MỤC LỤC

HỆ THỐNG ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KÌ I LỚP 9	TRANG	
	Đề	Đáp án
ĐỀ SỐ 01	3	10
ĐỀ SỐ 02	5	16
ĐỀ SỐ 03	7	23

HỆ THỐNG ĐỀ THI

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

ĐỀ SỐ 01

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $x^2-3x+(x-3)=0$;

b) $x(x-2)\le x^2-5$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=5 \\ x+2(y+1)=3 \end{cases}$.

3) Tính giá trị biểu thức sau: $M=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{8}+\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-3$.

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}+4}{x+2\sqrt{x}}$ với $x>0;x\ne 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A với $x=25$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$.

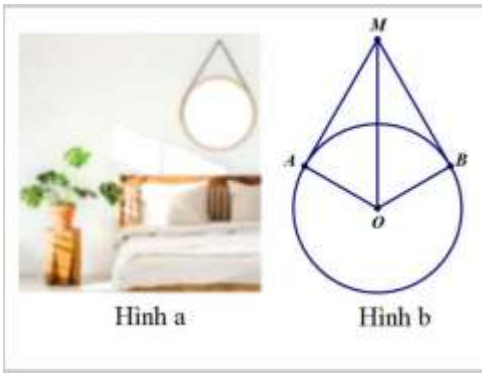
3) Cho $P=A:B$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $2P>1$.

Bài 3 (1,5 điểm). Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc lập hệ phương trình

Trong một xưởng có hai chiếc máy sản xuất cốc giấy. Mỗi giờ máy thứ nhất làm được nhiều hơn máy thứ hai 100 chiếc cốc giấy. Nếu máy thứ nhất làm trong 3 giờ và máy thứ hai làm trong 4 giờ thì cả hai máy làm được 1700 cốc giấy. Hỏi mỗi giờ mỗi máy làm được bao nhiêu chiếc cốc giấy?

Bài 4 (4,0 điểm).

1) Một người thợ muốn treo một chiếc gương có dạng hình tròn (hình a) vào một đinh móc tại điểm M bằng hai đoạn dây bằng nhau MA,MB không dãn để gương được cân bằng (không tính các nút thắt buộc tại 2 đầu A và B). Mỗi đoạn dây lần lượt tiếp xúc với viền gỗ của gương tại điểm A và B (hình b). Biết bán kính của chiếc gương là $OA=25cm$ và góc giữa đoạn dây MA với phương thẳng đứng là $\widehat{AMO}=30^\circ$. Hỏi chiều dài mỗi đoạn dây MA,MB bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình a Hình b

2) Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm M cố định nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA,MB tới đường tròn (O) (A,B là các tiếp điểm).

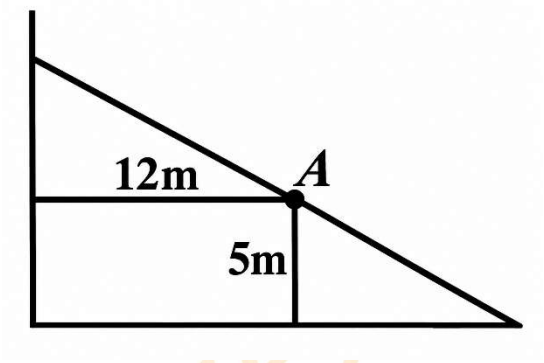
a) Chứng minh bốn điểm M,A,O,B cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi giao điểm của MO và AB là H. Chứng minh $MO \perp AB$ và $OH \cdot OM = R^2$.

c) Một đường thẳng d thay đổi đi qua M nhưng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm N và P (N nằm giữa M và P). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại N và P cắt nhau tại F. Gọi K là trung điểm của NP. Chứng minh ΔKOM đồng dạng với ΔHOF.

Bài 5 (0,5 điểm).

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ hình chữ nhật (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là $5m$ và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là $12m$.



