi$ (cm^2)
Diện tích lá cần dùng là $3.600\pi \approx 5655$ (cm^2)
Vậy diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế là khoảng 5655 cm^2.
2)



a) Chứng minh A, M, O, B cùng thuộc một đường tròn, chỉ rõ tâm và bán kính của đường tròn đó.
Gọi I là trung điểm của MO
Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA \perp OA; MB \perp OB$.
Suy ra $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90°$
Xét ΔAMO vuông tại A có AI là đường trung tuyến nên $IA = IM = IO = \frac{1}{2}MO$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)
Xét ΔBMO vuông tại B có BI là đường trung tuyến nên $IB = IM = IO = \frac{1}{2}MO$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)
Suy ra $IA = IM = IO = IB = \frac{1}{2}MO$
Do đó A, M, O, B cùng thuộc đường tròn $\left(I; \frac{MO}{2}\right)$ (điều phải chứng minh)
b) Chứng minh $BC \parallel OM$ và $OH.OM = OD.OC$.
+) Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)
Lại có $OA = OB = R$

Suy ra M,O cùng thuộc đường trung trực của AB

Do đó $MO\perp AB$ (1)

Xét đường tròn (O) có $\widehat{ABC}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $BC\perp AB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BC\,/\!/\,OM$ (quan hệ từ vuông góc tới song song) (điều phải chứng minh)

+) Vì $MO\perp AB$ nên $\widehat{OHA}=90^\circ$

Xét ΔOAM và ΔOHA có $\widehat{OAM}=\widehat{OHA}=90^\circ$; $\widehat{AOM}$ chung. Suy ra $\Delta OAM \backsim \Delta OHA(g.g)$

Do đó $\dfrac{OA}{OH}=\dfrac{OM}{OA}$ hay $OH.OM=OA^2=OD.OC$ (vì $OA=OD=OC=R$)

Vậy $OH.OM=OD.OC$ (điều phải chứng minh).

c) Chứng minh O,N,K thẳng hàng.

Vì ΔODC cân tại $O(OD=OC=R)$ nên ON là đường trung tuyến đồng thời là đường cao

Suy ra $ON\perp DC$ hay $\widehat{ONM}=90^\circ$

Xét ΔONM và ΔOHK có $\widehat{ONM}=\widehat{OHK}=90^\circ$; $\widehat{MOK}$ chung. Suy ra $\Delta ONM \backsim \Delta OHK\ (g.g)$

Do đó $\dfrac{ON}{OH}=\dfrac{OM}{OK}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $ON.OK=OH.OM$

Mà $OH.OM=OA^2=R^2$ (chứng minh câu b)

Suy ra $ON.OK=R^2=OC^2$ hay $\dfrac{ON}{OC}=\dfrac{OC}{OK}$

Xét ΔONC và ΔOCK có: $\widehat{KOC}$ chung; $\dfrac{ON}{OC}=\dfrac{OC}{OK}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta ONC \backsim \Delta OCK\ (c.g.c)$

Do đó $\widehat{ONC}=\widehat{OCK}=90^\circ$ hay $KC\perp OC$ nên KC là tiếp tuyến của đường tròn (O)

Xét đường tròn (O) có KD,KC là hai tiếp tuyến

Nên $KD=KC$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Lại có $ND=NC$ (N là trung điểm của CD); $OD=OC=R$

Suy ra O,N,K cùng thuộc đường trung trực của CD

Hay O,N,K thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu V. (0,5 điểm) Cho các số a,b,c khác 0 thoả mãn $a+b+c=5$ và $ab+bc+ca=8$.

Chứng minh rằng $1\le a\le\frac{7}{3}, 1\le b\le\frac{7}{3}, 1\le c\le\frac{7}{3}$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}a+b=S\\ ab=P\end{cases}$. Khi đó $\begin{cases}S=a+b=5-c\\ P=ab=8-c(a+b)=8-c(5-c)=8-5c+c^2\end{cases}$

Suy ra a,b là hai nghiệm của phương trình $x^2-(5-c)x+8-5c+c^2=0$ (1)

Điều kiện để có a,b là phương trình (1) có nghiệm

Suy ra $\Delta=(5-c)^2-4\left(8-5c+c^2\right)\ge 0$ hay $3c^2-10c+7\le 0$

Suy ra $3(c-1)\left(c-\frac{7}{3}\right)\le 0$ (2).

Mà $c-\frac{7}{3}<c-1$ nên từ (2) suy ra $\begin{cases}c-1\ge 0\\ c-\frac{7}{3}\le 0\end{cases}$ hay $1\le c\le\frac{7}{3}$.

Chứng minh tương tự được $1\le a\le\frac{7}{3}, 1\le b\le\frac{7}{3}$.

Vậy $1\le a\le\frac{7}{3}, 1\le b\le\frac{7}{3}, 1\le c\le\frac{7}{3}$.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 2
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Bảng sau ghi lại khối lượng (đơn vị: kg) của 30 quả trứng đà điểu ở một trang trại.

1,57	1,67	1,54	1,64	1,62	1,53	1,4	1,78	1,34	1,3
1,72	1,46	1,56	1,78	1,6	1,45	1,46	1,64	1,75	1,33
1,31	1,56	1,34	1,49	1,66	1,41	1,45	1,36	1,38	1,52

Hãy chia số liệu trên thành 5 nhóm là $[1,3;1,4);[1,4;1,5);[1,5;1,6);[1,6;1,7);[1,7;1,8)$. Tìm tần số và tần số tương đối của mỗi nhóm đó.

2) Trong tủ quần áo còn có 3 chiếc áo màu xanh thẫm, màu trắng và màu vàng cùng với 3 chiếc quần màu xanh thẫm, màu đen và màu nâu. Minh đã chọn ngẫu nhiên 1 chiếc áo và 1 chiếc quần. Tính xác suất Minh chọn được áo và quần không cùng màu.

Lời giải

1) Dựa vào bảng số liệu trên, tần số ghép nhóm của các nhóm $[1,3;1,4);[1,4;1,5);[1,5;1,6);[1,6;1,7);$ $[1,7;1,8)$ lần lượt là $n_1 = 7;\ n_2 = 7; n_3 = 6; n_4 = 6; n_5 = 4$

Do đó tần số tương đối ghép nhóm của các nhóm trên lần lượt là

$$f_1 = f_2 = \frac{7.100}{30}\% \approx 23,3\%$$

$$f_3 = f_4 = \frac{6.100}{30}\% = 20\%$$

$$f_5 = \frac{4.100}{30}\% \approx 13,4\%$$

Vậy nhóm $[1,3;1,4)$ và nhóm $[1,4;1,5)$ có tần số là 7, tần số tương đối ghép nhóm khoảng $23,3\%$.

Nhóm $[1,5;1,6)$ và nhóm $[1,6;1,7)$ có tần số là 6, tần số tương đối ghép nhóm là 20%.

Nhóm $[1,7;1,8)$ có tần số là 4, tần số tương đối ghép nhóm khoảng $13,4\%$.

2) Kí hiệu 3 chiếc áo màu xanh thẫm, màu trắng và màu vàng lần lượt là X_1, T, V

Kí hiệu 3 chiếc quần màu xanh thẫm, màu đen và màu nâu lần lượt là X_2, D, N

Các kết quả có thể xảy ra khi Minh đã chọn ngẫu nhiên 1 chiếc áo và 1 chiếc quần là

$$\Omega=\{(X_1;X_2),(X_1;D),(X_1;N),(T;X_2),(T;D),(T;N),(V;X_2),(V;D),(V;N)\}$$

Tập Ω có 9 phần tử nên có 9 kết quả có thể xảy ra và 9 kết quả này là đồng khả năng.

Gọi M là biến cố: "Minh chọn được áo và quần không cùng màu".

Có 8 kết quả thuận lợi cho biến cố M là:

$(X_1;D),(X_1;N),(T;X_2),(T;D),(T;N),(V;X_2),(V;D),(V;N)$

Suy ra xác suất của biến cố M là $P(M)=\dfrac{8}{9}$

Vậy xác suất Minh chọn được áo và quần không cùng màu là $\dfrac{8}{9}$.

Câu II. (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-1)(3-\sqrt{x})}$ với $x\ge 0;x\ne 1;x\ne 9$.

a) Tính giá trị biểu thức A khi $x=4$.

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$.

c) Tìm x để $A+B=\sqrt{x}$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta có $A=\dfrac{\sqrt{4}-3}{\sqrt{4}-1}=-1$

Vậy $A=-1$ khi $x=4$.

b) Với $x\ge 0;x\ne 1;x\ne 9$ ta có $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\dfrac{\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-1)(3-\sqrt{x})}$

$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}+\frac{\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{x-\sqrt{x}+\sqrt{x}-9}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}=\frac{x-9}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}$$

$$=\frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0;x\ne 1;x\ne 9$.

c) Với $x \ge 0; x \ne 1; x \ne 9$ ta có $A+B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{\sqrt{x}-3+\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$

Để $A+B=\sqrt{x}$ thì $\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=\sqrt{x}$

$$\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\sqrt{x}-1}=0$$

$$\frac{2\sqrt{x}-x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=0$$

$$\frac{3\sqrt{x}-x}{\sqrt{x}-1}=0$$

$$3\sqrt{x}-x=0$$

$$\sqrt{x}\left(3-\sqrt{x}\right)=0$$

TH1: $\sqrt{x}=0$ suy ra $x=0$ (thoả mãn điều kiện xác định)

TH2: $3-\sqrt{x}=0$ suy ra $x=9$ (không thoả mãn điều kiện xác định)

Vậy để $A+B=\sqrt{x}$ thì $x=0$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một ca nô xuôi dòng trên một khúc sông từ bến A đến bến B dài 80 km, sau đó lại ngược dòng đến địa điểm C cách bến B 72 km. Thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng là 15 phút. Tính tốc độ riêng của ca nô, biết tốc độ của dòng nước là 4 km/h.

2) Cho phương trình $x^2-(m-1)x-m=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thoả mãn $x_1(3-x_2)+20 \ge 3(3-x_2)$.

Lời giải

1) Gọi tốc độ riêng của ca nô là x (km/h) ($x>4$)

Tốc độ xuôi dòng từ A đến B của ca nô là $x+4$ (km/h)

Tốc độ ngược dòng từ B đến C của ca nô là $x-4$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B là: $\dfrac{80}{x+4}$ (giờ)

Thời gian ca nô ngược dòng từ B đến C là $\dfrac{72}{x-4}$ (giờ)

Vì thời gian ca nô xuôi dòng ít hơn thời gian ca nô ngược dòng là 15 phút $=\frac{1}{4}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{72}{x-4}-\frac{80}{x+4}=\frac{1}{4}$

$$\frac{72(x+4)}{(x-4)(x+4)}-\frac{80(x-4)}{(x-4)(x+4)}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{72x+288-80x+320}{x^2-16}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{608-8x}{x^2-16}=\frac{1}{4}$$

$$4(608-8x)=x^2-16$$

$$2432-32x=x^2-16$$

$$x^2+32x-2448=0$$

$$(x-36)(x+68)=0$$

TH1: $x-36=0$ suy ra $x=36$ (thoả mãn)
TH2: $x+68=0$ suy ra $x=-68$ (không thoả mãn)
Vậy tốc độ riêng của ca nô là 36 km/h.

2) Xét phương trình $x^2-(m-1)x-m=0$ (1)

Ta có: $\Delta=[-(m-1)]^2-4.1.(-m)=(m-1)^2+4m=m^2-2m+1+4m=m^2+2m+1=(m+1)^2$

Với mọi m ta có: $(m+1)^2\geq 0$

Để phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thì $(m+1)^2>0$ nên $m+1\neq 0$ hay $m\neq -1$

Áp dụng định lý Viète ta có $x_1+x_2=m-1$ (1); $x_1x_2=-m$ (2)

Ta có: $x_1(3-x_2)+20\geq 3(3-x_2)$

$$x_1(3-x_2)+20-3(3-x_2)\geq 0$$

$$3x_1-x_1x_2+20-9+3x_2\geq 0$$

$$3(x_1+x_2)-x_1x_2+11\geq 0 \quad (3)$$

Thay (1) và (2) vào (3) ta có $3(m-1)+m+11\geq 0$

$$3m-3+m+11\geq 0$$

$$4m+8\geq 0$$

$$m\geq -2$$

Vậy $m\geq -2$ và $m\neq -1$ thì thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu IV. (2,5 điểm)

1) Một quả cầu pha lê có diện tích mặt cầu bằng $144\pi\,\text{m}^2$. Tính thể tích của quả cầu pha lê đó (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

2) Cho đường tròn $(O;R)$, hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên tia đối của tia CD lấy điểm E sao cho EA cắt đường tròn (O) tại M $(M \neq A)$. Tiếp tuyến của đường tròn tại M cắt CD ở F, BM cắt CD ở K.

a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\Delta FMK \backsim \Delta OMA$ và F là trung điểm của EK.

c) Cho $FM = R$. Tính $AK.EM$ theo R.

Lời giải

1) Gọi bán kính mặt cầu của quả cầu pha lê là r (m) $(r > 0)$

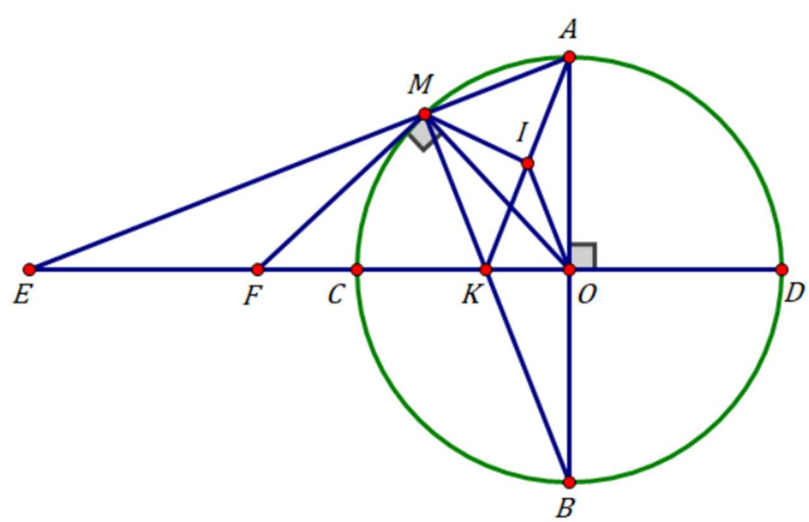
Vì diện tích mặt cầu bằng $144\pi\,\text{m}^2$ nên ta có $4\pi r^2 = 144\pi$

Hay $r^2 = 36$. Suy ra $r = 6$ (thỏa mãn)

Thể tích của quả cầu pha lê đó là $V = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\cdot\pi.6^3 \approx 904,78\left(\text{m}^2\right)$.

Vậy thể tích của quả cầu pha lê đó khoảng $904,78\,\text{m}^2$.

2)



a) Chứng minh tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp.

Vì $CD \perp AB\ (gt)$ nên $\widehat{COA} = 90^\circ$ hay $\widehat{KOA} = 90^\circ$

Xét đường tròn (O) có $\widehat{AMB} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $\widehat{AMK} = 90^\circ$

Gọi I là trung điểm của AK.

Xét ΔAMK vuông tại M có MI là đường trung tuyến nên $IM = IA = IK = \dfrac{1}{2}AK$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông).

Xét ΔAOK vuông tại O có OI là đường trung tuyến nên $IO = IA = IK = \frac{1}{2}AK$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $IA = IM = IK = IO = \frac{1}{2}AK$

Do đó 4 điểm A, M, K, O cùng thuộc đường tròn $\left(I; \frac{AK}{2}\right)$

Vậy tứ giác $AMKO$ là tứ giác nội tiếp (điều phải chứng minh)

b) Chứng minh $\Delta FMK \backsim \Delta OMA$ và F là trung điểm của EK.

+) Vì MF là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MF \perp OM$

Suy ra $\widehat{OMF} = 90^\circ = \widehat{OMK} + \widehat{KMF}$

Lại có $\widehat{AMK} = 90^\circ = \widehat{OMK} + \widehat{AMO}$

Suy ra $\widehat{KMF} = \widehat{AMO}$

Vì tứ giác $AMKO$ nội tiếp (chứng minh câu a) nên $\widehat{OKM} + \widehat{MAO} = 180^\circ$ (hai góc đối nhau)

Mà $\widehat{OKM} + \widehat{MKF} = 180^\circ$ (hai góc kề bù)

Do đó $\widehat{MAO} = \widehat{MKF}$

Xét ΔFMK và ΔOMA có: $\widehat{KMF} = \widehat{AMO}$ (cmt); $\widehat{MAO} = \widehat{MKF}$ (cmt)

Suy ra $\Delta FMK \backsim \Delta OMA\,(g.g)$ (điều phải chứng minh).

