MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KÌ I LỚP 9	TRANG	
	Đề	Đáp án
ĐỀ SỐ 01	3	10
ĐỀ SỐ 02	5	16
ĐỀ SỐ 03	7	21

HỆ THỐNG ĐỀ THI

ĐỀ SỐ 01

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Giải các phương trình sau

a) $x(x-6)+2(x-6)=0$;

b) $\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{3x-11}{(x+1)(x-2)}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=-5 \\ 2x+5y=12 \end{cases}$.

3) Giải bất phương trình $\dfrac{x-2}{5}+3\le\dfrac{x}{10}-\dfrac{2x-1}{2}$.

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}}$ và $B=\dfrac{1}{\sqrt{x}+2}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\dfrac{2x-\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x>0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

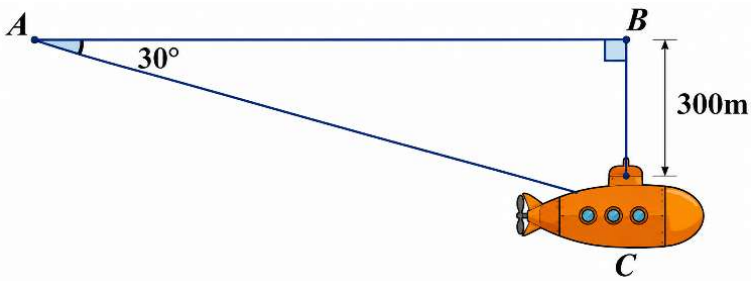
3) Cho $P=A\cdot B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $|P|=\dfrac{5}{3}$.

Bài 3 (1,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Trong một chuyến đi ủng hộ đồng bào miền Trung chịu ảnh hưởng bởi bão lũ, một tổ chức từ thiện đã thuê 20 chiếc xe để vận chuyển hàng hóa cứu trợ. Tổ chức đó thuê hai loại phương tiện: xe tải lớn có thể chở được tối đa 7 tấn và xe bán tải có thể chở được tối đa 3 tấn mỗi xe. Biết rằng các xe đều chở tối đa khối lượng hàng cho phép và sau một chuyến vận chuyển, số hàng cứu trợ được chở đi là 112 tấn. Hỏi tổ chức đã thuê bao nhiêu chiếc xe mỗi loại ?

Bài 4 (4,0 điểm).

1) Một chiếc tàu ngầm đang ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống từ vị trí A và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước một góc $30°$. Một lúc sau, tàu đến vị trí C ở độ sâu $300m$ so với mặt biển (như hình vẽ). Tính quãng đường AC mà tàu đã di chuyển được?



2) Cho đường tròn (O,R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi giao điểm của đường thẳng OA và đường thẳng BC là điểm E.

a) Chứng minh đường thẳng OA là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

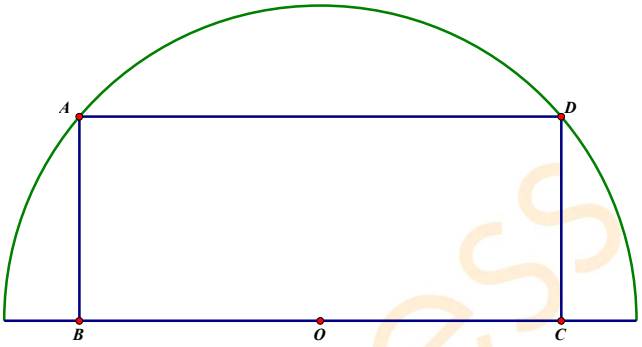
b) Vẽ đường kính CD của đường tròn (O). Đường thẳng DA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai

là $M\left(M \neq D\right)$ và cắt đoạn thẳng BC tại điểm K. Chứng minh tam giác CMD là tam giác vuông và $AM \cdot AD = AE \cdot AO$.

c) Tia CM cắt đoạn thẳng AO tại điểm H. Chứng minh ba đường thẳng DH, MO, CK đồng quy.

Bài 5 (0,5 điểm).

Từ một miếng bìa có dạng nửa hình tròn tâm O, bán kính $10cm$, bạn An muốn cắt một phần bìa có dạng hình chữ nhật $ABCD$ (như hình vẽ). Tính độ dài đoạn AB để diện tích của hình chữ nhật cắt được là lớn nhất.



----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 02

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

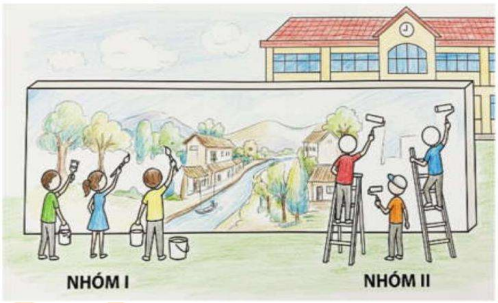
Bài 1 (1,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A=\left(8\sqrt{3}-2\sqrt{75}+\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}$

b) $B=\dfrac{14}{3+\sqrt{2}}+\sqrt{(1-2\sqrt{2})^2}$

Bài 2 (3,0 điểm).

1) Hai nhóm họa sĩ được giao nhiệm vụ vẽ một bức tranh bích họa lớn trang trí tường rào trường học. Nếu cả hai nhóm cùng làm thì sau 4 ngày sẽ hoàn thành bức tranh. Tuy nhiên, trên thực tế, hai nhóm chỉ làm chung được 2 ngày thì nhóm I phải chuyển đi làm việc khác. Nhóm II tiếp tục làm một mình trong 6 ngày nữa thì hoàn thành nốt phần việc còn lại. Hỏi nếu làm riêng ngay từ đầu, mỗi nhóm mất bao nhiêu ngày để hoàn thành bức tranh?



2) Hằng ngày, Hải thường đạp xe với vận tốc $8\,km/h$ trên cung đường từ nhà đến trường để vừa kịp giờ vào lớp. Sáng nay, vì muốn tranh thủ ôn bài đầu giờ, Hải dự định đạp xe nhanh hơn $4\,km/h$ so với mọi ngày để đến sớm 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà Hải đến trường dài bao nhiêu km?



Bài 3 (2,0 điểm).

Cho $C=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $D=\dfrac{3-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\dfrac{2x-4}{x-4}$ với $x\ge 0; x\ne 9$ và $x\ne 4$.

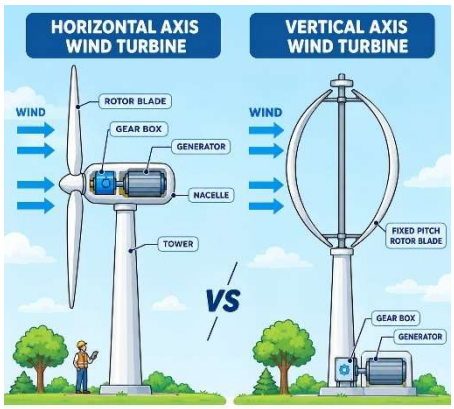
a) Tính giá trị của biểu thức C khi $x=1$.

b) Chứng tỏ rằng $D=\dfrac{-1}{\sqrt{x}+2}$.

c) Đặt $I=\dfrac{D}{C}$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $I\le 0$.

Bài 4 (1,0 điểm).