----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 02

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

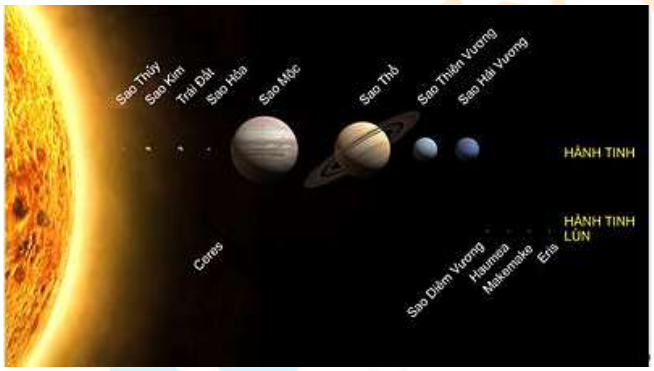
Bài 1 (2,0 điểm).

1, Thực hiện phép tính

a) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{3\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+1}+3\sqrt{3}$

b) $\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\sqrt{\left(\sqrt{5}+3\right)^2}$

2) Định luật Kepler về sự chuyển động của các hành tinh trong Hệ Mặt Trời xác định mối quan hệ giữa chu kỳ quay quanh Mặt Trời của một hành tinh và khoảng cách giữa hành tinh đó với Mặt Trời. Định luật được cho bởi công thức $d=\sqrt[3]{6t^2}$. Trong đó, d là khoảng cách giữa hành tinh quay xung quanh Mặt Trời và Mặt Trời (đơn vị: triệu dặm, 1 dặm = 1609 mét), t là thời gian hành tinh quay quanh Mặt Trời đúng một vòng (đơn vị: ngày của Trái Đất).



a) Trái Đất quay quanh Mặt Trời trong 365 ngày. Hãy tính khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị triệu km).*

b) Một năm Sao Hỏa dài bằng 687 ngày trên Trái Đất, nghĩa là Sao Hỏa quay xung quanh Mặt Trời đúng một vòng với thời gian bằng 687 ngày Trái Đất. Hãy tính khoảng cách giữa Sao Hỏa và Mặt Trời *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị km).*

Bài 2 (1,5 điểm). Cho hai biểu thức $A=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ và $B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}-\frac{2}{\sqrt{x}-4}-\frac{4\sqrt{x}}{16-x}$ với $x\geq 0; x\neq 16$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$;

b) Chứng minh $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+4}$;

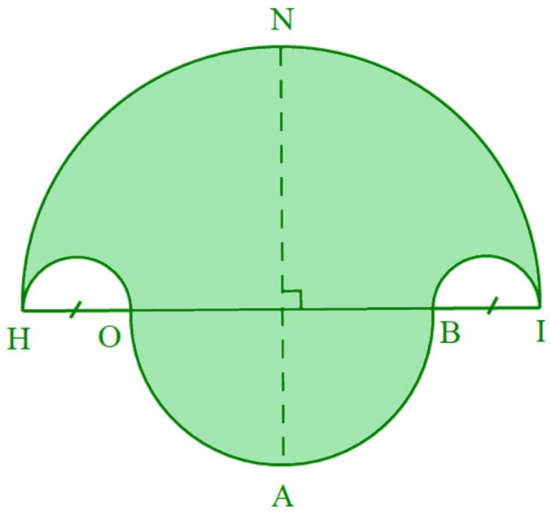
c) Tìm x để biểu thức $Q=A\cdot B$ nhận giá trị nguyên.

Bài 3 (2,5 điểm).

Trái bóng Telstar xuất hiện lần đầu tiên ở World Cup 1970 ở Mexico do Adidas sản xuất có diện tích bề mặt trái bóng khoảng 1562 cm^2. Trái bóng được may từ 32 múi da đen và trắng. Các múi da màu đen hình ngũ giác đều, các múi da màu trắng hình lục giác đều. Trên bề mặt trái bóng, mỗi múi da màu đen có diện tích 37 cm^2 và mỗi múi da màu trắng có diện tích 55,9 cm^2. Hãy tính trên trái bóng có bao nhiêu múi da màu đen và màu trắng.

Bài 4 (3,5 điểm).