+) Vì $\Delta FMK \backsim \Delta OMA\,(g.g)$ nên $\frac{FM}{OM} = \frac{FK}{OA}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Mà $OM = OA = R$ suy ra $FM = FK$ (1)

Ta có: $\widehat{EMF} + \widehat{KMF} = 90^\circ; \widehat{OMB} + \widehat{KMF} = 90^\circ$

Suy ra $\widehat{EMF} = \widehat{OMB}$

Mà $\widehat{OBM} = \widehat{OMB}$ (ΔOMB cân tại O) nên $\widehat{EMF} = \widehat{OBM}$

Lại có $\widehat{OBM} + \widehat{OAE} = 90^\circ$ do đó $\widehat{EMF} + \widehat{OAE} = 90^\circ$

Mặt khác: $\widehat{MEF} + \widehat{OAE} = 90^\circ$ (ΔOAE vuông tại O)

Suy ra $\widehat{EMF} = \widehat{MEF}$

Do đó ΔFEM cân tại F nên $FM = FE$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $FE = FK$. Hay F là trung điểm của EK (điều phải chứng minh).

c) Tính $AK.EM$ theo R

Ta có: $\widehat{KMF} = \widehat{AMO}$ (cmt)

Xét $\left(I;\dfrac{AK}{2}\right)$ có: $\widehat{AMO} = \widehat{AKO}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AO}$)

Suy ra $\widehat{KMF} = \widehat{AKO}$

Lại có: $\widehat{OKB} = \widehat{MKF}$ (hai góc đối đỉnh)

Khi đó $\widehat{AKB} = \widehat{AKO} + \widehat{OKB} = \widehat{KMF} + \widehat{MKF}$

Xét ΔMFK có: $\widehat{MFE} = \widehat{KMF} + \widehat{MKF}$ (tính chất góc ngoài của tam giác)

Do đó $\widehat{AKB} = \widehat{MFE}$

Xét ΔABK và ΔEMF có:

$\widehat{EMF} = \widehat{ABK}$ (do $\widehat{EMF} = \widehat{OBM}$)

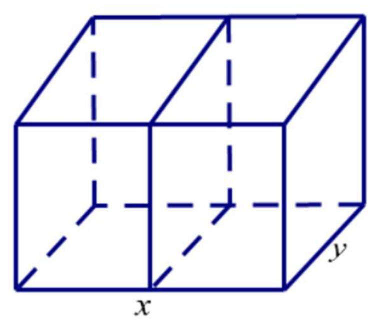
$\widehat{AKB} = \widehat{MFE}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta ABK \backsim \Delta EMF\left(g.g\right)$

Do đó $\dfrac{AB}{EM} = \dfrac{AK}{EF}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $AK.EM = AB.EF$

Mà $FM = FE = R$ nên $AK.EM = 2R.R = 2R^2$.

Câu V. (0,5 điểm) Một bể không nắp có thể tích $150\,\text{dm}^3$ và có chiều cao bằng $4\,\text{dm}$. Người ta dùng một vách ngăn (chia chiều dài) để chia làm 2 bể cho những loại cá khác nhau. Biết chiều dài là x (dm) và chiều rộng là y (dm). Tìm x và y để diện tích bể cá tốn ít nhất, biết độ dày của vật liệu không đáng kể.



Lời giải

Điều kiện: $x, y > 0$

Thể tích của bể là $4xy = 150$. Suy ra $xy = \dfrac{75}{2}$

Diện tích để làm bể cá là $S = 2\left(x+y\right).4 + xy + 4y$

Để diện tích bể cá tốn ít nhất thì S đạt giá trị nhỏ nhất

Ta có: $S = 2\left(x+y\right).4 + xy + 4y = 8\left(x+y\right) + \dfrac{75}{2} + 4y = 8x + 12y + \dfrac{75}{2} = 4\left(2x+3y\right) + \dfrac{75}{2}$

Với mọi a,b không âm ta có $\left(\sqrt{a} - \sqrt{b}\right)^2 \geq 0$.

Suy ra $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. Dấu "=" xảy ra khi $a = b$.

Áp dụng với $a=2x, b=3y$ ta có $2x+3y\geq 2\sqrt{2x.3y}=2\sqrt{6.\frac{75}{2}}=2.15=30$

Suy ra $S\geq 4.30+\frac{75}{2}=157,5$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}2x=3y\\ xy=\frac{75}{2}\end{cases}$ suy ra $\begin{cases}2xy=3y^2\\ 2xy=75\end{cases}$

Do đó $3y^2=75$ suy ra $y=5$, $x=\frac{3y}{2}=7,5$

Vậy $x=7,5\,\text{dm}; y=5\,\text{dm}$ thì diện tích xây bể cá tốn ít nhất.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 3
SÁCH CÁNH DIỀU

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Một quán giải khát thống kê thời gian (đơn vị: phút) của 64 khách hàng ở tại quán. Kết quả được ghi lại ở bảng tần số ghép nhóm như sau:

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Tần số	24	16	12	8	4

Vẽ biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng biểu diễn mẫu số liệu trên.

2) Có 4 tấm thẻ ghi số 2, 3, 4, 5 được úp xuống. Lê Anh lấy ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ (sau khi lấy tấm thẻ thứ nhất thì tiếp tục lấy tấm thẻ thứ hai mà không để lại tấm thẻ thứ nhất). Tính xác suất của biến cố A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 1 đơn vị".

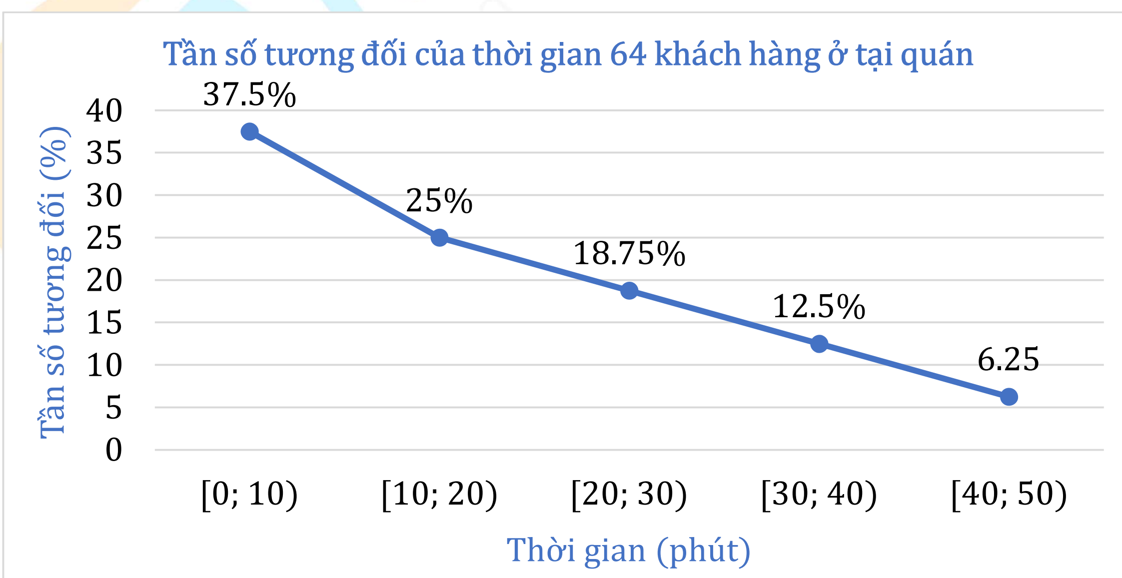
Lời giải

1) Theo bảng tần số ghép nhóm trên ta có tần số tương đối ghép nhóm của các nhóm $[0;10)$, $[10;20)$, $[20;30)$, $[30;40)$, $[40;50)$ lần lượt là:

$$f_1 = \frac{24.100}{64}\% = 37,5\% \;;\; f_2 = \frac{16.100}{64}\% = 25\% \;;\; f_3 = \frac{12.100}{64}\% = 18,75\% \;;$$

$$f_4 = \frac{8.100}{64}\% = 12,5\% \;;\; f_5 = \frac{4.100}{64}\% = 6,25\%$$

Ta có biểu đồ tần số tương đối ghép nhóm dạng đoạn thẳng như sau



2) Vì Lê Anh lấy ngẫu nhiên lần lượt hai tấm thẻ (không trả lại tấm thẻ thứ nhất) nên các kết quả có thể xảy ra là: $\Omega=\{(2;3),(2;4),(2;5),(3;2),(3;4),(3;5),(4;2),(4;3),(4;5),(5;2),(5;3),(5;4)\}$

Tập Ω có 12 phần tử nên có 12 kết quả có thể xảy ra và 12 kết quả này là đồng khả năng

Xét biến cố A: "Hai số ghi trên hai tấm thẻ chênh nhau 1 đơn vị"

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $(2;3),(3;2),(3;4),(4;3),(4;5),(5;4)$

Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

Vậy xác suất của biến cố A là $\dfrac{1}{2}$.

Câu II. (1,5 điểm)

Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1}$ và $B=\dfrac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{\sqrt{x}+2}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{13\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x\geq 0;x\neq 1;x\neq 4$

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=\left(1-\sqrt{3}\right)^2$

b) Rút gọn biểu thức B

c) Tìm số nguyên x để $P=A.B$ nhận giá trị là một số tự nhiên.

Lời giải

a) Thay $x=\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta có

$$A=\frac{\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-2}{\sqrt{\left(1-\sqrt{3}\right)^2}-1}=\frac{\left|1-\sqrt{3}\right|-2}{\left|1-\sqrt{3}\right|-1}=\frac{\sqrt{3}-1-2}{\sqrt{3}-1-1}=\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}-2}=\frac{\left(\sqrt{3}-3\right).\left(\sqrt{3}+2\right)}{\left(\sqrt{3}-2\right).\left(\sqrt{3}+2\right)}$$

$$=\frac{3-3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-6}{-1}=\frac{-\sqrt{3}-3}{-1}=3+\sqrt{3}$$

Vậy khi $x=\left(1-\sqrt{3}\right)^2$ thì $A=3+\sqrt{3}$.

b) Với $x\geq 0;x\neq 1;x\neq 4$ ta có:

$$B=\frac{3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\frac{\sqrt{x}+2}{2-\sqrt{x}}-\frac{13\sqrt{x}+2}{4-x}$$

$$=\frac{3\sqrt{x}\left(2-\sqrt{x}\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}+\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}-\frac{13\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}$$

$$=\frac{-2x+\sqrt{x}-4\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}$$

$$= \frac{-\sqrt{x}\left(2\sqrt{x}-1\right)-2\left(2\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}$$

$$= \frac{-\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(2-\sqrt{x}\right)}$$

$$= \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$.

c) Với $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ ta có $P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-1} \cdot \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{2\left(\sqrt{x}-1\right)+1}{\sqrt{x}-1} = 2 + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

Để P là số tự nhiên thì $2 + \frac{1}{\sqrt{x}-1}$ là số tự nhiên

Do đó $\frac{1}{\sqrt{x}-1}$ là số tự nhiên khi $1 \vdots \left(\sqrt{x}-1\right)$

Mà $x \in \mathbb{Z}$ nên $\sqrt{x}-1 \in Ư(1) = \{-1;1\}$

Suy ra $x \in \{0;4\}$

Theo đề $x \geq 0; x \neq 1; x \neq 4$ nên $x = 0$

Khi đó: $P = 2 + \frac{1}{\sqrt{0}-1} = 2 + (-1) = 1$ (thoả mãn)

Vậy để P là số tự nhiên thì $x = 0$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Để ủng hộ các bạn học sinh nghèo vùng núi, trong đợt ủng hộ thứ nhất hai lớp 9A và 9B đã quyên góp được 450 cuốn vở mới, sang đợt ủng hộ thứ hai số vở quyên góp được của lớp 9A tăng 15%, số vở quyên góp được của lớp 9B tăng 10%. Vì vậy hai lớp quyên góp được 500 cuốn vở mới. Hỏi trong đợt ủng hộ thứ nhất mỗi lớp đã quyên góp được bao nhiên cuốn vở mới.

2) Cho phương trình $x^2 - 2x + m - 5 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thoả mãn $2x_1 + 3x_2 = 7$.

Lời giải

1) Gọi số cuốn vở mới lớp 9A và lớp 9B quyên góp được trong đợt ủng hộ thứ nhất lần lượt là x và y (đơn vị: cuốn; điều kiện: $x; y \in \mathbb{N}^*, x; y < 450$)

Vì trong đợt ủng hộ thứ nhất lớp 9A và 9B quyên góp được 450 cuốn vở mới nên ta có:

$x + y = 450$ (1)

Trong đợt ủng hộ thứ hai, lớp 9A quyên góp được số cuốn vở mới là: $x + 15\%x = 1,15x$ (cuốn)

Lớp 9B quyên góp được số cuốn vở mới là $y + 10\%y = 1,1y$ (cuốn)

Hai lớp đã quyên góp được 500 cuốn vở mới nên ta có $1,15x + 1,1y = 500$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y = 450 \\ 1,15x + 1,1y = 500 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 450 - y \\ 1,15(450 - y) + 1,1y = 500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 450 - y \\ 517,5 - 1,15y + 1,1y = 500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 450 - y \\ -0,05y = -17,5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 100 \\ y = 350 \end{cases} \text{(thoả mãn)}$$

Vậy trong đợt ủng hộ thứ nhất lớp 9A quyên góp được 100 cuốn, lớp 9B quyên góp được 350 cuốn.

2) Xét phương trình $x^2 - 2x + m - 5 = 0$ có $\Delta = (-2)^2 - 4.1(m-5) = 4 - 4m + 20 = 24 - 4m$

Để phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ thì $\Delta > 0$ hay $24 - 4m > 0$

Suy ra $m < 6$

Áp dụng định lí Viète ta có: $x_1 + x_2 = 2\ (1); x_1x_2 = m - 5\ (2)$

Từ (1) suy ra $x_1 = 2 - x_2$. Thay vào $2x_1 + 3x_2 = 7$ ta có:

$2(2 - x_2) + 3x_2 = 7$

$4 - 2x_2 + 3x_2 = 7$

$x_2 = 3$

Thay $x_2 = 3$ vào $x_1 = 2 - 3 = -1$

Thay $x_1=-1;x_2=3$ vào $x_1=2-x_2$ ta có $-1.3=m-5$.

Suy ra $m=2$ (thoả mãn điều kiện $m<6$)

Vậy $m=2$ thì thoả mãn yêu cầu đề bài.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Người ta làm một thùng chứa nước có dạng hình trụ không có nắp bằng tôn. Diện tích tôn tối thiểu cần để làm thùng đó bằng $5\pi\left(\mathrm{m}^2\right)$ với $\pi\approx3,14$. Tính thể tích của thùng đó biết chiều cao của thùng nước bằng đường kính đáy (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

2) Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$. Vẽ các tiếp tuyến MA,MB của đường tròn (O) (A,B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính AE của đường tròn (O).

a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Qua M kẻ đường thẳng không đi qua tâm O cắt đường tròn (O) tại C,D (điểm C nằm giữa hai điểm M và D), OM cắt AB tại H và cắt đường tròn (O) tại I (I nằm giữa M và O).

Chứng minh $\Delta MCB\backsim\Delta MBD$ và $OH.OM+MC.MD=MO^2$.

c) Chứng minh CI là phân giác của $\widehat{MCH}$.

Lời giải

1) Gọi bán kính đáy của thùng nước là R (m) ($R>0$)

Suy ra chiều cao của thùng nước là $2R$ (m)

Diện tích tôn để làm thùng đó là: $2\pi R.2R+\pi R^2=5\pi\left(\mathrm{m}^2\right)$

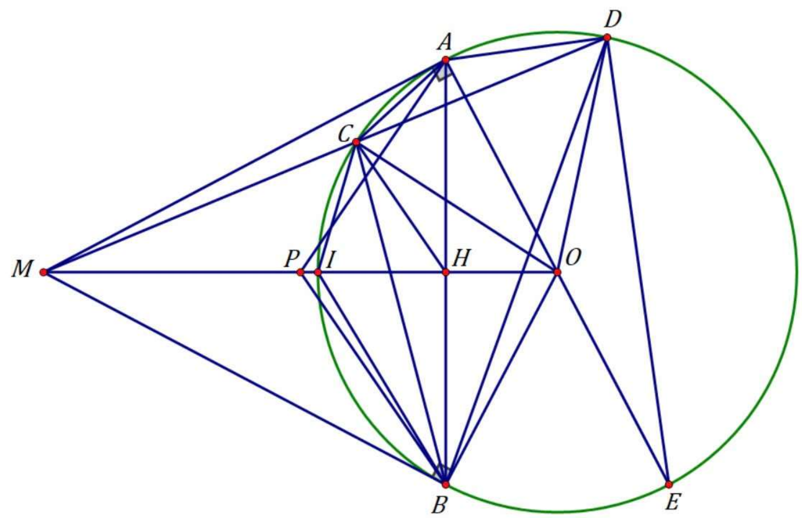
$$4\pi R^2+\pi R^2=5\pi$$

$$5\pi R^2=5\pi$$

$R^2=1$. Suy ra $R=1$

Thể tích của thùng nước đó là: $V=\pi R^2.2R\approx3,14.1^2.2.1\approx6,28\left(\mathrm{m}^3\right)$.