Các kỹ sư năng lượng sử dụng mô hình toán học để tính toán vận tốc gió cần thiết nhằm tạo ra một lượng điện năng nhất định từ tuabin gió. Sự liên hệ giữa vận tốc gió $v\left(m/s\right)$ và công suất điện $P\ \left(W\right)$ được cho bởi công thức sau: $v=\sqrt[3]{\dfrac{P}{0,5}}$ ($0,5$ là hệ số hiệu suất khí động học của tuabin)



a) Hãy tính vận tốc gió v cần thiết để tạo ra công suất điện $P=500$ W.

b) Một cơn bão đi qua vùng biển lắp đặt tuabin gió này. Các thiết bị đo đạc ghi nhận tuabin đã phát ra công suất là $32000W$. Hỏi lúc đó, vận tốc gió đạt bao nhiêu m/s?

Bài 5 (2,5 điểm). Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn $(O;R)$ kẻ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn (O). Gọi H là giao điểm của AB và OM.

a) Chứng minh rằng: bốn điểm M, B, O, A cùng thuộc một đường tròn;

b) Chứng minh rằng: H là trung điểm của AB và $AM \cdot AD = AB \cdot R$;

c) Gọi N là giao điểm của MD và AB. Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại D cắt đường thẳng AB tại K.

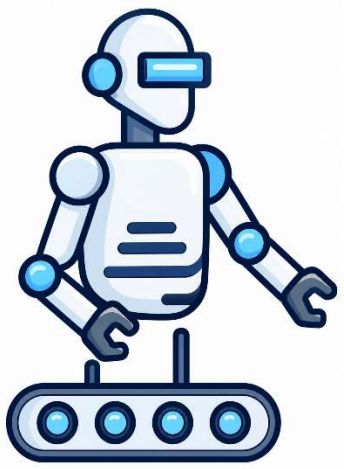
i) Chứng minh rằng $NA \cdot NB = NK \cdot NH$;

ii) Chứng minh rằng $ON \perp MK$.

Bài 6 (0,5 điểm). Một robot tự hành di chuyển qua hai khu vực, khu A dài $6m$ và khu B dài $24m$, với vận tốc không đổi cho từng khu. Do giới hạn tải trọng, tổng vận tốc thiết lập không được vượt quá $6m/s$. Mức tiêu hao năng lượng của robot được tính bằng tổng hai thành phần:

1. Hao phí động cơ: Có giá trị bằng đúng tổng vận tốc ở từng khu của robot (đơn vị năng lượng)
2. Hao phí điều khiển: Hệ thống cảm biến tiêu thụ 1 đơn vị năng lượng cho mỗi giây hoạt động trên đường.

Tìm giá trị vận tốc của robot ở từng khu để nó hoàn thành nhiệm vụ với mức tiêu hao năng lượng thấp nhất.



----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 03

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3x+1}{x-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$.

3) Xét biểu thức $P=A\cdot B$. Tìm x để $|P|-P=0$.

Bài 2 (3,0 điểm).

1) Trong khuôn khổ sự kiện Trưng Vương Fiesta, các lớp tổ chức vòng loại để chọn ra những học sinh xuất sắc tham gia cuộc thi "Rung Chuông Vàng" cấp trường.
Mỗi thí sinh phải trả lời 20 câu hỏi. Quy định chấm điểm như sau:

- Mỗi câu trả lời đúng được cộng 5 điểm.
- Mỗi câu trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 2 điểm.

Một thí sinh được chọn vào vòng thi cấp trường nếu đạt ít nhất 74 điểm. Hỏi thí sinh cần trả lời đúng tối thiểu bao nhiêu câu để đủ điều kiện vào vòng trường?

2) Dọc hai bờ sông Hồng là gần 30 di tích lịch sử - văn hóa và hàng chục làng nghề truyền thống. Để đánh thức du lịch sông Hồng, thủ đô Hà Nội đã ra mắt nhiều tour du thuyền trên sông.

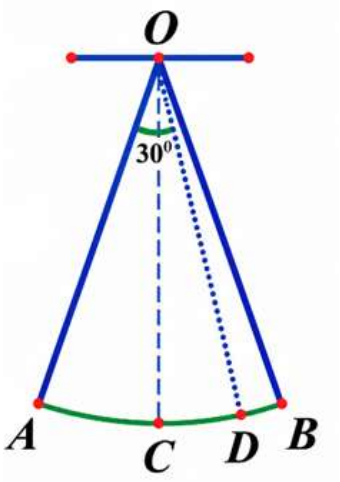
- Tour "Chào Đón Ánh Dương" du thuyền xuôi dòng 25 km, ngược dòng 15 km hết 2 giờ 45 phút.
- Tour "Vệt Nắng Hoàng Hôn" du thuyền xuôi dòng 30 km, ngược dòng 20 km hết 3 giờ 30 phút.

Tính vận tốc riêng của du thuyền và vận tốc dòng nước chảy (biết vận tốc riêng của du thuyền và vận tốc dòng nước chảy không đổi).

Bài 3 (1,0 điểm).

Một chiếc đồng hồ quả lắc có thanh treo con lắc dài $60cm$. Khi hoạt động ổn định, đầu con lắc dao động qua lại trên một mặt phẳng và quét nên một cung tròn có tâm là điểm treo con lắc với góc ở tâm là $30°$.





1) Tính độ dài quãng đường con lắc di chuyển từ điểm A đến điểm B (Lấy $\pi\approx 3,14$).

2) Khi sửa chiếc đồng hồ này, các thiết bị kiểm tra chuyên dụng cho biết: con lắc bắt đầu di chuyển từ điểm A được $339,12cm$ thì đột ngột dừng lại tại điểm D. Hỏi lúc này con lắc lệch bao nhiêu độ so với phương thẳng đứng?

Bài 4 (3,0 điểm).

Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Từ A kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên tia Ax lấy điểm M sao cho $MA > R$. Từ M kẻ tiếp tuyến MC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm).

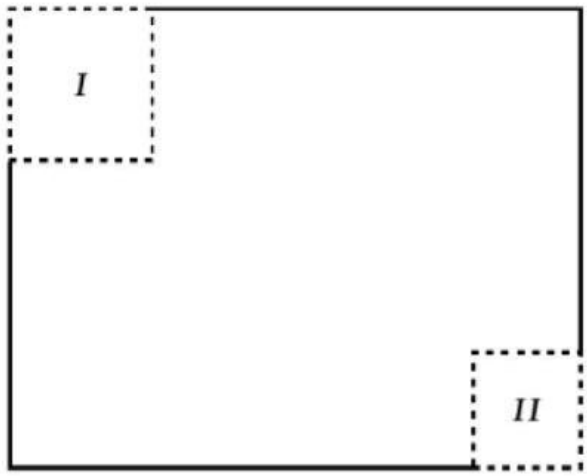
1) Chứng minh bốn điểm A, O, C, M cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi E là giao điểm của MB với đường tròn tâm O. Chứng minh OM song song với BC và $\widehat{BMO} = \widehat{CAE}$.

3) Từ B kẻ tiếp tuyến By với đường tròn (O). Đường thẳng qua O và song song với AC, cắt By tại D. Gọi I là trung điểm của OB. Chứng minh MB vuông góc với ID.

Bài 5 (0,5 điểm).