1) Cho hình vẽ là các cung tròn của các đường tròn có bán kính khác nhau được xếp nối tiếp nhau. Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ biết $HI = 10cm$; $HO = BI = 2cm$



2)Cho đường tròn $(O;R)$. Lấy hai điểm A, B thuộc đường tròn (O) sao cho $AB < 2R$. Vẽ các đường thẳng đi qua A vuông góc với OA và đi qua B vuông góc với OB, hai đường thẳng đó cắt nhau tại M.

a) Chứng minh 4 điểm A, B, M, O cùng thuộc một đường tròn và chỉ rõ tâm, bán kính của đường tròn này.

b) Qua M vẽ đường thẳng d nằm trong góc OMB cắt đường tròn tại hai điểm C và D $(MC < MD)$. H là trung điểm của CD, đường thẳng OH cắt đường thẳng MA tại K. Chứng minh $KA \cdot KM = KO.KH$ và $AH < OM$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OM cắt hai đường thẳng MA, MB lần lượt tại E và F. Tìm vị trí điểm M để diện tích tam giác MEF là nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số thực dương x, y, z. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{2x}{2x+y} + \frac{2y}{2y+z} + \frac{2z}{2z+x}$$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 03

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Thực hiện phép tính:

a) $A = 2\sqrt{500} + 3\sqrt{125} - 4\sqrt{80}$

b) $B = \left(3 - \sqrt{2}\right)\dfrac{\sqrt{2}}{3} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{\dfrac{4}{9}}$

2) Tốc độ của một chiếc canô và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi công thức $v = 5\sqrt{l}$. Trong đó, l là độ dài đường nước sau đuôi canô (mét), v là tốc độ của canô (m/giây).



a) Một canô đi từ huyện Năm Căn về huyện Đất Mũi (Cà Mau) để lại đường sóng nước sau đuôi dài $7 + 4\sqrt{3}$ m. Tính tốc độ của canô (*Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*).

b) Khi canô chạy với tốc độ 54km/giờ thì đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc canô dài bao nhiêu mét?

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $Q = \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $P = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} + \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} - \dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x \ge 0; x \ne 1$

a) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x = 9$;

b) Chứng minh $P = \dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;

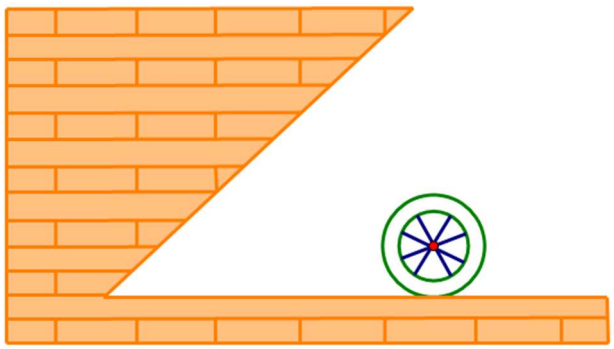
c) Cho $A = P.Q$. Tìm x để $|A| = -A$.

Bài 3 (2,0 điểm).

Trong một thí nghiệm, Nam muốn pha chế được $50\,ml$ dung dịch muối $CuSO_4$ nồng độ 10%. Trong phòng thí nghiệm chỉ có sẵn dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 5% và dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 30%. Hỏi Nam cần sử dụng bao nhiêu mililit dung dịch mỗi loại có sẵn để pha được dung dịch mong muốn?

Bài 4 (3,5 điểm).

1) Một bánh xe có dạng hình tròn bán kính $20\,cm$ lăn đến bức tường hợp với mặt đất một góc $60°$. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường.



2) Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M cố định ngoài (O), kẻ các tiếp tuyến MA, MB với (O) (A, B là tiếp điểm).

a) Chứng minh rằng bốn điểm M, A, O, B thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính BD của (O). Chứng minh OM vuông góc AB và MO song song với AD.

c) Trên cung nhỏ AB lấy điểm E (E khác A và B), từ E kẻ tiếp tuyến với (O) cắt MA, MB lần lượt tại I và K. Chứng minh chu vi tam giác MIK không phụ thuộc vào vị trí điểm E.

Bài 5 (0,5 điểm).