2)



a) Chứng minh tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp

Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA \perp OA, MB \perp OB$

Suy ra $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90^\circ$

Gọi P là trung điểm của MO

Xét ΔAMO vuông tại A có AP là đường trung tuyến nên $PA = PM = PO = \frac{1}{2}MO$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyên trong tam giác vuông)

Xét ΔBMO vuông tại B có BP là đường trung tuyến nên $PB = PM = PO = \frac{1}{2}MO$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyên trong tam giác vuông)

Suy ra $PM = PA = PO = PB = \frac{1}{2}MO$

Do đó M, A, O, B cùng thuộc đường tròn $\left(P; \frac{MO}{2}\right)$

Vậy tứ giác $MAOB$ là tứ giác nội tiếp.

b) Chứng minh $\Delta MCB \backsim \Delta MBD$ và $OH.OM + MC.MD = MO^2$.

+) Xét đường tròn (O) có $\widehat{ADE} = 90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Ta có: $\widehat{ADC} + \widehat{CDE} = 90^\circ$

$\widehat{MAC} + \widehat{CAE} = 90^\circ$

Xét (O) có: $\widehat{CDE} = \widehat{CAE}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset\frown{CE}$)

Suy ra $\widehat{ADC}=\widehat{MAC}$ hay $\widehat{MDA}=\widehat{MAC}$

Xét ΔMAC và ΔMDA có $\widehat{MDA}=\widehat{MAC}$; $\widehat{AMD}$ chung

Suy ra $\Delta MAC \backsim \Delta MDA\,(g.g)$ nên $\dfrac{MA}{MD}=\dfrac{MC}{MA}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Mà $MA=MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau) nên $\dfrac{MB}{MD}=\dfrac{MC}{MB}$

Xét ΔMCB và ΔMBD có: $\widehat{BMD}$ chung; $\dfrac{MB}{MD}=\dfrac{MC}{MB}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta MCB \backsim \Delta MBD\,(c.g.c)$ (điều phải chứng minh)

+) Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA=MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra M thuộc đường trung trực của AB

Mà $OA=OB=R$ nên O thuộc đường trung trực của AB

Suy ra MO là đường trung trực của AB

Do đó $MO\perp AB$ tại H nên $\widehat{OHA}=90^\circ$

Xét ΔOMA và ΔOAH có: $\widehat{OAM}=\widehat{OHA}=90^\circ$; $\widehat{MOA}$ chung

Suy ra $\Delta OMA \backsim \Delta OAH\,(g.g)$ nên $\dfrac{OM}{OA}=\dfrac{OA}{OH}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $OH.OM=OA^2$ (1)

Mặt khác, ta có: $\dfrac{MA}{MD}=\dfrac{MC}{MA}$ (chứng minh trên) suy ra $MC.MD=MA^2$ (2)

Xét ΔAMO vuông tại A có $MO^2=OA^2+MA^2$ (định lý Pythagore)

Từ (1) và (2) suy ra $OH.OM+MC.MD=OA^2+MA^2=MO^2$ (điều phải chứng minh).

c) Chứng minh CI là phân giác của $\widehat{MCH}$.

Từ $\dfrac{MB}{MD}=\dfrac{MC}{MB}$ (chứng minh câu b) suy ra $MC.MD=MB^2$ (3)

Chứng minh được $\Delta MHB \backsim \Delta MBO\,(g.g)$

Do đó $\dfrac{MH}{MB}=\dfrac{MB}{MO}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $MH.MO=MB^2$ (4)

Từ (3) và (4) suy ra $MC.MD=MH.MO$ hay $\dfrac{MC}{MO}=\dfrac{MH}{MD}$

Xét ΔMCH và ΔMOD có: $\widehat{OMD}$ chung; $\dfrac{MC}{MO}=\dfrac{MH}{MD}$ (chứng minh trên)

Do đó $\Delta MCH \backsim \Delta MOD\ (c.g.c)$ nên $\widehat{MCH} = \widehat{MOD}$ (hai góc tương ứng) (5)

Vì tứ giác $BICD$ nội tiếp đường tròn (O) nên $\widehat{ICD} + \widehat{IBD} = 180^\circ$ (hai góc đối nhau)

Mà $\widehat{ICD} + \widehat{MCI} = 180^\circ$ (hai góc kề bù) suy ra $\widehat{IBD} = \widehat{MCI}$ (6)

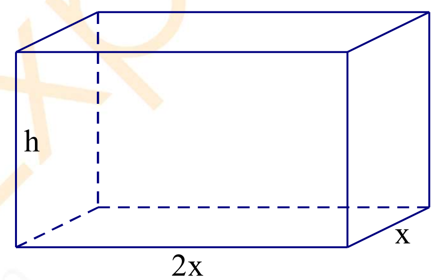
Lại có $\widehat{MOD} = \widehat{IOD} = 2.\widehat{IBD}$ (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{ID}$) (7)

Từ (5), (6), (7) suy ra $\widehat{MCH} = 2.\widehat{MCI}$

Do đó CI là phân giác của $\widehat{MCH}$ (điều phải chứng minh).

Câu V. (0,5 điểm) Ông Bình dự định sử dụng hết 24 m² kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Thể tích bể cá lớn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải



Gọi chiều rộng của bể cá là x (m) $(x > 0)$.

Khi đó chiều dài của bể cá là $2x$ (m).

Diện tích các mặt của bể cá (không tính nắp) là:
$x.2x + 2.h.x + 2.h.2x = 2x^2 + 6hx = 24$

Do đó $x^2 + 3hx = 12$, suy ra $h = \dfrac{12 - x^2}{3x} > 0$ nên $0 < x < \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.

Thể tích của bể cá là $V = x.2x.\dfrac{12 - x^2}{3x} = \dfrac{1}{3}\left(24x - 2x^3\right)$.

Ta có $24x - 2x^3 = 32 - 2(x+4)(x-2)^2$. Mà $0 < x < 2\sqrt{3}$ nên $x + 4 > 0$ và $(x-2)^2 \ge 0$

Suy ra $0 < 24x - 2x^3 = 32 - 2(x+4)(x-2)^2 \le 32$ với mọi x thỏa mãn $0 < x < 2\sqrt{3}$.

Do đó $V = \dfrac{1}{3}\left(24x - 2x^3\right) \le \dfrac{32}{3}$, dấu bằng khi $x = 2$.

Vậy thể tích lớn nhất của bể cá bằng $\dfrac{32}{3}$ m³.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 4
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm) Cho $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$; $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{12}{4-x}$ với $x\ge 0; x\ne 4$

a) Tính giá trị biểu thức A tại $x=25$

b) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$

c) Biết $P=A.B$. Tính giá trị của x để $|P|>P$.

Lời giải

a) Thay $x=25$ (thỏa mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\dfrac{\sqrt{25}-2}{\sqrt{25}+2}=\dfrac{5-2}{5+2}=\dfrac{3}{7}$

Vậy $A=\dfrac{3}{7}$ tại $x=25$.

b) Với $x\ge 0; x\ne 4$ ta có: $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{3}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{12}{4-x}$

$$=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{12}{x-4}$$

$$=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}-\frac{3}{\sqrt{x}+2}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{3\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+4\sqrt{x}+4-3\sqrt{x}+6-12}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ với $x\ge 0; x\ne 4$.

c) Với $x \geq 0; x \neq 4$ ta có:

$$P = A.B = \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

Để $|P| > P$ thì $P < 0$ hay $\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} < 0$.

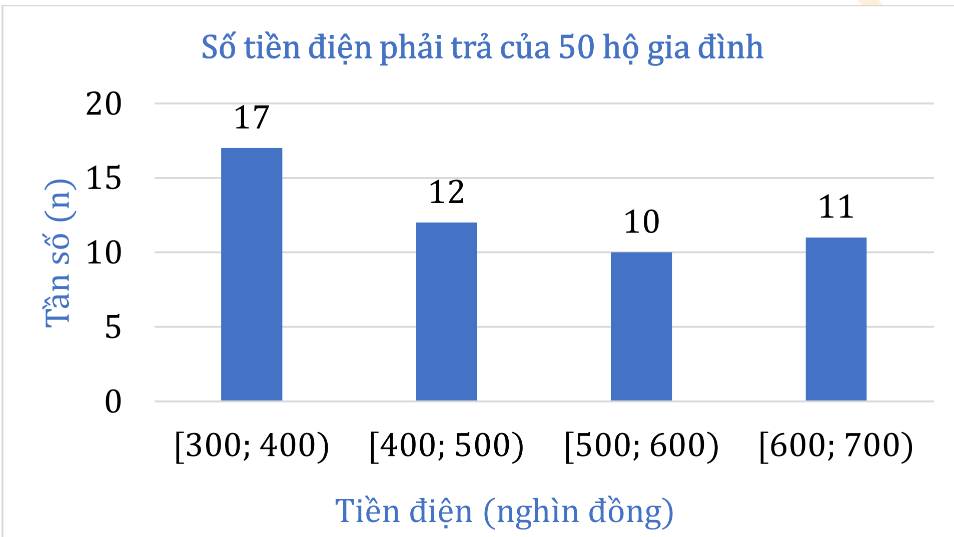
Với $x \geq 0$ ta có: $\sqrt{x} > 0$ suy ra $\sqrt{x}+2 > 0$. Do đó $\sqrt{x}-1 < 0$ hay $x < 1$.

Kết hợp với điều kiện xác định, ta có: $0 \leq x < 1$

Vậy $0 \leq x < 1$ thì $|P| > P$.

Câu II (2,0 điểm)

1) Sau khi điều tra số tiền điện phải trả của 50 hộ gia đình trong một tháng (đơn vị: nghìn đồng), người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[500;600)$.

2) Một hộp có 25 quả bóng được đánh số thứ tự từ 1 đến 25. Xét phép thử "Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp". Tính xác suất của biến cố A: "Lấy được quả bóng được đánh số chia hết cho 3".

Lời giải

1) Từ biểu đồ tần số ghép nhóm, ta thấy:

Tần số ghép nhóm của nhóm $[300;400)$ là 17 Tần số ghép nhóm của nhóm $[400;500)$ là 12

Tần số ghép nhóm của nhóm $[500;600)$ là 10 Tần số ghép nhóm của nhóm $[600;700)$ là 11

Do đó tổng tần số ghép nhóm của các nhóm là: 17 + 12 + 10 + 11 = 50

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[500;600)$ là: $\frac{10}{50} \cdot 100\% = 20\%$.

Vậy nhóm $[500;600)$ có tần số ghép nhóm là 10 và tần số tương đối ghép nhóm là 20%.

2) Xét phép thử: "Lấy ngẫu nhiên 1 quả bóng từ hộp".

Các kết quả có thể xảy ra là $\Omega = \{1;2;3;4;...;24;25\}$.

Tập Ω là có 25 phần tử nên có 25 kết quả có thể xảy ra và 25 kết quả này là đồng khả năng.

Xét biến cố A: "Lấy được quả bóng được đánh số chia hết cho 3".

Có 8 kết quả thuận lợi của biến cố A là: $3;6;9;12;15;18;21;24$.

Suy ra $P(A) = \dfrac{8}{25} = 0,32$

Vậy xác suất của biến cố A là 0,32.

Câu III (2,0 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Theo kế hoạch, hai xí nghiệp A và B phải làm tổng cộng 1000 sản phẩm cùng loại. Nhưng thực tế do cải tiến kỹ thuật, xí nghiệp A hoàn thành vượt mức 12% còn xí nghiệp B hoàn thành vượt mức 15% so với kế hoạch. Do đó thực tế hai xí nghiệp làm được tổng cộng 1138 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi xí nghiệp phải làm theo kế hoạch?

2) Phương trình $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (m là tham số) có một nghiệm là $x = 1 + \sqrt{7}$. Tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$

Lời giải

1) Gọi số sản phẩm phải làm theo kế hoạch của xí nghiệp A và xí nghiệp B lần lượt là x, y (sản phẩm, $x, y \in \mathbb{N}^*$)

Do theo kế hoạch hai xí nghiệp A và B phải làm 1000 sản phẩm cùng loại, nên ta có phương trình:

$$x + y = 1000 \quad (1)$$

Tổng sản phẩm xí nghiệp A thực tế phải làm là: $x + x.12\% = 1,12x$ (sản phẩm)

Tổng sản phẩm xí nghiệp B thực tế phải làm là: $y + y.15\% = 1,15y$ (sản phẩm)

Do đó thực tế hai xí nghiệp làm được tổng cộng 1138 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,12x + 1,15y = 1138 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 1000 \\ 1,12x + 1,15y = 1138 \end{cases}$

$$\begin{cases} x = 1000 - y \\ 1,12.(1000 - y) + 1,15y = 1138 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1000 - y \\ 1120 - 1,12y + 1,15y = 1138 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1000 - y \\ 0,03y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases} \quad \text{(thoả mãn)}$$

Vậy theo kế hoạch xí nghiệp A phải làm 400 sản phẩm, xí nghiệp B phải làm 600 sản phẩm.

2) Xét phương trình: $x^2 - 2x - m + 1 = 0$ (1)

Thay $x = 1 + \sqrt{7}$ vào phương trình (1) ta có:

$\left(1+\sqrt{7}\right)^2 - 2\left(1+\sqrt{7}\right) - m + 1 = 0$

$1 + 2\sqrt{7} + 7 - 2 - 2\sqrt{7} - m + 1 = 0$

$7 - m = 0$ hay $m = 7$

Khi đó phương trình đã cho trở thành $x^2 - 2x - 6 = 0$

Ta có: $ac = -6 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$

Áp dụng định lí Viète ta có: $x_1 + x_2 = 2$; $x_1x_2 = -6$

Ta có: $A = x_1^2x_2 + x_2^2x_1 = x_1x_2.\left(x_1 + x_2\right) = -6.2 = -12$

Vậy $A = -12$.

Câu IV (3,5 điểm)

1) Một bể cá mini có dạng hình cầu, đường kính trong lòng bể là 18cm. Ban đầu bể chưa có gì, sau đó người ta đổ vào bể 6 cốc nước, mỗi cốc chứa $350\ ml$ nước.

a) Tính thể tích của bể cá mini.

b) Hỏi lượng nước trong bể chiếm bao nhiêu phần trăm thể tích của bể? (*Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*)

2) Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đoạn OB lấy điểm C, gọi I là trung điểm của đoạn AC. Vẽ dây cung MN của (O) vuông góc với AB tại I. Từ C kẻ CE vuông góc với BM tại E.

a) Chứng minh: Tứ giác $CIME$ nội tiếp.

b) Chứng minh: $IM.IN = IA.IB$.

c) Chứng minh: Ba điểm N, C, E thẳng hàng.

Lời giải

1)

a) Bán kính của bể cá là $R = 18 : 2 = 9\ (cm)$

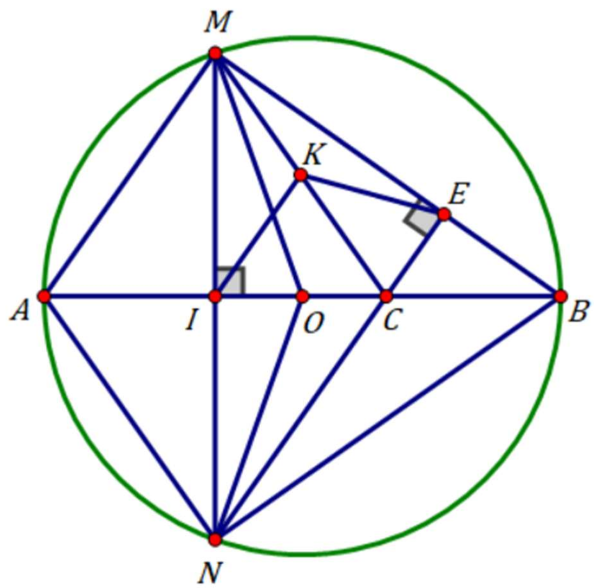
Thể tích của bể cá mini là $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.9^3 = 972\pi \approx 3053,63\ \left(cm^3\right)$

b) Đổi $350\ ml = 350\ cm^3$.

Thể tích của 6 cốc nước trong bể cá là $6.350 = 2100\ \left(cm^3\right)$

Lượng nước trong bể chiếm số phần trăm thể tích của bể là $\dfrac{2100}{3053,63}.100\% \approx 68,77\%$.

2)



a) Chứng minh: Tứ giác $CIME$ nội tiếp

Vì $MN \perp AB, CE \perp BM$ nên $\widehat{MIC} = \widehat{CEM} = 90°$

Gọi K là trung điểm của MC

Xét ΔMIC vuông tại I có IK là đường trung tuyến nên $KI = KM = KC = \dfrac{1}{2}MC$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔCEM vuông tại E có EK là đường trung tuyến nên $KE = KM = KC = \dfrac{1}{2}MC$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $KC = KI = KM = KE = \dfrac{1}{2}MC$

Do đó C, I, M, E cùng thuộc đường tròn $\left(K; \dfrac{MC}{2}\right)$

Vậy tứ giác $CIME$ nội tiếp (điều phải chứng minh)

b) Chứng minh: $IM.IN = IA.IB$.

Xét ΔIMB và ΔIAN có:

$\widehat{MIB} = \widehat{AIN} = 90°$;

$\widehat{IMB}=\widehat{IAN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BN}$)

Suy ra $\Delta IMB \backsim \Delta IAN\left(g.g\right)$

Do đó $\dfrac{IM}{IB}=\dfrac{IA}{IN}$(cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $IM.IN=IA.IB$ (điều phải chứng minh).

c) Chứng minh: Ba điểm N,C,E thẳng hàng.