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $20m$, chiều rộng $15m$. Bố An muốn phân hai khu vực hình vuông ở hai góc đối của mảnh vườn để thiết kế trang trí (hình minh họa). Để vừa đảm bảo tính thẩm mĩ, vừa tiết kiệm chi phí, mỗi khu vực có diện tích không nhỏ hơn $1m^2$ và tổng diện tích hai khu vực là $5m^2$. Ngoài ra để phân rõ hai khu vực trên với phần diện tích còn lại, bố An trồng hoa bao quanh cả bốn cạnh của mỗi khu vực:



- Khu vực I trồng hoa mười giờ với chi phí 30000 đồng/mét.
- Khu vực II trồng hoa ngũ sắc với chi phí 70000 đồng/mét.

Hỏi chi phí trồng hoa dao động từ ít nhất bao nhiêu tiền và nhiều nhất bao nhiêu tiền, để bố An có thể chủ động?

----------HẾT----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 01

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Giải các phương trình sau

a) $x(x-6)+2(x-6)=0$;

b) $\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{3x-11}{(x+1)(x-2)}$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=-5 \\ 2x+5y=12 \end{cases}$.

3) Giải bất phương trình $\dfrac{x-2}{5}+3\le\dfrac{x}{10}-\dfrac{2x-1}{2}$.

Lời giải

1) a) Giải phương trình: $x(x-6)+2(x-6)=0$

$$(x+2)(x-6)=0$$

TH1: $x+2=0\Rightarrow x=-2$

TH2: $x-6=0\Rightarrow x=6$

Vậy phương trình có tập nghiệm $S=\{-2;6\}$.

b) Giải phương trình $\dfrac{2}{x+1}=\dfrac{3x-11}{(x+1)(x-2)}$.

ĐKXĐ: $x\ne -1; x\ne 2$.

$$\frac{2(x-2)}{(x+1)(x-2)}=\frac{3x-11}{(x+1)(x-2)}$$

$$\frac{2x-4}{(x+1)(x-2)}=\frac{3x-11}{(x+1)(x-2)}$$

$$2x-4=3x-11$$

$$x=7 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy phương trình có nghiệm $x=7$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-3y=-5\ (1) \\ 2x+5y=12\ (2) \end{cases}$.

Nhân hai vế của phương trình (1) với 2 ta được $\begin{cases} 2x-6y=-10 \\ 2x+5y=12 \end{cases}$

Trừ từng vế của hai phương trình ta được $-11y=-22\Rightarrow y=2$

Thay $y=2$ vào phương trình (1), ta được $x-3\cdot 2=-5\Rightarrow x=1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(1;2)$.

3) Giải bất phương trình: $\frac{x-2}{5}+3\le\frac{x}{10}-\frac{2x-1}{2}$

$$\frac{2(x-2)}{10}+\frac{30}{10}\le\frac{x}{10}-\frac{5(2x-1)}{10}$$
$$2x-4+30\le x-10x+5$$
$$11x\le -21$$
$$x\le\frac{-21}{11}$$

Vậy bất phương trình có nghiệm $x\le\frac{-21}{11}$.

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}}$ và $B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{2x-\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x>0, x\ne 4$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

3) Cho $P=A\cdot B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $|P|=\frac{5}{3}$.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

Thay $x=9$ (tmđk) vào A, tính được $A=\frac{10}{3}$.

2) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$.

$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}-\frac{2x-\sqrt{x}+2}{4-x}$$
$$B=\frac{1}{\sqrt{x}+2}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$
$$B=\frac{\sqrt{x}-2-\sqrt{x}(\sqrt{x}+2)+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$
$$B=\frac{\sqrt{x}-2-x-2\sqrt{x}+2x-\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$
$$B=\frac{x-2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$ với $x>0, x\neq 4$ (đpcm).

3) Cho $P=A\cdot B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $|P|=\dfrac{5}{3}$.

Ta có $P=A\cdot B=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}}\cdot\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+2}$.

+ Vì $x>0$ dễ chứng minh được $P>0$ nên $|P|=P$

+ Từ $|P|=\dfrac{5}{3}\Rightarrow P=\dfrac{5}{3}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{x}+7}{\sqrt{x}+2}=\dfrac{5}{3}$

$\Rightarrow 3\sqrt{x}+21=5\sqrt{x}+10\Rightarrow\sqrt{x}=\dfrac{11}{2}\Rightarrow x=\dfrac{121}{4}$ (tmđk)

Vậy $x=\dfrac{121}{4}$.

Bài 3 (1,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Trong một chuyến đi ủng hộ đồng bào miền Trung chịu ảnh hưởng bởi bão lũ, một tổ chức từ thiện đã thuê 20 chiếc xe để vận chuyển hàng hóa cứu trợ. Tổ chức đó thuê hai loại phương tiện: xe tải lớn có thể chở được tối đa 7 tấn và xe bán tải có thể chở được tối đa 3 tấn mỗi xe. Biết rằng các xe đều chở tối đa khối lượng hàng cho phép và sau một chuyến vận chuyển, số hàng cứu trợ được chở đi là 112 tấn. Hỏi tổ chức đã thuê bao nhiêu chiếc xe mỗi loại ?

Lời giải

Gọi số xe tải lớn là $x\left(\text{xe}, x\in\mathbb{N}^*, x<20\right)$

Số xe bán tải là y (xe, $y\in\mathbb{N}^*, y<20$)

Tổng cộng tổ chức đã thuê 20 chiếc xe nên ta có phương trình: $x+y=20$ (1)

Các xe tải lớn chở được số tấn hàng cứu trợ là $7x$ (tấn)

Các xe bán tải chở được số tấn hàng cứu trợ là $3y$ (tấn)

Sau một chuyến vận chuyển, số hàng cứu trợ được chở đi là 112 tấn nên ta có phương trình: $7x+3y=112(2)$

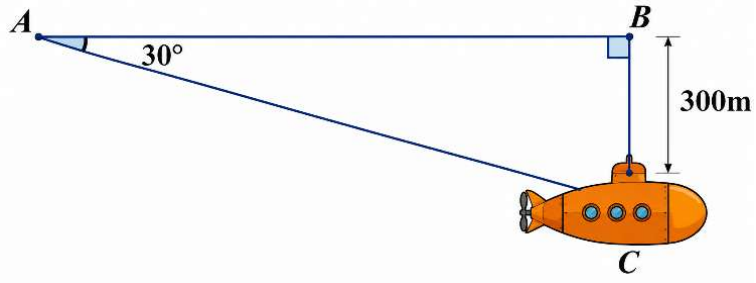
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=20\\7x+3y=112\end{cases}$

Giải hệ phương trình tìm $x=13, y=7\left(TMĐK\right)$

Vậy tổ chức đã thuê 13 xe tải lớn và 7 xe bán tải.

Bài 4 (4,0 điểm)

1) Một chiếc tàu ngầm đang ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống từ vị trí A và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước một góc $30°$. Một lúc sau, tàu đến vị trí C ở độ sâu $300m$ so với mặt biển (như hình vẽ). Tính quãng đường AC mà tàu đã di chuyển được?



2) Cho đường tròn (O,R) và một điểm A nằm ngoài đường tròn. Kẻ tiếp tuyến AB, AC với đường tròn (O) (B,C là các tiếp điểm). Gọi giao điểm của đường thẳng OA và đường thẳng BC là điểm E.

a) Chứng minh đường thẳng OA là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

b) Vẽ đường kính CD của đường tròn (O). Đường thẳng DA cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai là $M(M \neq D)$ và cắt đoạn thẳng BC tại điểm K. Chứng minh tam giác CMD là tam giác vuông và $AM \cdot AD = AE \cdot AO$.

c) Tia CM cắt đoạn thẳng AO tại điểm H. Chứng minh ba đường thẳng DH, MO, CK đồng quy.