Trong mùa cao điểm du lịch, một tổ hợp nhà nghỉ ở Đà Nẵng gồm 100 phòng đồng giá luôn luôn kín phòng khi giá thuê là 480 nghìn đồng/ phòng. Qua khảo sát các năm trước bộ phận kinh doanh của nhà nghỉ thấy rằng: cứ tăng giá phòng lên $x\%$ $(x \geq 0)$ so với lúc kín phòng (giá thuê 480 nghìn đồng/ phòng) thì số phòng cho thuê giảm đi $\frac{4x}{5}\%$. Hỏi nhà nghỉ phải niêm yết giá phòng là bao nhiêu để đạt doanh thu cao nhất?

----------HẾT----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

ĐỀ SỐ 01

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Giải phương trình và bất phương trình sau:

a) $x^2-3x+(x-3)=0$;

b) $x(x-2)\le x^2-5$.

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=5 \\ x+2(y+1)=3 \end{cases}$.

3) Tính giá trị biểu thức sau: $M=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{8}+\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-3$.

Lời giải

1) a) Giải phương trình: $x^2-3x+(x-3)=0$

$$x(x-3)+(x-3)=0$$
$$(x-3)(x+1)=0$$

TH1: $x-3=0$ nên $x=3$

TH2: $x+1=0$ nên $x=-1$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x=-1$ và $x=3$

b) Giải bất phương trình $x(x-2)\le x^2-5$.

$$x(x-2)\le x^2-5$$
$$x^2-2x\le x^2-5$$
$$-2x\le -5$$
$$x\ge \frac{5}{2}$$

Vậy bất phương trình có nghiệm là $x\ge\dfrac{5}{2}$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x-2y=5 \\ x+2(y+1)=3 \end{cases}$

Ta rút gọn được $\begin{cases} x-2y=5 \ (1) \\ x+2y=1 \ (2) \end{cases}$

Cộng từng vế của $\text{PT}(1)$ và $\text{PT}(2)$ ta có:

$$2x=6$$
$$x=3$$

Thay $x=3$ vào (1) ta có:

$3-2y=5$

$2y=-2$

$y=-1$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x;y)=(3;-1)$

3) Tính giá trị biểu thức sau: $M=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{8}+\sqrt{(2-\sqrt{2})^2}-3$.

$M=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2-1}-\sqrt{4.2}+\left|2-\sqrt{2}\right|-3$

$M=\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}-3$

$M=-2\sqrt{2}+3-3=-2\sqrt{2}$

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}$ và $B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}+4}{x+2\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 9$.

1) Tính giá trị của biểu thức A với $x=25$.

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$.

3) Cho $P=A:B$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $2P>1$.

Lời giải

1) Tính giá trị của biểu thức A với $x=25$.

Thay $x=25$ (TMĐK) vào biểu thức A, ta có: $A=\dfrac{\sqrt{25}+2}{\sqrt{25}-3}=\dfrac{7}{2}$

2) Chứng minh $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$.

$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}+4}{x+2\sqrt{x}}$

$B=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}+\dfrac{4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$B=\dfrac{x+4\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}$

$B=\dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+2\right)}=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$

Vậy $B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}$ với $x>0;x\neq 9$ (đpcm).

3) Cho $P=A:B$. Tìm số nguyên x nhỏ nhất để $2P>1$.

$P=A:B=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-3}:\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$

Để $2P>1$ thì $\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}>1$ nên $\dfrac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}-1>0$ nên $\dfrac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-3}>0$

Mà $\sqrt{x}+3>0$ với mọi x nên $\sqrt{x}-3>0$ hay $x>9$

Kết hợp với ĐKXĐ suy ra $x>9$

mà x là số nguyên nhỏ nhất nên $x=10$

Vậy $x=10$ thì $2P>1$

Bài 3 (1,5 điểm). Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình
Trong một xưởng có hai chiếc máy sản xuất cốc giấy. Mỗi giờ máy thứ nhất làm được nhiều hơn máy thứ hai 100 chiếc cốc giấy. Nếu máy thứ nhất làm trong 3 giờ và máy thứ hai làm trong 4 giờ thì cả hai máy làm được 1700 cốc giấy. Hỏi mỗi giờ mỗi máy làm được bao nhiêu chiếc cốc giấy?