Xét ΔOMN cân tại O (do $OM=ON$) có OI là đường cao đồng thời là đường trung tuyến.

Do đó I là trung điểm của MN

Xét tứ giác $AMCN$ có hai đường chéo AC và MN vuông góc và cắt nhau tại trung điểm I của mỗi đường nên tứ giác $AMCN$ là hình thoi (dấu hiệu nhận biết)

Suy ra $NC \parallel AM$ (tính chất)

Mặt khác, xét đường tròn $\left(O\right)$ có $\widehat{AMB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AM\perp MB$.

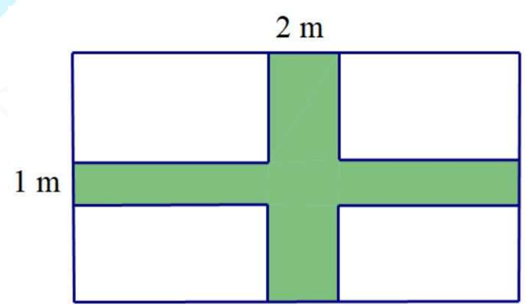
Suy ra $NC\perp MB$ (quan hệ từ vuông góc đến song song)

Mà $CE\perp MB$ (theo giả thiết) nên $CE\equiv NC$

hay N,C,E thẳng hàng (điều phải chứng minh).

Câu V (0,5 điểm)

Một mảnh đất hình chữ nhật có diện tích 128 m². Người ta làm lối đi trong mảnh đất như hình vẽ. Phần đất còn lại trồng cây ăn quả. Tính các kích thước của mảnh đất để diện tích trồng cây ăn quả là lớn nhất và tính diện tích lớn nhất đó.



Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng của mảnh đất lần lượt là: $x,\ y$ $\left(\text{m};\ x\ge y>0\right)$

Do diện tích của mảnh đất là 128 m² nên $xy=128$

Diện tích lối đi là $y\cdot 2+x\cdot 1-1\cdot 2=x+2y-2$ (m²)

Diện tích đất trồng cây ăn quả là: $xy-\left(x+2y-2\right)=128+2-\left(x+2y\right)=130-\left(x+2y\right)$ (m²)

Đặt $P=130-\left(x+2y\right)$

Có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\ge 0$ với mọi a,b không âm

Hay $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ (*). Dấu "=" xảy ra khi $a=b$.

Áp dụng BĐT (*) với $a=x,b=2y$ ta được $x+2y\geq 2\sqrt{2xy}=2\sqrt{2\cdot 128}=2\cdot 16$

Suy ra $P\leq 130-2\cdot 16=98$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}x=2y\\ xy=128\end{cases}$ hay $\begin{cases}x=16\\ y=8\end{cases}$

Vậy kích thước của mảnh đất là chiều dài 16m và chiều rộng 8m thì phần đất trồng cây ăn quả có diện tích lớn nhất và bằng $98\,m^2$.

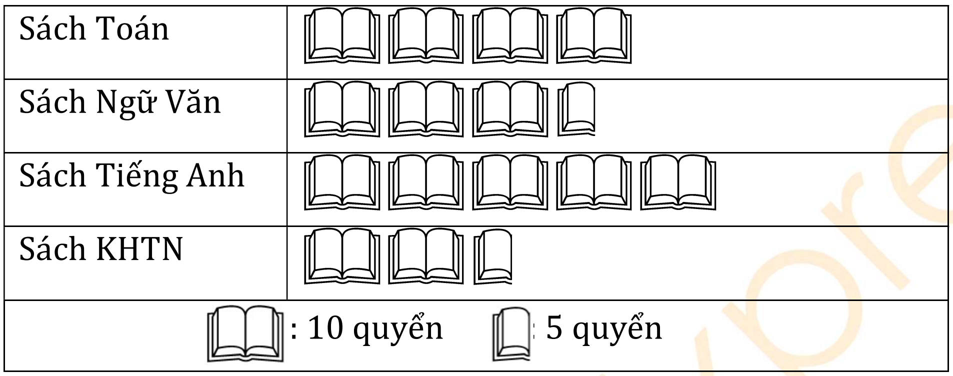
------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 5
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Trong một đợt quyên góp sách giáo khoa cũ của khối 9, số sách học sinh lớp 9A quyên góp được thống kê và phân loại qua biểu đồ tranh sau:



a) Lập bảng thống kê số lượng các loại sách lớp 9A đã quyên góp được.

b) Hỏi số sách Tiếng Anh chiếm bao nhiêu % so với tổng số sách lớp 9A quyên góp được? (làm tròn kết quả tới chữ số thập phân thứ hai).

2) Trong tổng số sách lớp 9A quyên góp được, lấy một quyển sách bất kì. Tính xác suất của biến cố: *"Quyển sách lấy được là sách Toán hoặc sách Ngữ văn"*.

Lời giải

1) a) Theo biểu đồ tranh trên, ta có:

Số sách Toán lớp 9A quyên góp được là $4.10 = 40$ (quyển)

Số sách Ngữ Văn lớp 9A quyên góp được là $3.10 + 5 = 35$ (quyển)

Số sách Tiếng Anh lớp 9A quyên góp được là $5.10 = 50$ (quyển)

Số sách KHTN lớp 9A quyên góp được là $2.10 + 5 = 25$ (quyển)

Ta có bảng thống kê như sau:

Loại sách	Toán	Văn	Anh	KHTN
Số lượng (quyển)	40	35	50	25

b) Tổng số sách lớp 9A quyên góp được là $40 + 35 + 50 + 25 = 150$ (quyển)

Số sách Tiếng Anh đã quyên góp chiếm $\frac{50}{150} \cdot 100\% \approx 33,33\%$ tổng số sách lớp 9A quyên góp được.

2) Lấy một quyển sách bất kì từ 150 quyển sách nên có 150 kết quả có thể xảy ra và 150 kết quả này là đồng khả năng.

Gọi A là biến cố: *"Quyển sách lấy được là sách Toán hoặc sách Ngữ văn"*.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là $40+35=75$

Suy ra xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{75}{150}=\frac{1}{2}$

Vậy xác suất của biến cố: *"Quyển sách lấy được là sách Toán hoặc sách Ngữ văn"* là $\frac{1}{2}$.

Câu II. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức $A=\frac{8}{\sqrt{x}+8}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x\ge 0, x\ne 9$

a) Tính giá trị của A khi $x=64$

b) Chứng minh rằng $B=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$.

c) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $P=A.B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất.

Lời giải

a) Thay $x=64$ (thoả mãn điều kiện) vào biểu thức A ta được: $A=\frac{8}{\sqrt{64}+8}=\frac{1}{2}$

Vậy $x=64$ thì $A=\frac{1}{2}$.

b) Với $x\ge 0; x\ne 9$ ta có

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}+\frac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{2\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$=\frac{x+5\sqrt{x}-24}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+8\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$ với $x\ge 0; x\ne 9$.

c) Với $x \geq 0; x \neq 9$ ta có: $P = A.B = \dfrac{8}{\sqrt{x}+8}.\dfrac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3} = \dfrac{8}{\sqrt{x}+3}$

Do $x \geq 0$ nên $\sqrt{x}+3 \geq 3$ suy ra $0 < \dfrac{8}{\sqrt{x}+3} \leq \dfrac{8}{3}$ hay $0 < P \leq \dfrac{8}{3}$

P có giá trị nguyên lớn nhất khi $P = 2$ khi đó $\dfrac{8}{\sqrt{x}+3} = 2$ hay $\sqrt{x}+3 = 4$.

Suy ra $x = 1$ (thoả mãn)

Vậy P đạt giá trị nguyên lớn nhất bằng 2 khi $x = 1$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một mảnh đất hình chữ nhật có chu vi 160 m. Nếu tăng chiều rộng thêm 10 m, giảm chiều dài đi 10m thì diện tích của mảnh đất sẽ tăng thêm 100m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của mảnh đất.

2) Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 3 = 0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) Gọi chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho lần lượt là $x(\text{m}),\ y(\text{m})$.

Điều kiện: $10 < x < 80;\ 0 < y < 80$.

Diện tích hình chữ nhật ban đầu là $x.y\left(\text{m}^2\right)$

Chu vi hình chữ nhật là 160m nên ta có $2(x+y) = 160(\text{m})$ hay $x + y = 80(\text{m})\ (1)$.

Diện tích hình chữ nhật khi chiều rộng tăng thêm 10m, giảm chiều dài đi 10m là:

$$(x-10)(y+10)\ \left(\text{m}^2\right)$$

Vì nếu tăng chiều rộng thêm 10m, giảm chiều dài đi 10m thì diện tích của mảnh đất sẽ tăng thêm 100m^2 nên ta có phương trình: $(x-10)(y+10) = xy + 100$ hay $x - y = 20\ (1)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=80 \\ x-y=20 \end{cases}$ suy ra $\begin{cases} x=50 \\ y=30 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật đã cho lần lượt là 50 m và 30 m.

2) Xét phương trình $x^2 - 2(m-1)x - 3 = 0$ có $\Delta' = \left[-(m-1)^2\right] - 1.(-3) = (m-1)^2 + 3$

Vì $(m-1)^2 \geq 0\ \forall m$ nên $(m-1)^2 + 3 \geq 3 > 0\ \forall m$ hay $\Delta' > 0\ \forall m$

Do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng định lí Viète ta có: $x_1+x_2=2(m-1);x_1x_2=-3$

Ta có $P=x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=4(m-1)^2-2.(-3)=4(m-1)^2+6$

Vì $(m-1)^2\ge 0\ \forall m$ nên $P=4(m-1)^2+6\ge 6\ \forall m$

Dấu "=" xảy ra khi $m-1=0$ hay $m=1$

Vậy $m=1$ thì P đạt giá trị nhỏ nhất là 6.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Trong chuyện ngụ ngôn La Phông-ten, Cò mời Cáo đến ăn tiệc là món súp hảo hạng được cho vào 1 cái bình hình trụ, có bán kính đáy là 4 cm, chiều cao 30 cm. Cò đổ súp vào bình cao 10 cm và mời Cáo dùng bữa. Cổ của Cáo quá ngắn nên không thể lấy được súp, Cáo nhìn quanh và phát hiện ra nhà Cò có những viên sỏi hình cầu giống hệt nhau, bán kính là 2 cm. Cáo bèn cho từng viên sỏi vào bình súp đến khi súp dâng lên vừa đầy đến miệng bình rồi Cáo thảnh thơi ăn súp. Hỏi Cáo đã cho vào bình bao nhiêu viên sỏi?

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn $(O;R)$. Các đường cao BE,CF cắt nhau tại H, cắt đường tròn $(O;R)$ lần lượt tại M và N.

a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh MN song song với EF và $OA\perp MN$.

c) Chứng minh $\dfrac{MN}{AH}<2$.

Lời giải

1) Thể tích của các viên sỏi cho vào bằng thể tích của hình trụ với chiều cao là $30-10=20$ (cm)

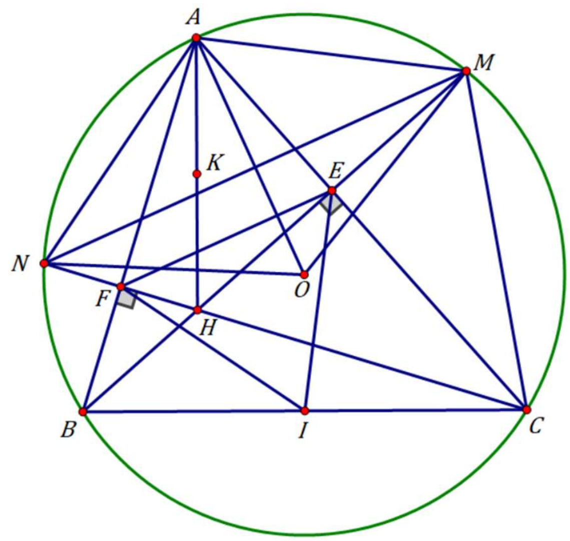
Do đó thể tích của các viên sỏi là $\pi R^2h=\pi.4^2.20=320\pi$ (cm³)

Thể tích của mỗi viên sỏi là $\dfrac{4}{3}\pi.R^3=\dfrac{4}{3}\pi.2^3=\dfrac{32}{3}\pi$ (cm³)

Số lượng viên sỏi đã thêm vào là: $320\pi:\left(\dfrac{32}{3}\pi\right)=30$ (viên).

Vậy Cáo đã cho vào bình 30 viên sỏi.

2)



a) Chứng minh tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

Vì BE,CF là đường cao của ΔABC nên $\widehat{BEC}=\widehat{CFB}=90^\circ$

Gọi I là trung điểm của BC

Xét ΔBEC vuông tại E có EI là đường trung tuyến nên $IE=IB=IC=\frac{1}{2}BC$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔCFB vuông tại F có FI là đường trung tuyến nên $IF=IB=IC=\frac{1}{2}BC$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $IB=IC=IE=IF=\frac{1}{2}BC$

Do đó B,C,E,F cùng thuộc đường tròn $\left(I;\frac{BC}{2}\right)$

Vậy tứ giác $BCEF$ nội tiếp.

b) Chứng minh MN song song với EF và $OA\perp MN$.

+) Vì tứ giác $BCEF$ nội tiếp nên $\widehat{BEF}=\widehat{BCF}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BF}$)

Hay $\widehat{BEF}=\widehat{BCN}$

Xét đường tròn (O) có $\widehat{BMN}=\widehat{BCN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{NB}$)

Suy ra $\widehat{BEF}=\widehat{BMN}$, mà hai góc này ở vị trí đồng vị

Do đó $MN \parallel EF$ (dấu hiệu nhận biết) (điều phải chứng minh).

+) Xét ΔABE vuông tại E nên $\widehat{ABE}+\widehat{EAF}=90^\circ$ (hai góc phụ nhau)

Xét ΔACF vuông tại F nên $\widehat{ACF}+\widehat{EAF}=90^\circ$ (hai góc phụ nhau)

Suy ra $\widehat{ABE} = \widehat{ACF}$ hay $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$

Xét đường tròn (O) có: $\widehat{ABM} = \widehat{ANM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$)

$\widehat{ACN} = \widehat{AMN}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AN}$)

Suy ra $\widehat{ANM} = \widehat{AMN}$

Do đó ΔAMN cân tại A nên $AM = AN$

Lại có $OM = ON = R$

Suy ra O, A cùng thuộc đường trung trực của MN

Do đó OA là đường trung trực của MN nên $OA \perp MN$ (điều phải chứng minh).

c) Chứng minh $\dfrac{MN}{AH} < 2$.

Vì $\widehat{ABM} = \widehat{ACN}$ (cmt)

Xét (O) có: $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{AM}$)

Suy ra $\widehat{ACM} = \widehat{ACN}$. Do đó CE là phân giác của $\widehat{HCM}$

Xét ΔHCM có CE là đường cao đồng thời là phân giác nên ΔHCM cân tại C

Do đó CE đồng thời là đường trung tuyến

Suy ra E là trung điểm của HM

Xét ΔHMN có $EF \,//\, MN$ (chứng minh câu b), E là trung điểm của HM

Suy ra F là trung điểm của HN

Do đó EF là đường trung bình của ΔHMN

Nên $MN = 2EF$ (tính chất đường trung bình) (1)

Gọi K là trung điểm của AH

Chứng minh được tứ giác $AEHF$ nội tiếp đường tròn $\left(K; \dfrac{AH}{2}\right)$

Suy ra $EF < AH$ (AH là đường kính đồng thời là dây cung lớn nhất)

Hay $2EF < 2AH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $MN < 2AH$ hay $\dfrac{MN}{AH} < 2$ (điều phải chứng minh).

Câu V. (0,5 điểm) Từ một sợi dây thép dài $8\,\text{dm}$, người ta uốn thành một hình chữ nhật. Trong các hình chữ nhật có thể uốn được thành hình nào có diện tích lớn nhất?

Lời giải

Gọi độ dài các cạnh của hình chữ nhật uốn được là a (dm) và b (dm) ($a \geq b > 0$)

Chu vi hình chữ nhật uốn được là: $2(a+b)(dm)$

Vì sợi dây thép dài 8 dm nên: $2.(a+b)=8$ hay $a+b=4$

Diện tích hình chữ nhật uốn được là $a.b\left(dm^2\right)$

Với a,b không âm ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0$. Suy ra $a+b \geq 2\sqrt{ab}$

Hay $4 \geq 2\sqrt{ab}$. Suy ra $\sqrt{ab} \leq 2$ hay $ab \leq 4$

Dấu "$=$" xảy ra khi $a=b=2$ (thỏa mãn)

Vậy trong các hình chữ nhật có thể uốn được hình vuông có diện tích lớn nhất là 4dm^2, mỗi cạnh hình vuông là 2 dm.