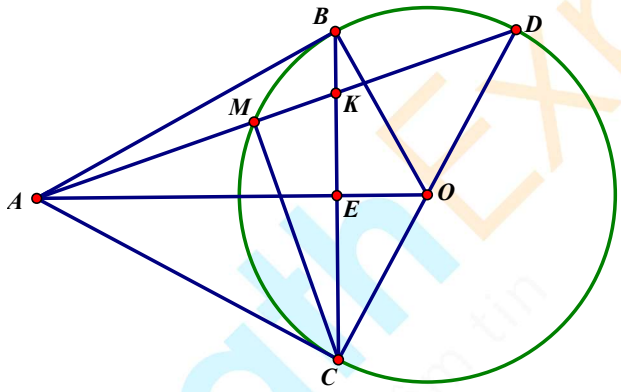
Lời giải

1) Xét tam giác ABC vuông tại B, có: $\sin A = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow AC = \dfrac{BC}{\sin A} = \dfrac{300}{\sin 30^\circ} = 600(m)$

Vậy tàu đã di chuyển được quãng đường $AC = 600m$.

2)

a)



Vì AB và AC là hai tiếp tuyến của đường tròn $(O),(B,C$ là tiếp điểm)

$$\Rightarrow \begin{cases} \widehat{ABO} = \widehat{ACO} = 90^\circ \\ AB = AC \\ AO \text{ là tia phân giác } \widehat{BAC} \\ OA \text{ là tia phân giác } \widehat{BOC} \end{cases}$$

Vì ΔABC có $AB = AC$ nên tam giác cân tại A, mà AO là phân giác góc $\widehat{BAC}$

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của đoạn thẳng BC.

b)

+ Điểm O là trung điểm của CD nên MO là đường trung tuyến

+ Xét tam giác ΔCMD có MO là đường trung tuyến mà $MO = \dfrac{1}{2}CD$ nên ΔCMD vuông tại M.

+ Chứng minh $\Delta ACM \backsim \Delta ADC(g-g) \Rightarrow AM \cdot AD = AC^2$.

+ Chứng minh $\Delta AEC \backsim \Delta ACO(g-g) \Rightarrow AE \cdot AO = AC^2$.

$\Rightarrow AM \cdot AD = AE \cdot AO$.

c) Gọi giao điểm của đường thẳng CK với HD là I. MI cắt KH tại J, cắt DC tại O'.

Chứng minh được H là trực tâm ΔKCA

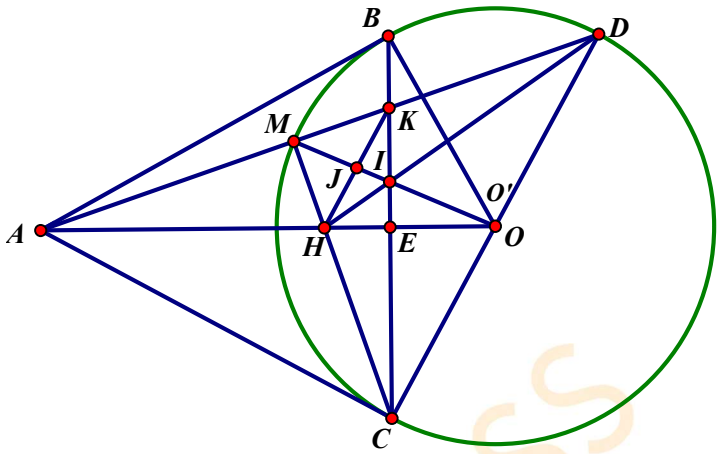
$\Rightarrow KH \perp CA \Rightarrow KH // DC$.

* Chứng minh

$$\frac{KJ}{DO'} = \frac{MK}{MD} = \frac{KH}{DC} = \frac{KI}{IC} = \frac{KJ}{O'C} \Rightarrow DO' = O'C$$

$\Rightarrow O'$ là trung điểm của DC hay $O' \equiv O$.

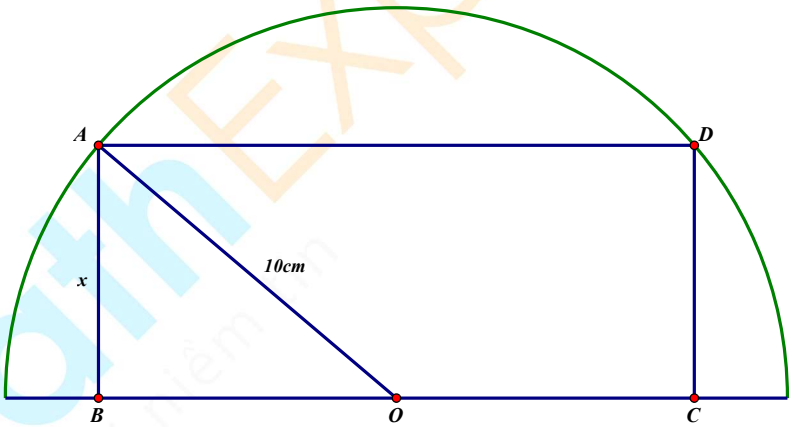
$\Rightarrow M, I, O$ thẳng hàng hay 3 đường thẳng DH, MO, CK đồng quy.



Bài 5 (0,5 điểm).

Từ một miếng bìa có dạng nửa hình tròn tâm O, bán kính $10cm$, bạn An muốn cắt một phần bìa có dạng hình chữ nhật $ABCD$ (như hình vẽ). Tính độ dài đoạn AB để diện tích của hình chữ nhật cắt được là lớn nhất.

Lời giải



+ Đặt $AB = x(cm), 0 < x < 10$.

+ Xét ΔABO vuông tại B ta tính được:

$BO = \sqrt{10^2 - x^2}$ (cm)

$\Rightarrow BC = 2\sqrt{10^2 - x^2}$ (cm)

+ Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $S = 2x\sqrt{100 - x^2}\left(cm^2\right)$

+ Khi đó:

$S^2 = 4x^2\left(100 - x^2\right)$

$S^2 = -4x^4 + 2 \cdot 2x^2 \cdot 100 - 100^2 + 100^2$

$S^2 = -\left(2x^2 - 100\right)^2 + 100^2$

$\Rightarrow S^2 \le 100^2$

$\Rightarrow S \le 100$

Dấu bằng xảy ra khi: $\begin{cases} 0 < x < 10 \\ 2x^2 - 100 = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 5\sqrt{2}(cm)$.

Vậy diện tích của hình chữ nhật cắt được lớn nhất là $100cm^2$ khi $AB = 5\sqrt{2}$ (cm).