Lời giải

Gọi số chiếc cốc giấy mỗi giờ máy thứ nhất và máy thứ hai làm được lần lượt là
$x,y\left(x,y\in N^*,x>100\right)$ (chiếc)

Do mỗi giờ máy thứ nhất làm được nhiều hơn máy thứ hai 100 chiếc nên ta có phương trình
$x-y=100$

Số cốc máy thứ nhất làm được trong 3 giờ là: $3x$ (chiếc)

Số cốc máy thứ hai làm được trong 4 giờ là: $4y$ (chiếc)

Cả hai máy làm được 1700 chiếc cốc nên ta có phương trình $3x+4y=1700$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x-y=100\\3x+4y=1700\end{cases}$

$$\begin{aligned}3\left(100+y\right)+4y&=1700\\300+3y+4y&=1700\\7y&=1400\\y&=200\left(TM\right)\end{aligned}$$

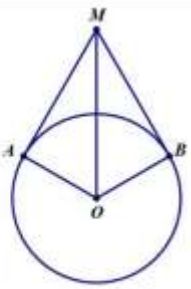
Do đó: $x=300\left(TM\right)$

Vậy mỗi giờ máy thứ nhất làm được 300 chiếc cốc, máy thứ hai làm được 200 chiếc cốc

Bài 4 (4,0 điểm).

1) Một người thợ muốn treo một chiếc gương có dạng hình tròn (hình a) vào một đinh móc tại điểm M bằng hai đoạn dây bằng nhau MA, MB không dãn để gương được cân bằng (không tính các nút thắt buộc tại 2 đầu A và B). Mỗi đoạn dây lần lượt tiếp xúc với viền gỗ của gương tại điểm A và B (hình b). Biết bán kính của chiếc gương là $OA = 25$ cm và góc giữa đoạn dây MA với phương thẳng đứng là $\widehat{AMO} = 30°$. Hỏi chiều dài mỗi đoạn dây MA, MB bằng bao nhiêu? (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).*


Hình a



Hình b

2) Cho đường tròn $(O;R)$ và một điểm M cố định nằm ngoài đường tròn (O). Từ M kẻ các tiếp tuyến MA, MB tới đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm).

a) Chứng minh bốn điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b) Gọi giao điểm của MO và AB là H. Chứng minh $MO \perp AB$ và $OH \cdot OM = R^2$.

c) Một đường thẳng d thay đổi đi qua M nhưng không đi qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm N và P (N nằm giữa M và P). Tiếp tuyến của đường tròn (O) tại N và P cắt nhau tại F. Gọi K là trung điểm của NP. Chứng minh ΔKOM đồng dạng với ΔHOF.

Lời giải

1) Vì 2 dây MA, MB tiếp xúc với viền gỗ của gương nên MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn tâm O suy ra $MA \perp OA$ và $MA = MB$

Xét ΔMAO vuông tại A, ta có: $\frac{OA}{MA} = \tan\widehat{AMO}$ nên $MA = \frac{OA}{\tan\widehat{AMO}}$ nên $MA = \frac{25}{\tan 30°}$

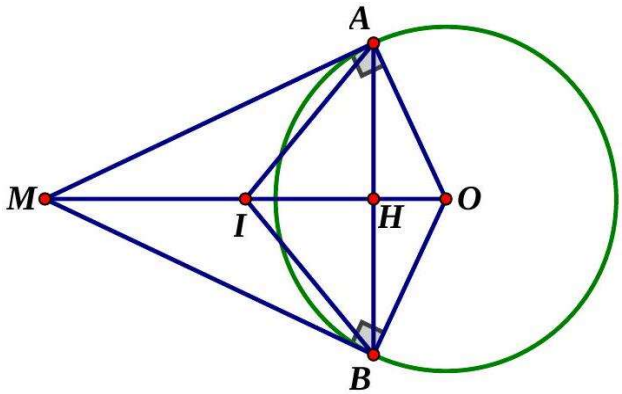
$MA = 43,30\ldots \approx 43(\text{cm})$

Vậy mỗi đoạn dây MA, MB khoảng 43 cm.

2)

a)

Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $\widehat{MAO} = \widehat{MBO} = 90°$.