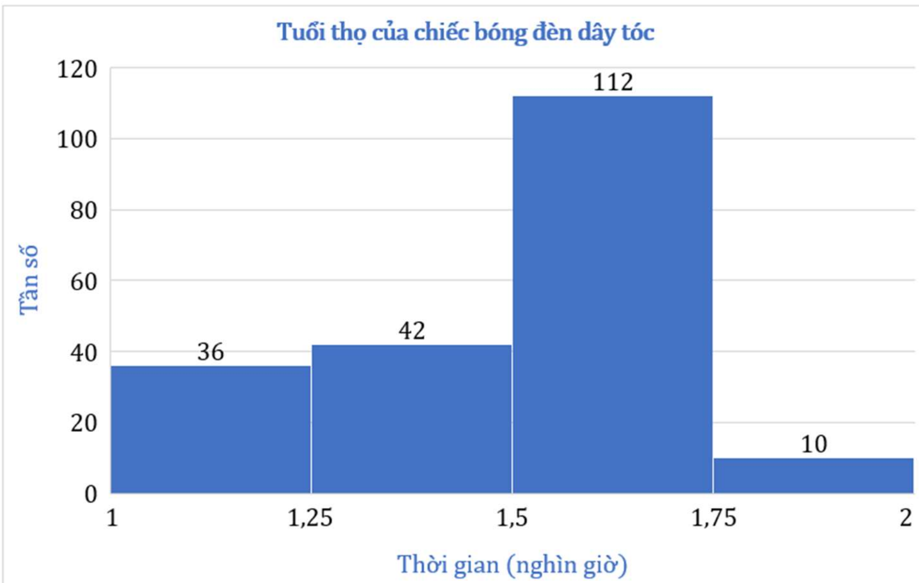
------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 6
SÁCH KẾT NỐI TRI THỨC

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I. (1,5 điểm)

1) Sau khi thống kê tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của 200 chiếc bóng đèn dây tóc trong một lô sản suất, người ta có biểu đồ tần số ghép nhóm dưới đây:



Tìm tần số ghép nhóm và tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[1,5\,;1,75)$.

2) Một hộp bi có 12 viên bi đen, 3 viên bi trắng có cùng kích thước. Xét phép thử "Bốc một viên bi bất kì" và biến cố M : "Bốc được viên bi trắng". Tính xác suất biến cố M .

Lời giải

1) Từ biểu đồ tần số ghép nhóm, ta thấy:

Tần số ghép nhóm của nhóm $[1;1,25)$ là 36 — Tần số ghép nhóm của nhóm $[1,25;1,5)$ là 42

Tần số ghép nhóm của nhóm $[1,5;1,75)$ là 112 — Tần số ghép nhóm của nhóm $[1,75;2)$ là 10

Do đó tổng tần số ghép nhóm của các nhóm là: $36 + 112 + 42 + 10 = 200$

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm $[1,5;1,75)$ là: $\frac{112}{200}\cdot 100\% = 56\%$.

Vậy nhóm $[1,5;1,75)$ có tần số ghép nhóm là 10 và tần số tương đối ghép nhóm là 56%.

2) Xét phép thử "bốc một viên bi bất kì"

Số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $n(\Omega) = 12 + 3 = 15$

Do các viên bi có cùng kích thước nên các kết quả trên là đồng khả năng.

Xét biến cố M : "Bốc được viên bi trắng"

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố M .

Suy ra xác suất của biến cố M là $P(M)=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

Vậy xác suất của biến cố M là $\frac{1}{5}$.

Câu II. (2,0 điểm) Cho hai biểu thức: $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{2x}{x-9}$ và $B=\frac{x+16}{\sqrt{x}-3}$ (với $x\ge 0;x\ne 9$)

a) Tính giá trị của biểu thức B tại $x=4$.

b) Rút gọn biểu thức A.

c) Tìm giá trị x là số chính phương để $B\le 8A$.

Lời giải

a) Thay $x=4$ (thoả mãn điều kiện xác định) và biểu thức B ta có: $B=\frac{4+16}{\sqrt{4}-3}=\frac{20}{-1}=-20$

Vậy $B=-20$ tại $x=4$.

b) Với $x\ge 0;x\ne 9$ ta có:

$$A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-\frac{2x}{x-9}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}+\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}-\frac{2x}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{x-3\sqrt{x}+2x+6\sqrt{x}-2x}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{x+3\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+3\right)}$$

$$A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$$

Vậy $A=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ với $x\ge 0;x\ne 9$.

c) Để $B \le 8A$ thì $\dfrac{x+16}{\sqrt{x}-3} \le \dfrac{8\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

$$\frac{x+16}{\sqrt{x}-3} - \frac{8\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} \le 0$$

$$\frac{\left(\sqrt{x}-4\right)^2}{\sqrt{x}-3} \le 0$$

TH1: $\dfrac{\left(\sqrt{x}-4\right)^2}{\sqrt{x}-3} = 0$. Suy ra $\sqrt{x}-4=0$ hay $x=16$ (thoả mãn)

TH2: $\dfrac{\left(\sqrt{x}-4\right)^2}{\sqrt{x}-3} < 0$. Suy ra $\sqrt{x}-3<0$ (vì $\left(\sqrt{x}-4\right)^2 \ge 0\ \forall x \ge 0; x \ne 9$)

Suy ra $x<9$

Kết hợp với điều kiện $x \ge 0; x \ne 9$ suy ra $0 \le x < 9$. Suy ra $x=16$ hoặc $0 \le x < 9$

Mà x là số chính phương nên $x \in \{0;1;4;16\}$

Vậy $x \in \{0;1;4;16\}$ thì $B \le 8A$.

Câu III. (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình*

Một phân xưởng sản xuất thiết bị y tế theo kế hoạch phải sản xuất 1100 nhiệt kế điện tử phục vụ công tác đo thân nhiệt để phòng chống dịch bệnh trong một thời gian quy định. Nhưng do tình hình dịch bệnh diễn biến phức tạp, để đáp ứng nhu cầu nhiệt kế diện tử của thị trường, mỗi ngày phân xưởng đã sản xuất vượt mức 5 nhiệt kế nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định là 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất bao nhiêu nhiệt kế điện tử?

2) Cho phương trình $x^2-(m+2)x+m+1=0$. Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 = 3x_2$.

Lời giải

1) Gọi số nhiệt kế điện tử mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất theo kế hoạch là x (nhiệt kế) $\left(x \in \mathbb{N}^*; x<1100\right)$

Theo kế hoạch, thời gian phân xưởng hoàn thành sản xuất là: $\frac{1100}{x}$ (ngày)

Vì thực tế mỗi ngày phân xưởng sản xuất vượt mức 5 nhiệt kế nên mỗi ngày phân xưởng đã sản xuất số nhiệt kế là: $x+5$ (nhiệt kế)

Thực tế, thời gian phân xưởng hoàn thành sản xuất là: $\frac{1100}{x+5}$ (ngày)

Vì thực tế hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày nên ta có phương trình:

$$\frac{1100}{x}-\frac{1100}{x+5}=2$$

$$\frac{1100(x+5)}{x(x+5)}-\frac{1100x}{x(x+5)}=\frac{2x(x+5)}{x(x+5)}$$

$$1100x+5500-1100x=2x^2+10x$$

$$2x^2+10x-5500=0$$

$$x^2+5x-2750=0$$

$$(x-50)(x+55)=0$$

TH1: $x-50=0$ hay $x=50$ (thoả mãn)

TH2: $x+55=0$ hay $x=-55$ (không thoả mãn)

Vậy theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng sản xuất 50 nhiệt kế.

2) Xét phương trình $x^2-(m+2)x+m+1=0$

Có $\Delta=\left[-(m+2)\right]^2-4.(m+1)=m^2+4m+4-4m-4=m^2$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta>0$ hay $m^2>0$

Mà $m^2\ge 0\ \forall m$. Suy ra $m\ne 0$

Áp dụng hệ thức Viète ta có $x_1+x_2=m+2$; $x_1x_2=m+1$

Suy ra $x_1+x_2=x_1x_2+1$

$x_1x_2-x_1-x_2+1=0$

$x_1(x_2-1)-(x_2-1)=0$

$(x_1-1)(x_2-1)=0$

TH1: $x_1-1=0$. Suy ra $x_1=1, x_2=m+2-1=m+1$

Thay vào $2x_1=3x_2$ ta có $2.1=3(m+1)$

$$3m+3=2$$

$$3m=-1$$

$$m=\frac{-1}{3}\text{ (thoả mãn)}$$

TH2: $x_2-1=0$. Suy ra $x_2=1, x_1=m+2-1=m+1$

Thay vào $2x_1=3x_2$ ta có $2(m+1)=3.1$

$$2m+2=3$$
$$2m=1$$
$$m=\frac{1}{2}\text{ (thoả mãn)}$$

Vậy $m\in\left\{\frac{-1}{3};\frac{1}{2}\right\}$ thì phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $2x_1=3x_2$.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Bác Hà thuê xe cải tiến (Hình a) chuyển một đống cát có dạng hình nón với chu vi đáy $10,56\,\text{m}$ và chiều cao là $1,5\,\text{m}$ (Hình b) để xây tường nhà.

a) Tính thể tích của đống cát có dạng hình trụ.

b) Biết thùng chứa của xe có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước dài $2,15\,\text{m}$, rộng $1,2\,\text{m}$ và cao $0,4\,\text{m}$. Trong mỗi chuyến xe, bác Hà chở lượng cát ít hơn thể tích thực của xe là 5%. Hỏi bác Hà cần phải chuẩn bị ít nhất bao nhiêu tiền để chuyển hết đống cát trên, biết rằng giá vận chuyển của một chuyến xe là 110000 đồng? (Giả sử hao hụt do quá trình vận chuyển không đáng kể)

Hình a

Hình b

2) Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) $(AB<AC)$, hai đường cao AN, CK cắt nhau tại H.

a) Chứng minh: Bốn điểm B,K,H,N cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.

b) Gọi E là trung điểm của AC.

Chứng minh: $\widehat{KBH}=\widehat{KCA}$ và KE là tiếp tuyến của đường tròn (I).

c) Đường tròn (I) cắt (O) tại M. Chứng minh BM vuông góc với ME.

Lời giải

1) a) Bán kính đáy của đống cát có dạng hình trụ là $R=\frac{10,56}{2\pi}(m)$

Thể tích của đống cát có dạng hình trụ là $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{10,56}{2\pi}\right)^2.1,5=\frac{8712}{625\pi}(m^3)$

b) Thể tích thùng chứa của xe là $2,15.1,2.0,4=1,032\left(m^3\right)$

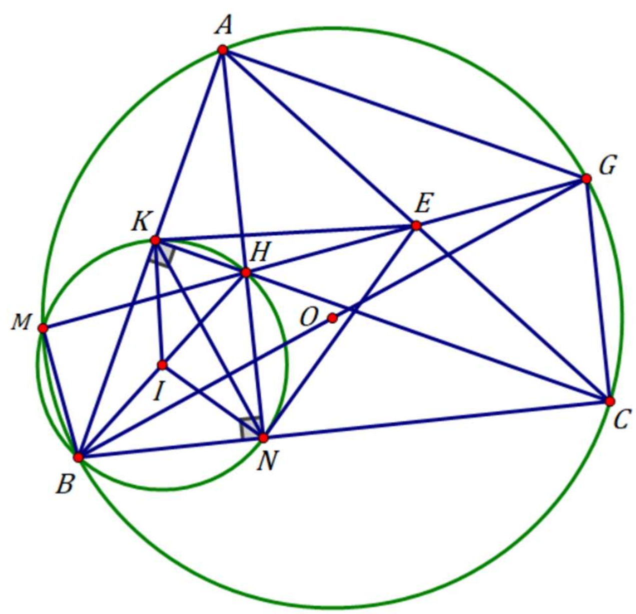
Thể tích thực của xe khi chở cát là $1,032.95\%=0,9804\left(m^3\right)$

Số chuyến xe cần để chuyển hết đống cát trên là $\frac{8712}{625\pi}:0,9804\approx 4,5$

Do vậy cần ít nhất 5 xe.

Bác Hà cần phải chuẩn bị ít nhất số tiền để chuyển hết đống cát trên là $110000.5=550000$ (đồng).

2)



a) Chứng minh B,K,H,N cùng thuộc một đường tròn. Xác định tâm I của đường tròn đó.

Vì AN,CK là đường cao của ΔABC nên $AN\perp BC, CK\perp AB$

Suy ra $\widehat{ANB}=\widehat{BKC}=90^\circ$ hay $\widehat{HNB}=\widehat{BKH}=90^\circ$

Gọi I là trung điểm của BH

Xét ΔBHN vuông tại N có NI là đường trung tuyến nên $IN=IB=IH=\frac{1}{2}BH$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔBHK vuông tại K có KI là đường trung tuyến nên $IK=IB=IH=\frac{1}{2}BH$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Suy ra $IB=IK=IH=IN=\frac{1}{2}BH$

Do đó bốn điểm B,K,H,N cùng thuộc đường tròn $\left(I;\frac{BH}{2}\right)$ (điều phải chứng minh)

Vậy tâm I là trung điểm của BH.

b) Chứng minh: $\widehat{KBH}=\widehat{KCA}$ và KE là tiếp tuyến của đường tròn (I).

+) Vì bốn điểm B,K,H,N cùng thuộc đường tròn $\left(I;\dfrac{BH}{2}\right)$ nên tứ giác $BKHN$ nội tiếp

Suy ra $\widehat{KBH}=\widehat{KNH}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{KH}$) (1)

Chứng minh được tứ giác $ACNK$ nội tiếp đường tròn $\left(E;\dfrac{AC}{2}\right)$

Suy ra $\widehat{ACK}=\widehat{ANK}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{KA}$) hay $\widehat{KCA}=\widehat{KNH}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{KBH}=\widehat{KCA}$ (điều phải chứng minh). (3)

+) Xét ΔAKC vuông tại K có KE là đường trung tuyến nên $KE=EC=\dfrac{1}{2}AC$

Suy ra ΔKEC cân tại E nên $\widehat{EKC}=\widehat{ECK}$ (4)

Xét ΔKIB có $KI=IB$ nên ΔKIB cân tại I nên $\widehat{IKB}=\widehat{IBK}$ (5)

Từ (3), (4) và (5) suy ra $\widehat{IKB}=\widehat{HKE}$

Do đó $\widehat{IKB}+\widehat{IKH}=\widehat{IKH}+\widehat{HKE}$

Hay $\widehat{BKH}=\widehat{IKE}=90^\circ$

Suy ra $KE\perp IK$ mà $K\in(I)$

Hay KE là tiếp tuyến của (I). (điều phải chứng minh).

c) Chứng minh BM vuông góc với ME.

Kẻ đường kính BG, ta có $\widehat{GCB}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $GC\perp BC$, mà $AN\perp BC$, nên $GC /\!/ AN$ hay $GC /\!/ AH$

Chứng minh tương tự ta có $AG /\!/ CH$.

Suy ra tứ giác $AHCG$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết).

Mà E là trung điểm AC nên E cũng là trung điểm HG.

Vậy H,E,G thẳng hàng (6)

Xét đường tròn (I) có $\widehat{BMH}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

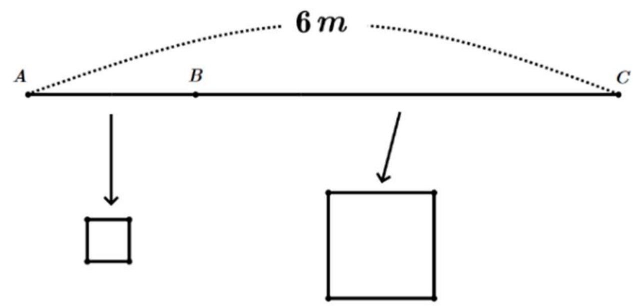
Xét đường tròn (O) có $\widehat{BMG}=90^\circ$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BM\perp MG$

Suy ra $\widehat{BMH}=\widehat{BMG}=90^\circ$. Do đó M,H,G thẳng hàng (7)

Từ (6) và (7) suy ra M,E,G thẳng hàng. Suy ra $BM\perp ME$ (điều phải chứng minh).

Câu V. (0,5 điểm)

Một sợi dây thép AC có chiều dài $6m$, được chia thành 2 phần AB và BC (như hình vẽ minh hoạ bên).



Mỗi phần đều được uốn thành một hình vuông. Hỏi phải chia sợi dây thép ban đầu thế nào để tổng diện tích 2 hình vuông thu được sau khi uốn là nhỏ nhất?

Lời giải

Gọi chiều dài đoạn AB là: $x(m)$ $,0<x<6$

Suy ra, chiều dài đoạn BC là: $6-x(m)$.

Khi đó, tổng diện tích của hai hình vuông thu được sau khi uốn là: $\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{6-x}{4}\right)^2$ (m^2).

Đặt $S=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{6-x}{4}\right)^2=\frac{1}{16}(2x^2-12x+36)=\frac{1}{8}(x^2-6x+18)=\frac{1}{8}\left[(x-3)^2+9\right]$

Vì $(x-3)^2\ge 0$ với mọi x

Nên $S\ge\frac{9}{8}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=3$ (thỏa mãn điều kiện).