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 02

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (1,0 điểm). Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A=\left(8\sqrt{3}-2\sqrt{75}+\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}$

b) $B=\dfrac{14}{3+\sqrt{2}}+\sqrt{(1-2\sqrt{2})^2}$

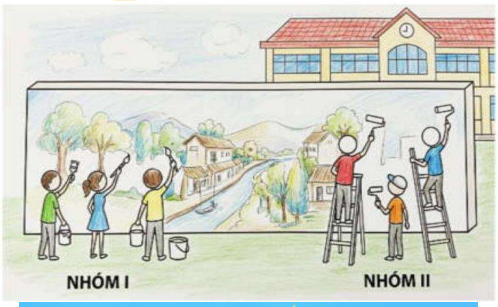
Lời giải

a) $A=\left(8\sqrt{3}-2\sqrt{75}+\sqrt{27}\right)\cdot\sqrt{3}=\left(8\sqrt{3}-10\sqrt{3}+3\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{3}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$

b) $B=\dfrac{14}{3+\sqrt{2}}+\sqrt{(1-2\sqrt{2})^2}=\dfrac{14\left(3-\sqrt{2}\right)}{9-2}+\left|1-2\sqrt{2}\right|=6-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-1=5$

Bài 2 (3,0 điểm).

1) Hai nhóm họa sĩ được giao nhiệm vụ vẽ một bức tranh bích họa lớn trang trí tường rào trường học. Nếu cả hai nhóm cùng làm thì sau 4 ngày sẽ hoàn thành bức tranh. Tuy nhiên, trên thực tế, hai nhóm chỉ làm chung được 2 ngày thì nhóm I phải chuyển đi làm việc khác. Nhóm II tiếp tục làm một mình trong 6 ngày nữa thì hoàn thành nốt phần việc còn lại. Hỏi nếu làm riêng ngay từ đầu, mỗi nhóm mất bao nhiêu ngày để hoàn thành bức tranh?



2) Hằng ngày, Hải thường đạp xe với vận tốc $8\,km/h$ trên cung đường từ nhà đến trường để vừa kịp giờ vào lớp. Sáng nay, vì muốn tranh thủ ôn bài đầu giờ, Hải dự định đạp xe nhanh hơn $4\,km/h$ so với mọi ngày để đến sớm 10 phút. Hỏi quãng đường từ nhà Hải đến trường dài bao nhiêu km?



Lời giải

1) Gọi thời gian Nhóm I và Nhóm II làm một mình xong bức tranh lần lượt là x,y (ngày) $(x,y>4)$

Vì cả hai nhóm cùng làm thì sau 4 ngày sẽ hoàn thành bức tranh nên ta có phương trình:

$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}$

Vì thực tế, hai nhóm chỉ làm chung được 2 ngày thì nhóm I phải chuyển đi làm việc khác. Nhóm II tiếp tục làm một mình trong 6 ngày nữa thì hoàn thành nốt phần việc còn lại nên ta có phương trình: $2\cdot\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)+6\cdot\dfrac{1}{y}=1$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{4}\\ 2\cdot\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)+6\cdot\dfrac{1}{y}=1\end{cases}$

Giải ra được $x=6$ và $y=12$ (tmđk)

Vậy thời gian Nhóm I và Nhóm II làm một mình xong bức tranh lần lượt là 6 ngày và 12 ngày.

2) Gọi độ dài quãng đường từ nhà Hải đến trường là $x(\text{ km})(x>0)$

Thời gian thường ngày Hải đi từ nhà đến trường là $\frac{x}{8}$ (giờ)

Thời gian thực tế sáng nay Hải đi từ nhà đến trường là $\frac{x}{8+4}=\frac{x}{12}$ (giờ)

Vì thời gian Hải đi sáng nay sớm hơn mọi ngày là 10 phút nên $\frac{x}{8}-\frac{x}{12}=\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$

Giải ra được $x=4$ (tmđk)

Vậy độ dài quãng đường từ nhà Hải đến trường là $4(\text{ km})$

Bài 3 (2,0 điểm).

Cho $C=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $D=\frac{3-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{2x-4}{x-4}$ với $x\ge 0; x\ne 9$ và $x\ne 4$.

a) Tính giá trị của biểu thức C khi $x=1$.

b) Chứng tỏ rằng $D=\frac{-1}{\sqrt{x}+2}$.

c) Đặt $I=\frac{D}{C}$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $I\le 0$.

Lời giải

a) Thay $x=1$ (tmđk) vào biểu thức C ta tính được $C=-1,5$.

b) $D=\frac{3-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}+\frac{2x-4}{x-4}$

$$D=\frac{\left(3-2\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}+\frac{2x-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$D=\frac{3\sqrt{x}-2x+6-4\sqrt{x}+2x-4}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

$$D=\frac{2-\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-2\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}$$

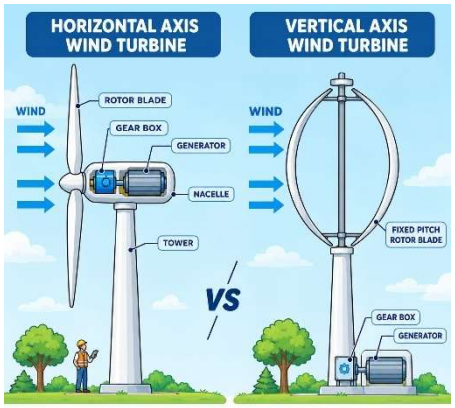
$D=\frac{-1}{\sqrt{x}+2}$ (ĐPCM)

c) Để $I\le 0\Rightarrow I=\frac{-1}{\sqrt{x}+2}\cdot\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+2}=\frac{3-\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)^2}\le 0$. Mà $(\sqrt{x}+2)^2>0\Rightarrow 3-\sqrt{x}\le 0\Rightarrow x\ge 9$

Kết hợp điều kiện xác định ta được $x>9$

Mà x là số nguyên nhỏ nhất nên $x=10$.

Bài 4 (1,0 điểm).



Các kỹ sư năng lượng sử dụng mô hình toán học để tính toán vận tốc gió cần thiết nhằm tạo ra một lượng điện năng nhất định từ tuabin gió. Sự liên hệ giữa vận tốc gió $v\left(m/s\right)$ và công suất điện $P\ \left(W\right)$ được cho bởi công thức sau: $v=\sqrt[3]{\dfrac{P}{0,5}}$ ($0,5$ là hệ số hiệu suất khí động học của tuabin)

a) Hãy tính vận tốc gió v cần thiết để tạo ra công suất điện $P=500$ W.

b) Một cơn bão đi qua vùng biển lắp đặt tuabin gió này. Các thiết bị đo đạc ghi nhận tuabin đã phát ra công suất là $32000W$. Hỏi lúc đó, vận tốc gió đạt bao nhiêu m/s?

Lời giải

a) Thay $P=500$ vào ta được $v=\sqrt[3]{\dfrac{500}{0,5}}$. Tính được $v=10m/s$

b) Thay $P=32000$ vào ta được $v=\sqrt[3]{\dfrac{32000}{0,5}}$. Tính được $v=40m/s$

Bài 5 (2,5 điểm). Từ một điểm M nằm ngoài đường tròn $\left(O;R\right)$ kẻ hai tiếp tuyến MA và MB (A và B là các tiếp điểm). Kẻ đường kính BD của đường tròn $\left(O\right)$. Gọi H là giao điểm của AB và OM.

a) Chứng minh rằng: bốn điểm M,B,O,A cùng thuộc một đường tròn;