Gọi I là trung điểm của MO suy ra $MI = IO = \frac{1}{2}MO$

ΔMAO vuông tại A có AI là đường trung tuyến nên $AI = \frac{1}{2}MO$

ΔMBO vuông tại B có BI là đường trung tuyến nên $BI = \frac{1}{2}MO$

Vậy $MI = IO = IA = IB = \frac{1}{2}MO$ nên 4 điểm M, A, O, B cùng thuộc một đường tròn.

b)

Vì MA, MB là tiếp tuyến của đường tròn (O) nên $MA = MB$ suy ra M nằm trên đường trung trực của AB.

$OA = OB (= \mathrm{R})$ nên O thuộc đường trung trực của AB

Suy ra, MO là đường trung trực của AB do đó $MO \perp AB$

Do $MO \perp AB$ nên $\widehat{OHA} = 90°$

Xét ΔOAH và ΔOMA có:

$\widehat{AOH}$ chung; $\widehat{OHA} = \widehat{OAM} = 90° (\mathrm{cmt}, \mathrm{gt})$

Suy ra $\Delta OAH \backsim \Delta OMA (g - g)$

Suy ra $\dfrac{OA}{OM} = \dfrac{OH}{OA}$ (các cạnh tương ứng tỉ lệ)

Do đó $OH \cdot OM = OA^2$ mà $OA = R$ (Vì A thuộc đường tròn $(O; R)$)

Nên $OH \cdot OM = R^2$

c) Xét ΔONP có: $ON = OP (= R)$ nên ΔONP cân tại O

K là trung điểm của $NP (\mathrm{gt})$ nên OK là đường trung tuyến của ΔONP

Suy ra OK là đường trung trực của NP nên $OK \perp NP$

Vì F là giao điểm của 2 tiếp tuyến NF, PF nên $NF = PF$

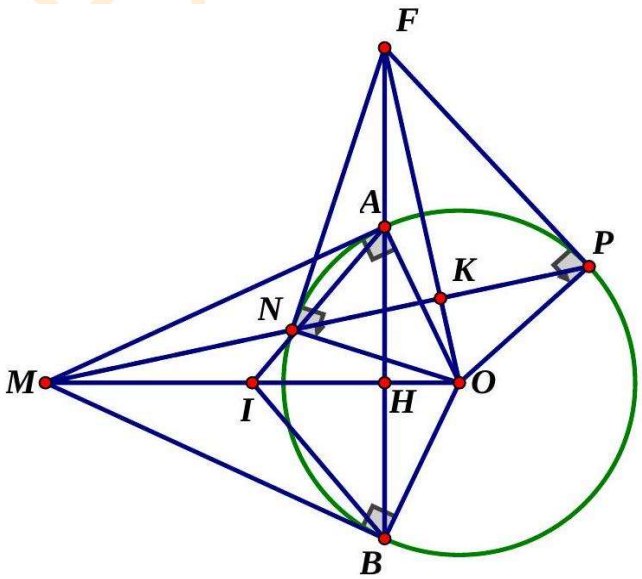
Suy ra, F thuộc đường trung trực của NP

Do đó $O; K; F$ thẳng hàng

Chứng minh tương tự $OK \cdot OF = R^2$

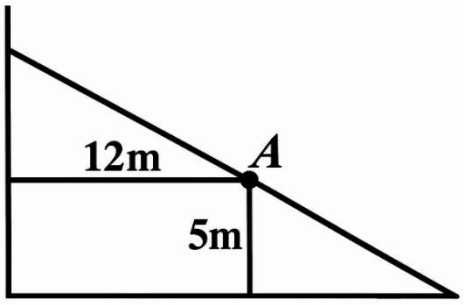
Suy ra $OK \cdot OF = OH \cdot OM$

Chứng minh $\Delta KOM \backsim \Delta HOF$ (c-g-c)



Bài 5 (0,5 điểm).

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ hình chữ nhật (như hình vẽ). Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.