Như vậy chia sợi dây thép thành hai phần $AB=BC=3$ m thì tổng diện tích 2 hình vuông thu được sau khi uốn là nhỏ nhất và bằng $\frac{9}{8}$ m^2.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 7
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

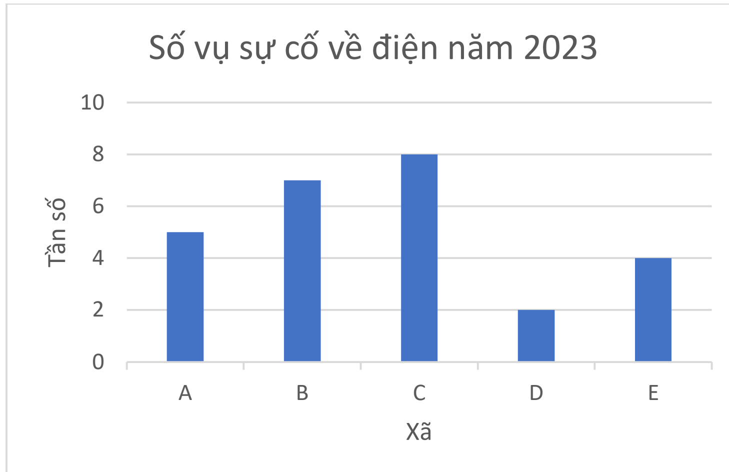
ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (1,5 điểm)

1) Biểu đồ sau biểu diễn số vụ sự cố về điện ở 5 xã của một huyện trong năm 2023.

a) Lập bảng tần số ghi lại số vụ sự cố về điện ở mỗi xã trong năm 2023.

b) Xã nào có số vụ sự cố về điện thấp nhất?



2) Có hai túi I và II. Túi I chứa ba quả cầu ghi các số 1, 2, 3. Túi II chứa bốn tấm thẻ ghi các số 1, 2, 3, 4. Lấy ngẫu nhiên một quả cầu và một tấm thẻ từ mỗi túi I và II. Tính xác suất của biến cố A:"Tích hai số ghi trên quả cầu và tấm thẻ bằng 6".

Lời giải

1)

a) Theo biểu đồ tần số, ta có:

Số vụ sự cố về điện ở 5 xã A, B, C, D, E năm 2023 lần lượt có tần số là

$n_1 = 5;\ n_2 = 7;\ n_3 = 8;\ n_4 = 2;\ n_5 = 4$

Bảng tần số ghi lại số vụ sự cố về điện ở mỗi xã trong năm 2023 như sau:

Xã	A	B	C	D	E	Cộng
Tần số (n)	5	7	8	2	4	N = 26

b) Từ bảng tần số, ta thấy xã D có số vụ sự cố về điện thấp nhất.

2) Bảng kết quả có thể xảy ra:

Túi I / Túi II	1	2	3
1	(1; 1)	(1;2)	(1; 3)
2	(2; 1)	(2; 2)	(2; 3)
3	(3; 1)	(3; 2)	(3; 3)
4	(4; 1)	(4; 2)	(4; 3)

Không gian mẫu $\Omega = \{(1;1);(1;2);(1;3);...;(4;2);(4;3)\}$

Tập Ω có 12 phần tử.

Vì việc lấy quả cầu và tấm thẻ từ các túi là ngẫu nghiên nên các kết quả là đồng khả năng.

Có 2 kết quả thuận lợi cho biến cố A là (2; 3); (3; 2)

Vậy $P(A) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Câu II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{x}{x-4} + \frac{1}{\sqrt{x}-2} + \frac{1}{\sqrt{x}+2}$ với $x > 0$; $x \neq 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$;

b) Rút gọn biểu thức B;

c) Cho $M = A.B$. Tìm x để $|M| > M$.

Lời giải

a) Thay $x = 25$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào A ta có:

$$A = \frac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}} = \frac{5+2}{5} = \frac{7}{5}$$

Vậy $A = \frac{7}{5}$ khi $x = 25$.

b) Với $x>0;\ x\ne 4$ ta có:

$$B=\frac{x}{x-4}+\frac{1}{\sqrt{x}-2}+\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$$=\frac{x}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{\sqrt{x}+2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}+2+\sqrt{x}-2}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$$

Vậy $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$ với $x>0;\ x\ne 4$

c) Với $x>0;\ x\ne 4$ ta có:

$$M=A.B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}.\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$$

Để $\left|M\right|>M$ thì $M<0$ hay $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}<0$

Mà $\sqrt{x}+2>0$ với mọi $x>0;\ x\ne 4$

Suy ra $\sqrt{x}-2<0$

$\sqrt{x}<2$

$x<4$

Kết hợp điều kiện xác định: $0<x<4$

Vậy $0<x<4$ thì $\left|M\right|>M$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một phòng họp có 420 cái ghế được chia thành các dãy có số ghế bằng nhau. Nếu thêm mỗi dãy 7 cái ghế và bớt đi 5 dãy thì số ghế trong phòng họp không thay đổi. Hỏi lúc đầu trong phòng họp có bao nhiêu dãy ghế?

2) Cho phương trình: $x^2-2(m-1)x-2m=0 \quad (1)$ (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình (1) khi $m=5$.

b) Tìm tất cả giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$ thỏa mãn $(2x_1-1)(2x_2-1)=7$.

Lời giải

1) Gọi số dãy ghế lúc đầu trong phòng họp là x (dãy, $x\in\mathbb{N},\ x>5$)

Số ghế ở mỗi dãy lúc đầu là $\dfrac{420}{x}$ (cái ghế)

Lúc sau bớt đi 5 dãy ghế nên số dãy ghế lúc sau trong phòng họp là $x-5$ (dãy)

Số ghế ở mỗi dãy lúc sau là $\dfrac{420}{x-5}$ (cái ghế)

Lúc sau mỗi dãy thêm 7 cái ghế nên ta có phương trình:

$$\frac{420}{x-5}-\frac{420}{x}=7$$
$$\frac{420x}{x(x-5)}-\frac{420(x-5)}{x(x-5)}=\frac{7x(x-5)}{x(x-5)}$$
$$420x-420(x-5)=7x(x-5)$$
$$7x^2-35x-2100=0$$
$$x^2-5x-300=0$$
$$x^2-20x+15x-300=0$$
$$x(x-20)+15(x-20)=0$$
$$(x-20)(x+15)=0$$

Suy ra $\left[\begin{array}{l}x-20=0\\x+15=0\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}x=20\ \ \text{(tm)}\\x=-15\ \text{(ktm)}\end{array}\right.$

Vậy lúc đầu trong phòng họp có 20 dãy ghế.

2) $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0 \quad (1)$

a) Với $m=5$ phương trình (1) trở thành:

$x^2 - 2.(5-1)x - 2.5 = 0$

$x^2 - 8x - 10 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-8)^2 - 4.1.(-10) = 104 > 0$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt là:

$x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8+\sqrt{104}}{2.1} = 4+\sqrt{26}$; $\quad x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \dfrac{8-\sqrt{104}}{2.1} = 4-\sqrt{26}$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S = \left\{4+\sqrt{26};\, 4-\sqrt{26}\right\}$

Vậy với $m=5$ thì phương trình (1) có nghiệm $x \in \left\{4+\sqrt{26}; 4-\sqrt{26}\right\}$

b) Xét phương trình: $x^2 - 2(m-1)x - 2m = 0 \quad (1)$

Ta có: $\Delta' = (m-1)^2 - (-2m) = m^2 - 2m + 1 + 2m = m^2 + 1 > 0$ với mọi m

Do đó phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1;\, x_2$ với mọi m

Theo định lí Viète: $x_1 + x_2 = 2(m-1);\; x_1x_2 = -2m$

Ta có: $(2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 7$

$4x_1x_2 - 2(x_1+x_2) + 1 = 7$

$4.(-2m) - 4(m-1) - 6 = 0$

$-12m - 2 = 0$

$m = -\dfrac{1}{6}$

Vậy $m = -\dfrac{1}{6}$ thỏa mãn đề bài.

Câu IV: (3,5 điểm)

1) Cột cờ Lũng Cú là một cột cờ quốc gia nằm ở đỉnh Lũng Cú có độ cao 1470m so với mực nước biển ở xã Lũng Cú, huyện Đồng Văn, tỉnh Hà Giang, cách điểm Cực bắc của Việt Nam khoảng 3,3km. Phần thân cột cờ dạnh hình trụ có chiều cao 20m và đường kính đáy 3,8m. Hãy tính thể tích phần thân cột cờ dạng hình trụ đó (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).*

2) Cho tam giác ABC có ba góc nhọn; AD và CE là hai đường cao cắt nhau tại H; O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Gọi M là điểm đối xứng với B qua O; I là giao điểm của BM và DE; K là giao điểm của AC và HM.

a) Chứng minh các tứ giác $AEDC$ và $DIMC$ nội tiếp;

b) Chứng minh $OK \perp AC$;

c) Cho $\widehat{AOK} = 60^o$. Chứng minh ΔHBO cân.

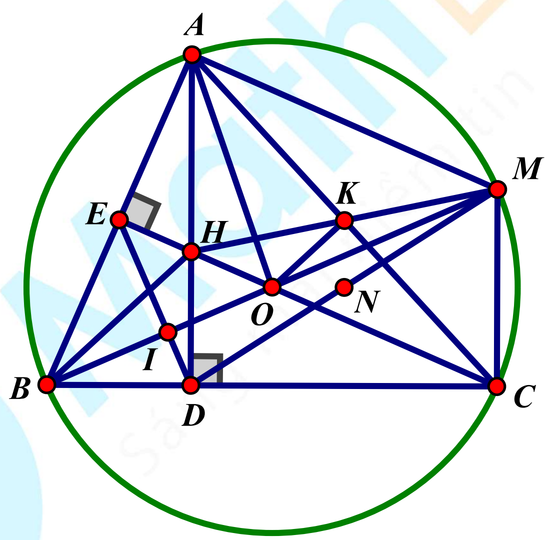
Giải

1)Bán kính đáy của thân cột cờ dạng hình trụ là $3,8:2=1,9$ (m)

Thể tích phần thân cột cờ dạng hình trụ là $(1,9)^2.\pi.20=(1,9)^2.\pi.20 \approx 226,8$ (m^3)

Vậy thể tích phần thân cột cờ hình trụ khoảng $226,8$ m^3.

2)



a) Chứng minh các tứ giác $AEDC$ và $DIMC$ nội tiếp.

Do $B \in (O)$ và M là điểm đối xứng với B qua O nên BM là đường kính của đường tròn (O)

Xét (O) ta có: $\widehat{BAM} = 90^o$; $\widehat{BCM} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) hay $MA \perp AB$; $CM \perp BC$

Do $MA \perp AB$ (chứng minh trên) và $CH \perp AB$ (Do CE là đường cao của ΔABC) suy ra MA // CH

$CM \perp BC$ (chứng minh trên) và $AD \perp BC$ (Do AD là đường cao của ΔABC) suy ra AH // CM

Tứ giác $AHCM$ có : MA // CH (chứng minh trên)

AH // CM (chứng minh trên)

Suy ra tứ giác $AHCM$ là hình bình hành (dấu hiệu nhận biết)

Suy ra hai đường chéo AC, HM cắt nhau tại trung điểm mỗi đường

Mà K là giao điểm của AC, HM

Suy ra K là trung điểm của AC, K là trung điểm HM

Xét ΔAEC vuông tại E có đường trung tuyến EK ứng với cạnh huyền AC

Suy ra $KA = KE = KC = \dfrac{AC}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔADC vuông tại D có đường trung tuyến DK ứng với cạnh huyền AC

Suy ra $KD = KA = KC = \dfrac{AC}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Do đó $KA = KE = KD = KC = \dfrac{AC}{2}$

Suy ra 4 điểm A, E, D, C cùng thuộc đường tròn $\left(K; \dfrac{AC}{2}\right)$

Nên tứ giác $AEDC$ nội tiếp đường tròn $\left(K; \dfrac{AC}{2}\right)$ (điều phải chứng minh)

Vì tứ giác $AEDC$ nội tiếp nên $\widehat{BAC} = \widehat{BDI}$ (cùng bù với $\widehat{EDC}$)

Mặt khác $\widehat{BAC} = \widehat{BMC}$ (góc nội tiếp cùng chắn $\overset{\frown}{BC}$ của (O))

Suy ra $\widehat{BDI} = \widehat{BMC}$ (vì cùng bằng $\widehat{BAC}$)

Mà $\widehat{BMC} + \widehat{DBI} = 90^o$

Nên $\widehat{BDI}+\widehat{DBI}=90^o$

Suy ra $\widehat{BID}=90^o$ hay $DE\perp BM$

Gọi N là trung điểm MD

Xét ΔMCD vuông tại C có đường trung tuyến CN ứng với cạnh huyền MD

Suy ra $ND=NC=NM=\dfrac{MD}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔMID vuông tại I có đường trung tuyến IN ứng với cạnh huyền MD

Suy ra $ND=NI=NM=\dfrac{MD}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Do đó $ND=NI=NM=NC=\dfrac{MD}{2}$

Suy ra 4 điểm N,I,M,C cùng thuộc đường tròn $\left(N;\dfrac{MD}{2}\right)$

Nên tứ giác $DIMC$ nội tiếp $\left(N;\dfrac{MD}{2}\right)$ (điều phải chứng minh)

b) Chứng minh $OK\perp AC$.

Do $OA=OC$ (cùng bằng bán kính đường tròn (O))

Nên ΔOAC cân tại O có OK là đường trung tuyến (do K là trung điểm AC)

Suy ra OK đồng thời là đường cao hay $OK\perp AC$ (điều phải chứng minh)

c) Cho $\widehat{AOK}=60^o$. Chứng minh ΔHBO cân.

Xét ΔAOK vuông tại K có: $\cos\widehat{AOK}=\dfrac{OK}{OA}$ suy ra $OK=OA.\cos 60^o=\dfrac{OA}{2}$

Mà $OA=OB$ nên $OK=\dfrac{OB}{2}$ (1)

Xét ΔHBM có: K là trung điểm HM, O là trung điểm MB

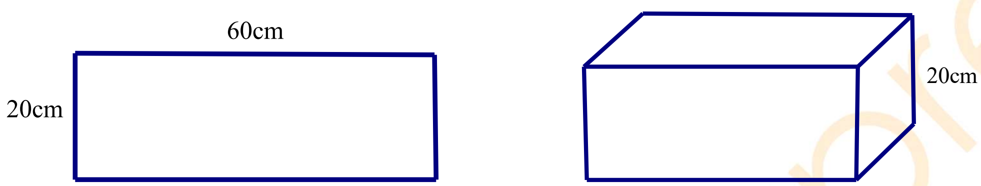
Suy ra OK là đường trung bình của ΔHBM

Nên $OK = \frac{1}{2}BH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BH = BO$ nên ΔHBO cân tại B (điều phải chứng minh).

Câu V: (0,5 điểm)

Từ một tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng 20cm, chiều dài 60cm, người ta chế tạo thành mặt xung quanh của một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật sao cho chiều rộng của tấm tôn bằng chiều cao của chiếc hộp. Thể tích lớn nhất có thể của chiếc hộp là bao nhiêu?



Lời giải

Gọi chiều rộng của đáy hình hộp chữ nhật là x (cm, $x > 0$)

Khi đó chiều dài của đáy hình hộp chữ nhật là $30 - x$ (cm)

Thể tích hình hộp chữ nhật là $V = x.(30 - x).20$ (cm^3)

Với $a, b \geq 0$ ta có: $(a-b)^2 \geq 0$ suy ra $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Do đó $(a+b)^2 \geq 4ab$ hay $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$ (*)

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$

Áp dụng bất đẳng thức (*) cho hai số dương x và $30 - x$ ta có:

$$x.(30-x) \leq \frac{(x+30-x)^2}{4}$$

$$x.(30-x).20 \leq 20.\frac{30^2}{4}$$

$$V \leq 4500$$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 30 - x$ suy ra $x = 15$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy thể tích của chiếc hộp đạt giá trị lớn nhất là 4500 m^3.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 8
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (1,5 điểm)

1) Tìm hiểu thời gian (đơn vị: giờ) truy cập Internet trong tuần đầu tháng 4 của một số cán bộ ở một viện nghiên cứu thu được kết quả như ở bảng sau:

Thời gian	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số người	5	20	15	6	4

a) Lập bảng tần số ghép nhóm và bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

b) Vẽ biểu đồ tần số ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

2) Bạn Sơn gieo một đồng xu cân đối và bạn Hòa gieo đồng thời hai đồng xu cân đối. Tính xác suất để có hai đồng xu xuất hiện mặt sấp, một đồng xu xuất hiện mặt ngửa.