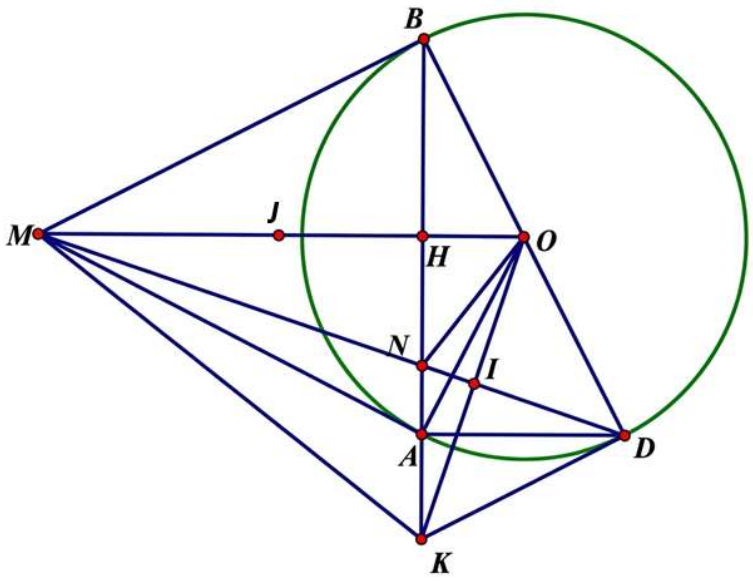
b) Chứng minh rằng: H là trung điểm của AB và $AM\cdot AD=AB\cdot R$;

c) Gọi N là giao điểm của MD và AB. Tiếp tuyến của đường tròn $\left(O\right)$ tại D cắt đường thẳng AB tại K.

i) Chứng minh rằng $NA\cdot NB=NK\cdot NH$;

ii) Chứng minh rằng $ON\perp MK$.

Lời giải



a) Gọi J là trung điểm MO

MB là tiếp tuyến đường tròn (O) nên $MB \perp BO$ hay $\widehat{MBO} = 90°$

Xét ΔMBO vuông tại B có BJ là đường trung tuyến nên $JB = JM = JO$

Suy ra M, B, O thuộc đường tròn đường kính MO

MA là tiếp tuyến đường tròn (O) nên $MA \perp OA$ hay $\widehat{MAO} = 90°$

Xét ΔMAO vuông tại A có AJ là đường trung tuyến nên $JA = JM = JO$

Suy ra M, A, O thuộc đường tròn đường kính MO

Kết luận 4 điểm M, B, O, A thuộc cùng một đường tròn đường kính MO

b) Hai tiếp tuyến MA và MB cắt nhau tại M nên $MB = MA$

Lại có $OA = OB (= R)$

Nên OM là đường trung trực của AB

Suy ra H là trung điểm của AB.

Chứng minh được $AD // MH$ từ đó $\widehat{MOA} = \widehat{BDA} \left(= \widehat{MOB}\right)$

Chứng minh được $\Delta AMO \backsim \Delta ABD$ (g.g) nên $AM \cdot AD = AB \cdot AO$ hay $AM \cdot AD = AB \cdot R$.

c)

i) Vì $AD // MH$ nên theo định lý Thales ta có: $\frac{NA}{NH} = \frac{ND}{NM}$

Chứng minh được $MB // DK$ nên theo định lý Thales ta có: $\frac{NK}{NB} = \frac{ND}{NM}$

Khi đó: $\frac{NA}{NH} = \frac{NK}{NB}$ nên $NA \cdot NB = NK \cdot NH$

ii) Gọi I là giao điểm của MD và OK.

Ta có $NA \cdot NB = (HA - HN)(HA + HN) = HA^2 - HN^2$

$NK \cdot NH = (HK - HN) \cdot HN$

Mà $NA \cdot NB = NK \cdot NH$ (chứng minh trên)

Suy ra $HA^2 - HN^2 = (HK - HN) \cdot HN$

$$HA^2 = (HK - HN) \cdot HN + HN^2$$

$$HA^2 = HN \cdot HK$$

Lại có: $HA^2 = HO \cdot HM$ (chứng minh $\Delta OHA \backsim \Delta AHM\ (g.g)$)

nên $HN \cdot HK = HO \cdot HM$

Từ đó chứng minh $\Delta HNM \backsim \Delta HOK$ (c.g.c) nên $\widehat{HMN} = \widehat{HKO}$

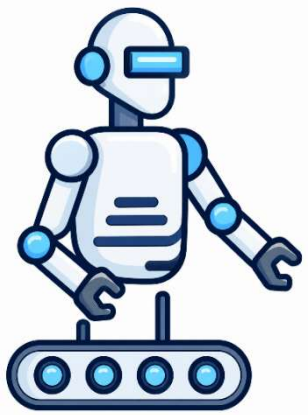
Chứng minh: $MI \perp OK$ từ đó $MD \perp OK$

Xét ΔMKO có KH, MI là đường cao cắt nhau tại N nên N là trực tâm của ΔMKO hay ON là đường cao của ΔMKO nên ON vuông góc với MK.

Bài 6 (0,5 điểm). Một robot tự hành di chuyển qua hai khu vực, khu A dài $6m$ và khu B dài $24m$, với vận tốc không đổi cho từng khu. Do giới hạn tải trọng, tổng vận tốc thiết lập không được vượt quá $6m/s$. Mức tiêu hao năng lượng của robot được tính bằng tổng hai thành phần:

1. Hao phí động cơ: Có giá trị bằng đúng tổng vận tốc ở từng khu của robot (đơn vị năng lượng)
2. Hao phí điều khiển: Hệ thống cảm biến tiêu thụ 1 đơn vị năng lượng cho mỗi giây hoạt động trên đường.

Tìm giá trị vận tốc của robot ở từng khu để nó hoàn thành nhiệm vụ với mức tiêu hao năng lượng thấp nhất.



Lời giải

Gọi giá trị vận tốc của robot ở khu A là $x(m/s)$ và giá trị vận tốc của robot ở khu B là $y(m/s)$ $(x, y > 0)$.

Mức tiêu hao năng lượng của robot là: $P = x + y + \frac{6}{x} + \frac{24}{y}$ với $x + y \le 6$

$$P = \left(\frac{3x}{2} + \frac{6}{x}\right) + \left(\frac{3y}{2} + \frac{24}{y}\right) - \frac{1}{2}(x + y)$$

$$P = \frac{3(x-2)^2}{2x} + \frac{3(y-4)^2}{2y} - \frac{1}{2}(x + y) + 18 \ge 15$$

Dấu bằng xảy ra tại $x = 2$ và $y = 4$.

Vậy giá trị vận tốc của robot ở khu A là $2(m/s)$ và giá trị vận tốc của robot ở khu B là $4(m/s)$ để nó hoàn thành nhiệm vụ với mức tiêu hao năng lượng thấp nhất.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 03

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,5 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}$ và $B=\dfrac{3x+1}{x-1}-\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}$ với $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 1$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$.

3) Xét biểu thức $P=A\cdot B$. Tìm x để $|P|-P=0$.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=16$.

Thay $x=16$ (TMĐK) vào A ta có: $A=\dfrac{\sqrt{16}-1}{\sqrt{16}-2}=\dfrac{3}{2}$

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$.

$$B=\frac{3x+1}{x-1}-\frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}$$

$$B=\frac{3x+1}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{2\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}-\frac{1\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$$B=\frac{x+\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$$

$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ (ĐPCM)

3) $P=AB=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2}\cdot\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$

Nhận xét: $|P|-P=0\Rightarrow|P|=P\Rightarrow P\ge 0$

TH1: $x=0\Rightarrow P=0$ (1)

TH2: $\sqrt{x}>0$ nên $\sqrt{x}-2>0$ nên $x>4$

Kết hợp điều kiện xác định $x\ge 0, x\ne 4, x\ne 1$ ta được $x>4$ (2)

Vậy $x>4$ hoặc $x=0$.