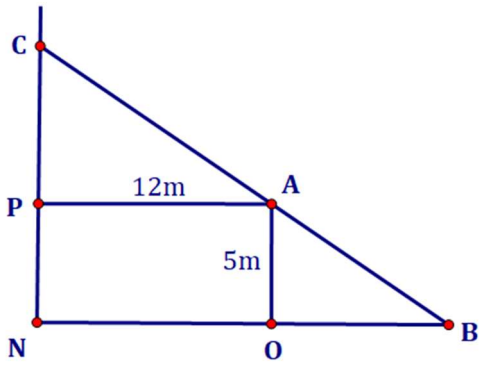


Lời giải

Đặt tên các điểm như hình vẽ. Đặt $CP = x$ (m), $(x > 0)$

Vì hai tam giác ACP và BAO là hai tam giác đồng dạng (g-g) nên:

$$\frac{CP}{AO} = \frac{PA}{OB}$$
$$\frac{x}{5} = \frac{12}{OB}$$
$$OB = \frac{60}{x}$$



Diện tích của khu nuôi cá là: $S(x) = \frac{1}{2}(x+5)\cdot\left(\frac{60}{x}+12\right)$.

$S(x) = \frac{1}{2}\left(60+12x+\frac{300}{x}+60\right)$ hay $S(x) = 6x+\frac{150}{x}+60$

Với mọi $a,b \geq 0$ ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2 \geq 0$ hay $a+b \geq 2\sqrt{ab}$ (*), dấu "=" xảy ra khi $a = b$

Áp dụng bất đẳng thức (*) ta có: $6x+\frac{150}{x} \geq 2\sqrt{6x\cdot\frac{150}{x}} = 60$

Dấu bằng xảy ra khi: $6x = \frac{150}{x}$ nên $x^2 = 25$ hay $x = 5$

Nên $S(x) = 6x+\frac{150}{x}+60 \geq 60+60 = 120$

Suy ra diện tích nhỏ nhất có thể giăng là 120 m^2, đạt được khi $x = 5$ m.

----------HẾT----------

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I

ĐỀ SỐ 02

Môn: Toán lớp 9

Thời gian làm bài: 90 phút

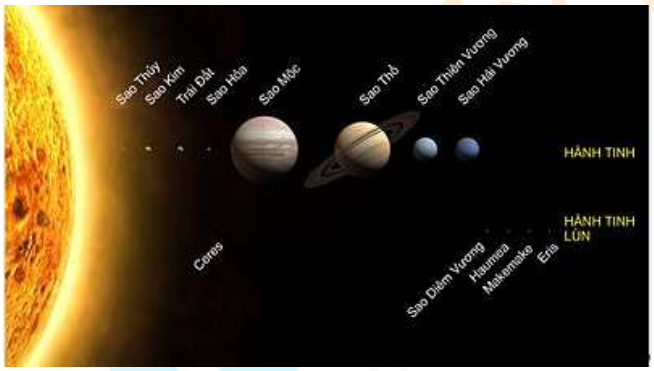
Bài 1 (2,0 điểm).

1, Thực hiện phép tính

a) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{3\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+1}+3\sqrt{3}$

b) $\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\sqrt{\left(\sqrt{5}+3\right)^2}$

2) Định luật Kepler về sự chuyển động của các hành tinh trong Hệ Mặt Trời xác định mối quan hệ giữa chu kỳ quay quanh Mặt Trời của một hành tinh và khoảng cách giữa hành tinh đó với Mặt Trời. Định luật được cho bởi công thức $d=\sqrt[3]{6t^2}$. Trong đó, d là khoảng cách giữa hành tinh quay xung quanh Mặt Trời và Mặt Trời (đơn vị: triệu dặm, 1 dặm = 1609 mét), t là thời gian hành tinh quay quanh Mặt Trời đúng một vòng (đơn vị: ngày của Trái Đất).



a) Trái Đất quay quanh Mặt Trời trong 365 ngày. Hãy tính khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị triệu km).*

b) Một năm Sao Hỏa dài bằng 687 ngày trên Trái Đất, nghĩa là Sao Hỏa quay xung quanh Mặt Trời đúng một vòng với thời gian bằng 687 ngày Trái Đất. Hãy tính khoảng cách giữa Sao Hỏa và Mặt Trời *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười của đơn vị km).*