Lời giải

1) a) Theo bảng kết quả ta có:

Số cán bộ ở viện nghiên cứu là $N=5+20+15+6+4=50$

Tần số ghép nhóm của nhóm [0; 5), [5; 10), [10; 15), [15; 20), [20; 25) lần lượt là:

$n_1=5;\ n_2=20;\ n_3=15;\ n_4=6;\ n_5=4$

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	Cộng
Tần số (n)	5	20	15	6	4	N = 50

Tần số tương đối của các nhóm [0; 5), [5; 10), [10; 15), [15; 20), [20; 25) lần lượt là:

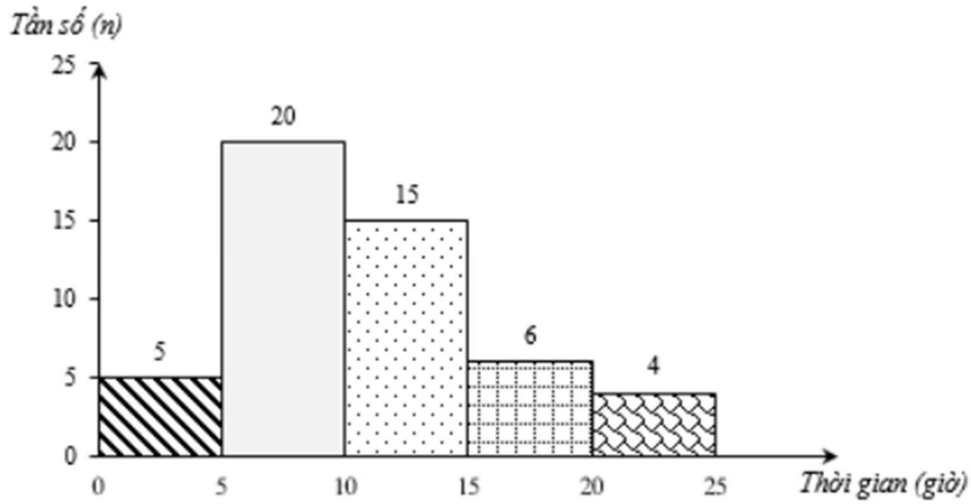
$f_1=\frac{5.100}{50}\%=10\%;\ f_2=\frac{20.100}{50}\%=40\%;\ f_3=\frac{15.100}{50}\%=30\%;$

$f_4=\frac{6.100}{50}\%=12\%;\ f_5=\frac{4.100}{50}\%=8\%$

Bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:

Nhóm	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	Cộng
Tần số tương đối (%)	10	40	30	12	8	100

b) Biểu đồ tần số ghép nhóm ở dạng biểu đồ cột của mẫu số liệu ghép nhóm đó như sau:



2)

Kí hiệu 2 mặt sấp và ngửa của đồng xu lần lượt là S, N

Bảng kết quả có thể khi bạn Hòa gieo 2 đồng xu cân đối là:

Lần 1 / Lần 2	S	N
S	(S, S)	(S, N)
N	(N, S)	(N, N)

Bảng kết quả có thể xảy ra:

Hòa / Sơn	(S, S)	(S, N)	(N, S)	(N, N)
S	(S, S, S)	(S, N, S)	(N, S, S)	(N, N, S)
N	(S, S, N)	(S, N, N)	(N, S, N)	(N, N, N)

Không gian mẫu $\Omega = \{$(S, S, S); (S, N, S); (N, S, S); (N, N, S); (S, S, N); (S, N, N); (N, S, N); (N, N, N)$\}$

Tập Ω có 8 phần tử

Có 3 kết quả thuận lợi cho biến cố "Hai đồng xu xuất hiện mặt sấp, một đồng xu xuất hiện mặt ngửa" là (S, N, S); (N, S, S); (S, S, N)

Vậy xác suất để có hai đồng xu xuất hiện mặt sấp, một đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{3}{8}$.

Câu II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{2}{2-\sqrt{x}}-\dfrac{7\sqrt{x}-6}{x-4}$ với $x\ge 0;\ x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Cho biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$. Chứng minh $P=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$.

3) Tìm tất cả các giá trị của x để biểu thức P đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

1) Thay $x=16$ (thỏa mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta có:

$$A=\frac{\sqrt{16}-2}{2\sqrt{16}+3}=\frac{4-2}{2.4+3}=\frac{2}{11}$$

Vậy $A=\dfrac{2}{11}$ khi $x=16$.

2) Với $x\ge 0;\ x\ne 4$ ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}-\frac{2}{2-\sqrt{x}}-\frac{7\sqrt{x}-6}{x-4}$$
$$=\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}+\frac{2}{\sqrt{x}-2}-\frac{7\sqrt{x}-6}{x-4}$$
$$=\frac{\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}+\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}-\frac{7\sqrt{x}-6}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}$$
$$=\frac{x+\sqrt{x}-6+2\sqrt{x}+4-7\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{x-4\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)^2}{\left(\sqrt{x}+2\right)\left(\sqrt{x}-2\right)}=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}$$

Khi đó: $P=\dfrac{B}{A}=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}:\dfrac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3}=\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+2}.\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$

Vậy $P=\dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2}$ với $x\ge 0;\ x\ne 4$.

3) Với $x \ge 0;\ x \ne 4$ ta có: $P = \dfrac{2\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+2} = \dfrac{2\left(\sqrt{x}+2\right)-1}{\sqrt{x}+2} = 2 - \dfrac{1}{\sqrt{x}+2}$

Với $x \ge 0;\ x \ne 4$ thì $\sqrt{x} \ge 0$ suy ra $\sqrt{x}+2 \ge 2$

Do đó $\dfrac{1}{\sqrt{x}+2} \le \dfrac{1}{2}$ nên $2 - \dfrac{1}{\sqrt{x}+2} \ge \dfrac{3}{2}$ hay $P \ge \dfrac{3}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $x = 0$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy $P_{\min} = \dfrac{3}{2}$ khi $x = 0$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một khu vườn hình chữ nhật có chu vi là 240m. Người ta dự định mở rộng khu vườn bằng cách tăng chiều dài thêm 9m, tăng chiều rộng thêm 7m, do vậy diện tích khu vườn sẽ tăng thêm 963m^2. Tính chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu.

2) Cho phương trình: $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$ (x là ẩn số, m là tham số)

a) Giải phương trình với $m = 1$.

b) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$ thỏa mãn $x_1^2 + (m+2)x_2 = 12$

Lời giải

1)

Gọi chiều dài và chiều rộng của khu vườn ban đầu lần lượt là x (m) và y (m) $(x, y > 0)$

Vì khu vườn có chu vi là 240m nên ta có phương trình:

$$2(x+y) = 240 \text{ hay } x + y = 120\ (1)$$

Diện tích của khu vườn sau khi chiều dài khu vườn sau khi tăng thêm 9m và chiều rộng tăng thêm 7m là $(x+9)(y+7)$ (m).

Khi đó diện tích khu vườn tăng thêm 963 m^2 nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned}(x+9)(y+7) &= xy + 963\\ xy + 7x + 9y + 63 &= xy + 963\\ 7x + 9y &= 900 \quad (2)\end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$\begin{cases} x+y=120 \\ 7x+9y=900 \end{cases}$ $\begin{cases} 7x+7y=840 \\ 7x+9y=900 \end{cases}$ $\begin{cases} 2y=60 \\ x+y=120 \end{cases}$ $\begin{cases} x=90 \\ y=30 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy chiều dài, chiều rộng ban đầu của khu vườn lần lượt là 90m, 30m.

2)

a) Với $m=1$ phương trình trở thành:

$x^2-(1+2)x+2.1=0$

$x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$

Suy ra $\left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ x-2=0 \end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vậy với $m=1$ thì phương trình có nghiệm $x\in\{1;2\}$

b) Xét phương trình: $x^2-(m+2)x+2m=0$

Ta có: $\Delta=(m+2)^2-4.2m=m^2+4m+4-8m=m^2-4m+4=(m-2)^2$

Để phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1;\ x_2$ thì $\Delta>0$ hay $(m-2)^2>0$. Suy ra $m\neq 2$

Theo định lí Viète: $x_1+x_2=m+2;\ x_1x_2=2m$

Ta có:

$x_1^2+(m+2)x_2=12$

$x_1^2+(x_1+x_2)x_2=12$

$x_1^2+x_2^2+x_1x_2=12$

$(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+x_1x_2=12$

$(x_1+x_2)^2-x_1x_2=12$

$(m+2)^2-2m=12$

$m^2+4m+4-2m=12$

$m^2+2m-8=0$

$(m-2)(m+4)=0$

Suy ra $m-2=0$ hay $m=2$ (không thoả mãn) hoặc $m+4=0$ hay $m=-4$ (thoả mãn)

Vậy $m=-4$ thỏa mãn đề bài.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Bác An có một đống cát hình nón cao 2m, đường kính đáy bằng 6m. Bác tính rằng để sửa xong ngôi nhà của mình cần 30m^3 cát. Hỏi bác An cần mua bổ sung thêm bao nhiêu m^3 cát nữa để đủ cát sửa nhà (*các kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).*

2) Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Kẻ các tiếp tuyến Ax và By với nửa đường tròn (các tiếp tuyến này cùng phía với nửa đường tròn). Trên nửa đường tròn, lấy điểm C $(C \neq A,\ C \neq B)$. Tiếp tuyến với nửa đường tròn tại C cắt Ax, By lần lượt tại các điểm D, E. Kẻ đường cao CH của tam giác ABC.

a) Chứng minh tứ giác $OBEC$ là tứ giác nội tiếp;

b) Gọi K là giao điểm của CH và BD. Chứng minh $\widehat{AHD} = \widehat{BHE}$;

c) Gọi M là trung điểm của DE. Chứng minh $AM \parallel HE$.

Giải

1)

Bán kính đáy đống cát hình nón là 6 : 2 = 3 (m)

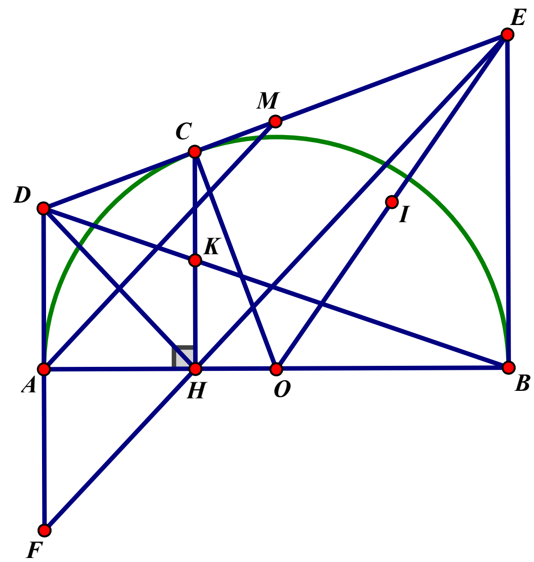
Thể tích của đống cát hình nón là $\frac{1}{3}\pi.3^2.2 \approx 18,85\ \left(\text{m}^3\right)$

Do bác An cần 30 m^3 cát để sửa xong ngôi nhà của mình nên bác cần bổ sung thêm số cát là:

$30 - 18,85 \approx 11,15\ \left(\text{m}^3\right)$

Vậy bác An cần bổ sung thêm khoảng 11, 15 m^3 cát.

2)



a) Chứng minh tứ giác $OBEC$ là tứ giác nội tiếp.

Do EB, EC là các tiếp tuyến của (O) (B, C là các tiếp điểm) nên $EB \perp OB, EC \perp OC$

Hay $\widehat{OBE} = \widehat{OCE} = 90^o$

Do đó ΔOBE vuông tại B, ΔOCE vuông tại C

Gọi I là trung điểm của EO

Xét ΔOBE vuông tại B có đường trung tuyến BI ứng với cạnh huyền EO

Suy ra $IB = IO = IE = \dfrac{EO}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔOCE vuông tại C có đường trung tuyến CI ứng với cạnh huyền EO

Suy ra $IC = IO = IE = \dfrac{EO}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Do đó $IO = IB = IE = IC = \dfrac{EO}{2}$

Nên bốn điểm O, B, E, C cùng thuộc đường tròn $\left(I; \dfrac{EO}{2}\right)$

Vậy tứ giác $OBEC$ nội tiếp đường tròn $\left(I; \dfrac{EO}{2}\right)$ (đpcm).

b) Chứng minh $\widehat{AHD}=\widehat{BHE}$.

Ta có: $CH \;//\; BE // AD$ (do cùng vuông góc với AB)

Áp dụng định lí Thalès trong ΔABD và ΔBDE ta được:

$\dfrac{AH}{BH}=\dfrac{DK}{BK}=\dfrac{DC}{CE}$ hay $\dfrac{AH}{BH}=\dfrac{DC}{CE}$

Mà $DC=AD;\ CE=BE$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra $\dfrac{AH}{BH}=\dfrac{AD}{BE}$

Xét ΔADH và ΔBEH có: $\widehat{DAH}=\widehat{EBH}=90^o$; $\dfrac{AH}{BH}=\dfrac{AD}{BE}$ (chứng minh trên)

Suy ra $\Delta ADH \backsim \Delta BEH$ (c.g.c) nên $\widehat{AHD}=\widehat{BHE}$ (2 góc tương ứng) (đpcm).

c) Chứng minh $AM \;//\; HE$.

Kéo dài EH cắt đường thẳng AD tại F.

Khi đó $\widehat{BHE}=\widehat{AHF}$ (hai góc đối đỉnh)

Mà $\widehat{BHE}=\widehat{AHD}$ (chứng minh trên) nên $\widehat{AHF}=\widehat{AHD}$.

Do AD là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại tiếp điểm A nên $DF\perp OA$

Hay $\widehat{HAD}=\widehat{HAF}=90^o$

Xét ΔAHD và ΔAHF có: $\widehat{AHF}=\widehat{AHD}$ (cmt); $\widehat{HAD}=\widehat{HAF}=90^o$; AH : chung

Suy ra $\Delta AHD=\Delta AHF$ (g.c.g)

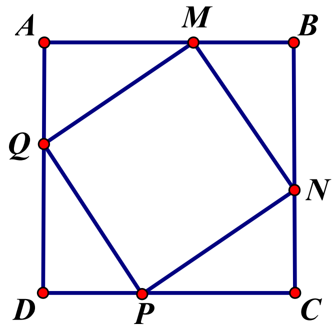
Nên $AD=AF$ (hai cạnh tương ứng) hay A là trung điểm của DF

Xét ΔDEF có A là trung điểm của DF; M là trung điểm của DE

Suy ra AM là đường trung bình trong tam giác DEF nên $AM // HE$ (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm)

Một cái sân hình vuông $ABCD$ có cạnh là 8m. Các điểm M,N,P,Q lần lượt thuộc cạnh AB,BC,CD,AD sao cho $AM=BN=CP=DQ<AB$. Khi đó tứ giác $MNPQ$ là hình vuông. Người ta muốn lát gạch màu khác để trang trí mảnh sân hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất.



Lời giải

Diện tích hình vuông $MNPQ$ nhỏ nhất khi tổng diện tích 4 tam giác vuông ở 4 góc vuông hình vuông $ABCD$ lớn nhất.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AB=BC=CD=DA$

Mà $AM=BN=CP=DQ<AB$

Suy ra $AQ=BM=CN=DP$

Gọi S là tổng diện tích 4 tam giác đó, ta có: $S=\frac{1}{2}AM.AQ+\frac{1}{2}BN.BM+\frac{1}{2}CP.CN+\frac{1}{2}DQ.DP$

$$=\frac{1}{2}AM.AQ+\frac{1}{2}AM.AQ+\frac{1}{2}AM.AQ+\frac{1}{2}AM.AQ$$

$$=2.AM.AQ$$

Mà $AM+AQ=AM+BM=AB=8$ (m)

Lại có $(AM-AQ)^2\ge 0$

$$AM^2+AQ^2\ge 2AM.AQ$$

$$\left(AM+MB^2\right)\ge 4AM.MB$$

$$2AM.AQ\le\frac{(AM+AQ)^2}{2}=\frac{8^2}{2}=32$$

Dấu "=" xảy ra khi $AM=AQ=\frac{8}{2}=4$ (m)

Khi đó M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CD,DA thì hình vuông $MNPQ$ có diện tích nhỏ nhất.

------------------------------ HẾT ------------------------------

ĐỀ SỐ 9
SÁCH CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

ĐỀ KIỂM TRA HỌC KÌ II
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút *(Không kể thời gian giao đề)*

Câu I: (1,5 điểm)

1) Giáo viên ghi lại thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A cho kết quả như sau:

Thời gian (giây)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số học sinh	5	20	15

Em hãy lập bảng tần số tương đối ghép nhóm.

2) Ba bạn Minh, Hải Nam được xếp nhẫu nhiên ngồi trên một hàng ghế có ba chỗ ngồi. Tính xác suất của biến cố A: "Nam không ngồi ngoài cùng bên trái".

Lời giải

1) Số học sinh trong lớp là $n=5+20+15=40$ (học sinh).

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [25; 30) là $\frac{5}{40}.100\%=12,5\%$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [30; 35) là $\frac{20}{40}.100\%=50\%$.

Tần số tương đối ghép nhóm của nhóm [35; 40) là $\frac{15}{40}.100\%=37,5\%$.

Bảng tần số tương đối ghép nhóm thời gian chạy cự li 200 mét của các học sinh lớp 9A như sau:

Thời gian (giây)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Tần số tương đối	$12,5\%$	50%	$37,5\%$

2) Kí hiệu ba bạn Minh, Hải, Nam lần lượt là M, H, N.