Bài 2 (3,0 điểm).

1) Trong khuôn khổ sự kiện Trưng Vương Fiesta, các lớp tổ chức vòng loại để chọn ra những học sinh xuất sắc tham gia cuộc thi "Rung Chuông Vàng" cấp trường.

Mỗi thí sinh phải trả lời 20 câu hỏi. Quy định chấm điểm như sau:

- Mỗi câu trả lời đúng được cộng 5 điểm.

- Mỗi câu trả lời sai hoặc không trả lời bị trừ 2 điểm.

Một thí sinh được chọn vào vòng thi cấp trường nếu đạt ít nhất 74 điểm. Hỏi thí sinh cần trả lời đúng tối thiểu bao nhiêu câu để đủ điều kiện vào vòng trường?

2) Dọc hai bờ sông Hồng là gần 30 di tích lịch sử - văn hóa và hàng chục làng nghề truyền thống. Để đánh thức du lịch sông Hồng, thủ đô Hà Nội đã ra mắt nhiều tour du thuyền trên sông.

- Tour "Chào Đón Ánh Dương" du thuyền xuôi dòng 25 km, ngược dòng 15 km hết 2 giờ 45 phút.

- Tour "Vệt Nắng Hoàng Hôn" du thuyền xuôi dòng 30 km, ngược dòng 20 km hết 3 giờ 30 phút.

Tính vận tốc riêng của du thuyền và vận tốc dòng nước chảy (biết vận tốc riêng của du thuyền và vận tốc dòng nước chảy không đổi).

Lời giải

1) Gọi số câu đúng là $x\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$.

Số điểm cho các câu đúng là $5x$ (điểm)

Số điểm bị trừ khi trả lời sai hoặc không trả lời được là: $2\left(20-x\right)$ (điểm)

Vì một thí sinh được chọn vào vòng thi cấp trường nếu đạt ít nhất 74 điểm nên ta được bất phương trình: $5x-2\left(20-x\right)\ge 74$

$5x-40+2x\ge 74$

$7x\ge 114$

$x\ge \dfrac{114}{7}$

Mà $x\in\mathbb{N}^*$ nên $x=17$.

Vậy thí sinh cần trả lời đúng ít nhất 17 câu.

2) Gọi vận tốc riêng của du thuyền và vận tốc dòng nước lần lượt là $x,y\,(km/h;\,x>y>0)$

Đổi 2 giờ 45 phút $=2,75$ giờ; 3 giờ 30 phút $=3,5$ giờ.

Vận tốc xuôi dòng là $x+y\left(km/h\right)$.

Vận tốc ngược dòng là $x-y\left(km/h\right)$.

Tour "Chào Đón Ánh Dương" du thuyền xuôi dòng hết số giờ là $\dfrac{25}{x+y}\left(h\right)$.

Tour "Chào Đón Ánh Dương" du thuyền ngược dòng hết số giờ là $\dfrac{15}{x-y}\left(h\right)$.

Tour "Chào Đón Ánh Dương" du thuyền xuôi dòng 25 km, ngược dòng 15 km hết 2 giờ 45 phút nên ta có phương trình : $\dfrac{25}{x+y}+\dfrac{15}{x-y}=2,75$

Tour "Vệt Nắng Hoàng Hôn" du thuyền xuôi dòng hết số giờ là $\frac{30}{x+y}(h)$

Tour "Vệt Nắng Hoàng Hôn" du thuyền ngược dòng hết số giờ là $\frac{20}{x-y}(h)$

Tour "Vệt Nắng Hoàng Hôn" du thuyền xuôi dòng 30 km, ngược dòng 20 km hết 3 giờ 30 phút nên ta có phương trình : $\frac{30}{x+y}+\frac{20}{x-y}=3,5$

Lập được hệ phương trình: $\begin{cases}\frac{25}{x+y}+\frac{15}{x-y}=2,75\\ \frac{30}{x+y}+\frac{20}{x-y}=3,5\end{cases}$

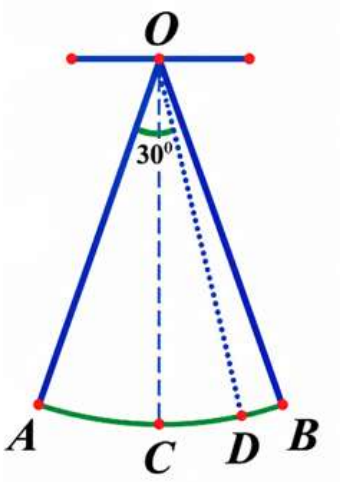
Giải hệ phương trình, tìm được $x=15$ (TMĐK) và $y=5$ (TMĐK).

Vậy vận tốc riêng của du thuyền và vận tốc dòng nước lần lượt là $15km/h$ và $5km/h$.

Bài 3 (1,0 điểm).

Một chiếc đồng hồ quả lắc có thanh treo con lắc dài $60cm$. Khi hoạt động ổn định, đầu con lắc dao động qua lại trên một mặt phẳng và quét nên một cung tròn có tâm là điểm treo con lắc với góc ở tâm là $30°$.





1) Tính độ dài quãng đường con lắc di chuyển từ điểm A đến điểm B (Lấy $\pi\approx 3,14$).

2) Khi sửa chiếc đồng hồ này, các thiết bị kiểm tra chuyên dụng cho biết: con lắc bắt đầu di chuyển từ điểm A được $339,12cm$ thì đột ngột dừng lại tại điểm D. Hỏi lúc này con lắc lệch bao nhiêu độ so với phương thẳng đứng?

Lời giải

1) Độ dài cung AB là $l=\frac{\pi\cdot 60\cdot 30°}{180°}\approx 31,4cm$

Vậy con lắc di chuyển khoảng $31,4cm$

2) Số lần đi hết cung AB là $339,12:31,4=10,8$ (lần)

Vậy con lắc đi hết 10 lần cung AB và đi thêm đoạn AD. Khi đó độ dài cung AD là $339,12-10\cdot 31,4=25,12(cm)$.

Từ đó góc ở tâm của cung AD là $n=\frac{180\cdot l}{\pi\cdot R}$

Tính được $\widehat{AOD}=24°$ từ đó tính được $\widehat{COD}=9°$.

Bài 4 (3,0 điểm).

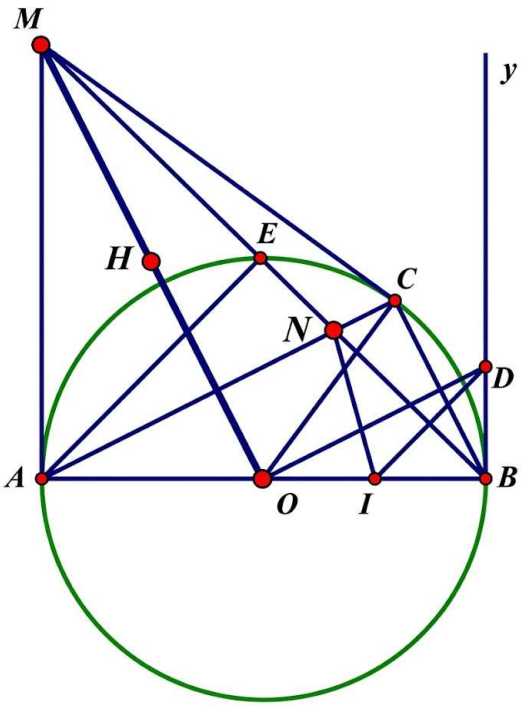
Cho đường tròn $(O;R)$ đường kính AB. Từ A kẻ tiếp tuyến Ax với đường tròn (O). Trên tia Ax lấy điểm M sao cho $MA > R$. Từ M kẻ tiếp tuyến MC với đường tròn (O) (C là tiếp điểm).