Ta liệt kê các kết quả có thể xảy ra:

Không gian mẫu của phép thử $\Omega=\{MHN;MNH;HMN;HNM;NHM;NMH\}$.

Tập Ω có 6 phần tử.

Vì việc xếp chỗ ngồi là ngẫu nhiên nên các kết quả có thể là đồng khả năng.

Có 4 kết quả thuận lợi cho biến cố A là $MHN;MNH;HMN;HNM$.

Vậy $P(A)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

Câu II: (2,0 điểm)

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+6}$ và $B=\dfrac{x+16}{x-4}+\dfrac{5}{2-\sqrt{x}}$ với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$;

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$;

3) Với x là số tự nhiên thỏa mãn $x>3$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\dfrac{B}{A}$.

Lời giải

1) Thay $x=25$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào A ta có: $A=\dfrac{\sqrt{25}-3}{2\sqrt{25}+6}=\dfrac{5-3}{2.5+6}=\dfrac{2}{16}=\dfrac{1}{8}$.

Vậy $A=\dfrac{1}{8}$ khi $x=25$

2) Với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$ ta có

$$B=\frac{x+16}{x-4}+\frac{5}{2-\sqrt{x}}=\frac{x+16}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\frac{5}{\sqrt{x}-2}$$

$$=\frac{x+16-5\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{x+16-5\sqrt{x}-10}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{x-5\sqrt{x}+6}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}-3\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}$ với $x\geq 0; x\neq 4; x\neq 9$.

3) Với x là số tự nhiên thỏa mãn $x>3$, ta có

$$P=\frac{B}{A}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}:\frac{\sqrt{x}-3}{2\sqrt{x}+6}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}.\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}-3}=\frac{2\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}+2}=\frac{2\left(\sqrt{x}+2\right)+2}{\sqrt{x}+2}=2+\frac{2}{\sqrt{x}+2}$$

Với x là số tự nhiên thỏa mãn $x>3$ mà $x\neq 4$ suy ra $x\geq 5$

Với $x\geq 5$ suy ra $\sqrt{x}\geq\sqrt{5}$ suy ra $\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}\leq 2\sqrt{5}-4$ suy ra $2+\dfrac{2}{\sqrt{x}+2}\leq 2\sqrt{5}-2$ hay $P\leq 2\sqrt{5}-2$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=5$ (thỏa mãn điều kiện xác định)

Vậy giá trị lớn nhất của P là $2\sqrt{5}-2$ đạt được khi $x=5$.

Câu III: (2,5 điểm)

1) *Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:*

Trong một phòng họp hình chữ nhật, ghế được sắp theo hàng và số ghế trong mỗi hàng là như nhau. Nếu kê bớt đi 2 hàng và mỗi hàng bớt đi 2 ghế thì tổng số ghế trong phòng họp đó giảm đi 80 ghế so với ban đầu. Nếu kê thêm 1 hàng và mỗi hàng kê thêm 2 ghế thì tổng số ghế trong phòng học đó tăng thêm 68 ghế so với ban đầu. Tính số hàng ghế và số ghế trong phòng họp đó lúc ban đầu.

2) Cho phương trình $x^2-3x+2m-1=0$ (x là ẩn số, m là tham số).

a) Giải phương trình với $m=1$;

b) Tìm m nguyên để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $P=\frac{2}{x_1}+\frac{2}{x_2}$ đạt giá trị nguyên.

Lời giải

1)

Gọi số hàng ghế và số ghế trong một hàng lúc đầu lần lượt là x (hàng) và y (ghế)

$(x>2, y>2; x,y\in\mathbb{N})$

Tổng số ghế lúc đầu là xy (ghế).

Trường hợp 1: Số ghế mỗi hàng là $x-2$ (ghế), số ghế trong một hàng là $y-2$ (ghế).

Suy ra tổng số ghế trong trường hợp 1 là $(x-2)(y-2)$ (ghế).

Do tổng số ghế trong trường hợp 1 giảm đi 80 ghế so với ban đầu nên ta có phương trình:

$$(x-2)(y-2)=xy-80 \text{ hay } x+y=42 \qquad (1)$$

Trường hợp 2: Số ghế mỗi hàng là $x+1$ (ghế), số ghế trong một hàng là $y+2$ (ghế).

Suy ra tổng số ghế trong trường hợp 1 là $(x+1)(y+2)$ (ghế).

Do tổng số ghế trong trường hợp 2 tăng thêm 68 ghế so với ban đầu nên ta có phương trình:

$$(x+1)(y+2)=xy+68 \text{ hay } 2x+y=66 \qquad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}x+y=42\\2x+y=66\end{cases} \quad \begin{cases}y=42-x\\2x+42-x=66\end{cases} \quad \begin{cases}x=24\\y=18\end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy trong phòng họp đó lúc ban đầu có 24 (hàng ghế) và có tổng số ghế là: $18.24=432$ (ghế)

2)

a) Với $m=1$ phương trình trở thành:

$x^2-3x+2.1-1=0$

$x^2-3x+1=0$

$x^2-2.x.\frac{3}{2}+\frac{9}{4}-\frac{5}{4}=0$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$

Suy ra $x-\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$ hay $x=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

Hoặc $x-\frac{3}{2}=\frac{-\sqrt{5}}{2}$ hay $x=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

Vậy với $m=1$ phương trình có nghiệm $x\in\left\{\frac{3+\sqrt{5}}{2};\frac{3-\sqrt{5}}{2}\right\}$.

b) Xét phương trình: $x^2-3x+2m-1=0$

Ta có: $\Delta=(-3)^2-4(2m-1)=9-8m+4=13-8m$

Để phương trình có hai nghiệm x_1,x_2 thì $\Delta\geq 0$ hay $13-8m\geq 0$ suy ra $m\leq\frac{13}{8}$

Theo định lí Viète: $x_1+x_2=3;\ x_1x_2=2m-1$

Ta có: $P=\frac{2}{x_1}+\frac{2}{x_2}=\frac{2x_2+2x_1}{x_1x_2}=\frac{2(x_1+x_2)}{x_1x_2}=\frac{2.3}{2m-1}=\frac{6}{2m-1}$

Để P đạt giá trị nguyên thì $6\ \vdots\ 2m-1$ hay $2m-1\in$ Ư$(6)=\{-6;-3;-2;-1;1;2;3;6\}$

Mà $2m-1\ \not\vdots\ 2$ nên $2m-1\in\{-3;-1;1;3\}$

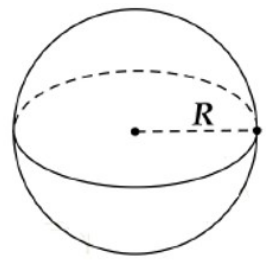
Suy ra $m\in\{-1;0;1;2\}$

Kết hợp điều kiện $m\leq\frac{13}{8}$ ta có: $m\in\{-1;0;1\}$

Vậy $m\in\{-1;0;1\}$ thỏa mãn đề bài.

Câu IV. (3,5 điểm)

1) Ngày $4-6-1783$, anh em nhà Mông-gôn-fi-ê (người Pháp) phát minh ra khinh khí cầu dùng không khí nóng. Coi khinh khí cầu này là hình cầu có đường kính 11 m và được làm bằng vải dù. Hãy tính diện tích vải dù để làm khinh khí cầu đó (*làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*)



2) Cho đường tròn (O,R), điểm M nằm ngoài đường tròn, qua M kẻ tiếp tuyến MA,MB với đường tròn (A,B là tiếp điểm), đường kính AD. Đoạn thẳng MD cắt đường tròn tại điểm thứ hai là E. H là giao điểm của AB và MO.

a) Chứng minh tứ giác $AMEH$ nội tiếp.

b) Gọi I là giao điểm của đoạn MO với đường tròn (O). Chứng minh: $AM\cdot IH=IM\cdot AH$.

c) Chứng minh: HB là tia phân giác của $\widehat{EHD}$.

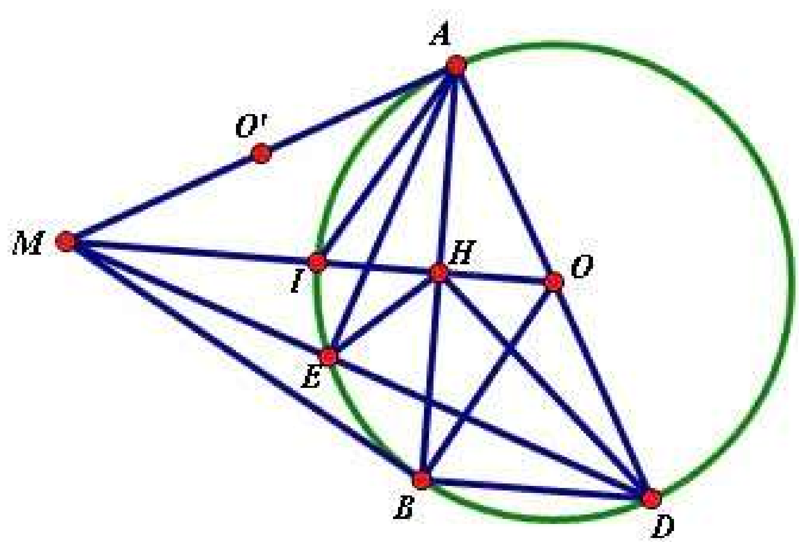
Lời giải

1) Vì khi khí cầu hình cầu có đường kính 11m nên có bán kính là: $R=11:2=5,5$ (m)

Diện tích mặt cầu là: $S=4\pi R^2=4.\pi\cdot(5,5)^2=380,13(m^2)$

Vậy diện tích vải dùng để làm khinh khí cầu khoảng $380,13(m^2)$.

2)



a) Chứng minh tứ giác $AMEH$ nội tiếp.

Xét (O) có:

MA, MB là tiếp tuyến (A, B là các tiếp điểm) suy ra $MA = MB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

Mặt khác, ta có: $OA = OB = R$

Suy ra O; M cùng thuộc đường trung trực của AB

Do đó MO là đường trung trực của AB nên $MO \perp AB$

Hay $\widehat{AHM} = 90^o$. Do đó ΔAHM vuông tại H

Ta có: $\widehat{AED} = 90^o$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn (O))

Hay $AE \perp ED$ nên $\widehat{AEM} = 90^o$ do đó ΔAEM vuông tại E

Gọi O' là trung điểm của AM

Xét ΔAHM vuông tại H có HO' là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AM

Suy ra $HO' = MO' = AO' = \dfrac{AM}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Xét ΔAEM vuông tại E có EO' là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền AM

Suy ra $EO' = MO' = AO' = \dfrac{AM}{2}$ (tính chất đường trung tuyến ứng với cạnh huyền trong tam giác vuông)

Do đó $HO' = EO' = MO' = AO' = \dfrac{AM}{2}$

Suy ra 4 điểm A, M, E, H cùng thuộc đường tròn $\left(O'; \dfrac{AM}{2}\right)$

Vậy tứ giác $AMEH$ nội tiếp đường tròn $\left(O'; \dfrac{AM}{2}\right)$ (đpcm).

b) Chứng minh: $AM \cdot IH = IM \cdot AH$.

Do MA là tiếp tuyến của (O) tại A nên $MA \perp OA$ hay $\widehat{MAO} = 90^o$

Suy ra $\widehat{MAI} + \widehat{OAI} = \widehat{MAO} = 90^o$

Mà $\widehat{HAI} + \widehat{OIA} = 90^o$ (do $MO \perp AB$)

$\widehat{OAI} = \widehat{OIA}$ (do ΔOAI cân tại O vì có $OA = OI = R$)

Suy ra $\widehat{MAI} = \widehat{HAI}$

Hay AI là phân giác $\widehat{MAH}$

Xét ΔMAH có AI là phân giác $\widehat{MAH}$

Suy ra $\dfrac{AM}{AH}=\dfrac{IM}{IH}$ (tính chất đường phân giác trong tam giác)

Hay $AM\cdot IH=IM\cdot AH$ (đpcm).

c) Chứng minh: HB là tia phân giác của $\widehat{EHD}$.

Xét ΔMHA và ΔMAO có: $\widehat{OMA}$: chung; $\widehat{MHA}=\widehat{MAO}=90^o$

Suy ra $\Delta MHA\backsim\Delta MAO$ (g.g) nên $\dfrac{MH}{MA}=\dfrac{MA}{MO}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $MH.MO=MA^2$

Xét ΔMEA và ΔMAD có: $\widehat{AMD}$: chung; $\widehat{MEA}=\widehat{MAD}=90^o$

Suy ra $\Delta MEA\backsim\Delta MAD$ (g.g) nên $\dfrac{ME}{MA}=\dfrac{MA}{MD}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ) hay $ME.MD=MA^2$

Suy ra $MH.MO=ME.MD\ \left(=MA^2\right)$ hay $\dfrac{MH}{MD}=\dfrac{ME}{MO}$

Xét ΔMHE và ΔMDO có: $\widehat{DMO}$: chung; $\dfrac{MH}{MD}=\dfrac{ME}{MO}$

Suy ra $\Delta MHE\backsim\Delta MDO$ (c.g.c) nên $\widehat{MHE}=\widehat{ODM}$ (hai góc tương ứng) (1)

Xét ΔOHA và ΔOAM có: $\widehat{MOA}$: chung; $\widehat{OHA}=\widehat{OAM}=90^o$

Suy ra $\Delta OHA\backsim\Delta OAM$ (g.g) nên $\dfrac{OH}{OA}=\dfrac{OA}{OM}$ (cặp cạnh tương ứng tỉ lệ)

Hay $OH.OM=OA^2$

Mà $OA=OD=R$

Suy ra $OH.OM=OD^2$ hay $\dfrac{OH}{OD}=\dfrac{OD}{OM}$

Xét ΔOHD và ΔODM có: $\widehat{MOD}$: chung; $\dfrac{OH}{OD}=\dfrac{OD}{OM}$

Suy ra $\Delta OHD\backsim\Delta ODM$ (c.g.c) nên $\widehat{ODM}=\widehat{OHD}$ (hai góc tương ứng) (2)

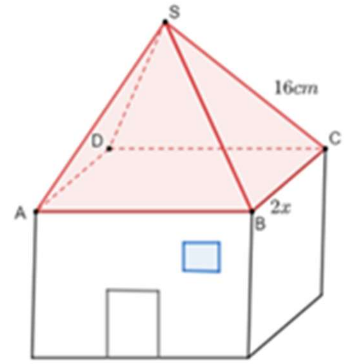
Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{MHE}=\widehat{OHD}$

Mà $\widehat{MHE}+\widehat{EHB}=\widehat{MHB}=90^o$; $\widehat{OHD}+\widehat{DHB}=\widehat{OHB}=90^o$

Suy ra $\widehat{EHB}=\widehat{DHB}$. Hay HB là tia phân giác của $\widehat{EHD}$ (đpcm).

Câu V: (0,5 điểm)

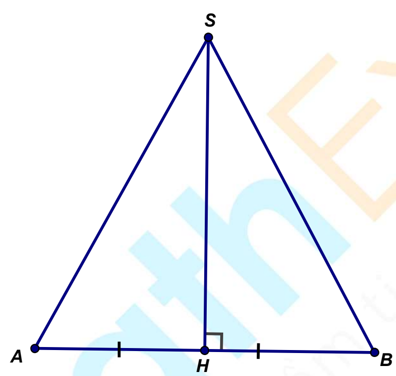
Bạn An làm một căn nhà đồ chơi bằng gỗ có phần mái là một hình chóp tứ giác đều. Biết các cạnh bên của mái nhà bạn An dùng các thanh gỗ có chiều dài 16 cm. Bạn An dự định dùng giấy màu để phủ kín phần mái nhà. Gọi độ dài cạnh đáy của phần mái là $2x$ (cm). Hỏi diện tích giấy màu cần sử dụng nhiều nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Điều kiện $x > 0$

Diện tích giấy cần sử dụng chính là diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó $AH = HB = \dfrac{AB}{2} = x$ (cm)

Áp dụng định lí Pythagore trong ΔSHA vuông tại H có: $SH^2 + AH^2 = SA^2$

Suy ra $SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{16^2 - x^2}$ (cm)

Diện tích xung quanh của hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ hay diện tích giấy cần dùng là:

$$S(x) = 4 \cdot S_{\Delta SAB} = 4.\frac{1}{2}.2x.\sqrt{16^2 - x^2} = 4x.\sqrt{16^2 - x^2}$$

Với $a, b \geq 0$ ta có $(a-b)^2 \geq 0$ suy ra $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Do đó $ab \leq \dfrac{a^2+b^2}{2}$ (*)

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$.

Áp dụng BĐT (*) với $a = x, b = \sqrt{16^2 - x^2}$ ta được $S(x) = 4x \cdot \sqrt{16^2 - x^2} \le 4 \cdot \dfrac{x^2 + 16^2 - x^2}{2} = 512$

Dấu "=" xảy ra khi $x = \sqrt{16^2 - x^2}$

$$x^2 = 16^2 - x^2$$

$$2x^2 = 16^2$$

$$x^2 = 128$$

$$x = 8\sqrt{2} \qquad (\text{do } x > 0)$$

Vậy diện tích giấy màu cần sử dụng nhiều nhất là 512 cm².

------------------------------ HẾT ------------------------------