1) Chứng minh bốn điểm A,O,C,M cùng thuộc một đường tròn.

2) Gọi E là giao điểm của MB với đường tròn tâm O. Chứng minh OM song song với BC và $\widehat{BMO} = \widehat{CAE}$.

3) Từ B kẻ tiếp tuyến By với đường tròn (O). Đường thẳng qua O và song song với AC, cắt By tại D. Gọi I là trung điểm của OB. Chứng minh MB vuông góc với ID.

Lời giải



1) Gọi H là trung điểm MO

MA là tiếp tuyến đường tròn (O) nên $MA \perp OA$

Xét ΔMAO vuông tại A có AH là trung tuyến nên $HA = HM = HO$

Suy ra M, A, O thuộc đường tròn đường kính MO

MC là tiếp tuyến đường tròn (O) nên $MC \perp CO$

Xét ΔMCO vuông tại C có CH là trung tuyến nên $HC = HM = HO$

Suy ra M, C, O thuộc đường tròn đường kính MO

Vậy 4 điểm A,O,C,M cùng thuộc đường tròn $(H;HA)$

2) Gọi N là giao điểm của AC và BE

Xét ΔACB có $CO = AO = BO = \frac{1}{2}AB$ suy ra ΔACB vuông tại C

Vì MA, MC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại M của (O) nên ta chứng minh được $OM \perp AC$.

Mà $BC \perp AC$ nên $OM // BC$ (ĐPCM) nên $\widehat{CBE} = \widehat{BMO}$ (so le trong) (1)

Xét ΔAEB có $EO = AO = BO = \frac{1}{2}AB$ suy ra ΔAEB vuông tại E

Chứng minh được $\Delta AEN \backsim \Delta BCN\,(g.g)$ suy ra $\widehat{CAE} = \widehat{CBE}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{BMO} = \widehat{CAE}\left(= \widehat{CBE}\right)$ (ĐPCM)

3) Chứng minh được: OM là đường trung trực của AC nên $OM \perp AC$.

Mà $OD // AC$ nên $OM \perp OD$ nên $\widehat{MOD} = 90°$. Khi đó: $\widehat{MOA} + \widehat{DOB} = 90°$

Mà $\widehat{AOM} + \widehat{AMO} = 90°$ nên $\widehat{AMO} = \widehat{DOB}$

Chỉ ra $\Delta MAO \backsim \Delta OBD$ (g.g) nên $\frac{AM}{OB} = \frac{AO}{BD}$ nên $BD = \frac{OA \cdot OB}{AM} = \frac{R^2}{AM}$

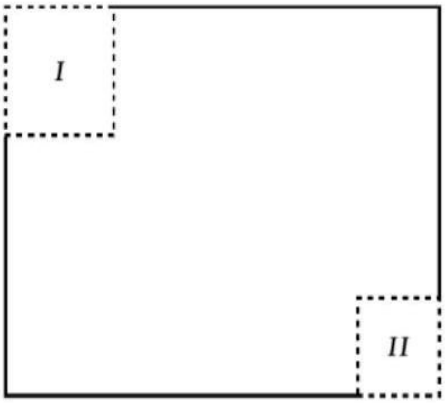
Khi đó: $\frac{BD}{AB}=\frac{R^2}{AM}:(2R)=\frac{R}{2}\cdot\frac{1}{AM}=BI\cdot\frac{1}{AM}$ hay $\frac{IB}{BD}=\frac{MA}{AB}$

Chỉ ra: $\Delta IBD\backsim\Delta MAB$ (c.g.c) nên $\widehat{BDI}=\widehat{ABM}$

Mà $\widehat{ABM}+\widehat{MBD}=90°$ nên $\widehat{BDI}+\widehat{MBD}=90°$ nên MB vuông góc với ID (ĐPCM)

Bài 5 (0,5 điểm).

Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $20m$, chiều rộng $15m$. Bố An muốn phân hai khu vực hình vuông ở hai góc đối của mảnh vườn để thiết kế trang trí (hình minh họa). Để vừa đảm bảo tính thẩm mĩ, vừa tiết kiệm chi phí, mỗi khu vực có diện tích không nhỏ hơn $1m^2$ và tổng diện tích hai khu vực là $5m^2$. Ngoài ra để phân rõ hai khu vực trên với phần diện tích còn lại, bố An trồng hoa bao quanh cả bốn cạnh của mỗi khu vực:



- Khu vực I trồng hoa mười giờ với chi phí 30000 đồng/mét.
- Khu vực II trồng hoa ngũ sắc với chi phí 70000 đồng/mét.

Hỏi chi phí trồng hoa dao động từ ít nhất bao nhiêu tiền và nhiều nhất bao nhiêu tiền, để bố An có thể chủ động?

Lời giải

Gọi $x(m)$ và $y(m)$ lần lượt là cạnh của khu vực I và khu vực II. ĐK: $x;y\geq 1$.

Từ đó diện tích khu vực I là $x^2(m^2)$, diện tích khu vực II là $y^2(m^2)$ và tổng diện tích là $5m^2$ nên $x^2+y^2=5$.

Do $x\geq 1$ nên $x^2\geq 1$, kết hợp $x^2+y^2=5$ suy ra $y^2\leq 4$ dẫn tới $1\leq y\leq 2$. Từ đây ta có $(y-1)(y-2)\leq 0,$

Suy ra $y^2+2\leq 3y$. Thực hiện tương tự ta có $x^2+2\leq 3x$, cộng theo vế thu được

$$x+y\geq\frac{x^2+y^2+4}{3}=\frac{5+4}{3}=3.$$

Mặt khác, chi phí trồng hoa là

$30000\cdot(x\cdot 4)+70000\cdot(y\cdot 4)=40000\cdot[3(x+y)+4y]\geq 40000\cdot(3\cdot 3+4\cdot 1)=520000$ (đồng).

Từ đó chi phí trồng hoa thấp nhất có thể là 520000 đồng, xảy ra khi khu vực I có cạnh $2m$, khu vực II có cạnh $1m$.

Lại có do $(x-1)^2\geq 0$ và $(y-2)^2\geq 0$ nên $3x\leq\frac{3x^2+3}{2}$ và $6y\leq\frac{3y^2}{2}+6,$

dẫn tới $3x+6y\leq\frac{3}{2}(x^2+y^2)+\frac{15}{2}=\frac{3}{2}\cdot 5+\frac{15}{2}=15$, kết hợp $y\leq 2$

suy ra chi phí trồng hoa

$30000\cdot(x\cdot 4)+70000\cdot(y\cdot 4)=40000[(3x+6y)+y]\leq 40000\cdot(15+2)=680000$ (đồng).

Từ đó chi phí trồng hoa dao động từ 520000 đồng (xảy ra khi $x=2;y=1$) đến 680000 đồng (xảy ra khi $x=1;y=2$).