Lời giải

1)

a) $\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\frac{3\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+1}+3\sqrt{3}$

b) $\left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{11-4\sqrt{7}}-\sqrt{\left(\sqrt{5}+3\right)^2}$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}-1} - \frac{3\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)} + 3\sqrt{3}$$

$$= \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{\left(\sqrt{3}-1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)} - 3 + 3\sqrt{3}$$

$$= \frac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{2} - 3 + 3\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}+1-3+3\sqrt{3}$$

$$= 4\sqrt{3}-2$$

$$= \left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{7-4\sqrt{7}+4} - \left|\sqrt{5}+3\right|$$

$$= \left(2+\sqrt{7}\right)\sqrt{\left(\sqrt{7}-2\right)^2} - \left(\sqrt{5}+3\right)$$

$$= \left(2+\sqrt{7}\right)\left|\sqrt{7}-2\right| - \sqrt{5} - 3$$

$$= \left(2+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}-2\right) - \sqrt{5} - 3$$

$$= 7 - 4 - \sqrt{5} - 3$$

$$= -\sqrt{5}$$

2)

a) Thay $t = 365$ vào công thức $d = \sqrt[3]{6t^2}$, ta được:

$$d = \sqrt[3]{6.365^2} \approx 92{,}8 \text{ (triệu dặm)} \approx 149{,}3 \text{ (triệu km)}$$

Vậy khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời khoảng 149,3 triệu km

b) Thay $t = 687$ vào công thức $d = \sqrt[3]{6t^2}$, ta được:

$$d = \sqrt[3]{6.687^2} \approx 141{,}478 \text{ (triệu dặm)} \approx 227{,}6 \text{ (triệu km)}$$

Vậy khoảng cách giữa Sao Hỏa và Mặt Trời khoảng 227,6 triệu km

Bài 2 (1,5 điểm). Cho hai biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4} - \dfrac{2}{\sqrt{x}-4} - \dfrac{4\sqrt{x}}{16-x}$ với $x \geq 0; x \neq 16$.

a) Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 4$;

b) Chứng minh $B = \dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+4}$;

c) Tìm x để biểu thức $Q = A \cdot B$ nhận giá trị nguyên.

Lời giải

a) Thay $x = 4$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức A ta được :

$$A = \frac{\sqrt{4}-5}{\sqrt{4}+2} = \frac{2-5}{2+2} = \frac{-3}{4}$$

Vậy với $x = 4$ thì $A = \dfrac{-3}{4}$

b) Với $x \geq 0; x \neq 16$ ta có:

$$B=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+4}-\frac{2}{\sqrt{x}-4}-\frac{4\sqrt{x}}{16-x}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}+4\right)\left(\sqrt{x}-4\right)}-\frac{2\left(\sqrt{x}+4\right)}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}+\frac{4\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}+4)}$$

$$=\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)-2(\sqrt{x}+4)+4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}=\frac{x-4\sqrt{x}-2\sqrt{x}-8+4\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}=\frac{x-2\sqrt{x}-8}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}$$

$$=\frac{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-4)}{\left(\sqrt{x}-4\right)\left(\sqrt{x}+4\right)}=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+4}$$

Vậy với $x\ge 0;x\ne 16$ thì $B=\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+4}$

c) Ta có: $Q=A.B=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+2}.\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+4}=\frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+4}=\frac{\sqrt{x}+4-9}{\sqrt{x}+4}=1-\frac{9}{\sqrt{x}+4}$

Do $x\ge 0$ nên $\sqrt{x}\ge 0$, suy ra $\sqrt{x}+4\ge 4$ hay $0<\frac{1}{\sqrt{x}+4}\le\frac{1}{4}$

$$\frac{-9}{4}\le\frac{-9}{\sqrt{x}+4}<0$$

$$\frac{-5}{4}\le 1-\frac{9}{\sqrt{x}+4}<1$$

Mà Q nguyên nên $Q=-1$ hoặc $Q=0$

Với $Q=-1$ ta có: $1-\frac{9}{\sqrt{x}+4}=-1$ suy ra: $\frac{9}{\sqrt{x}+4}=2$

$$2\sqrt{x}+8=9$$

$$\sqrt{x}=\frac{1}{2}$$

$$x=\frac{1}{4}$$ (thỏa mãn điều kiện)

Với $Q=0$ ta có: $1-\frac{9}{\sqrt{x}+4}=0$ suy ra: $\frac{9}{\sqrt{x}+4}=1$

$$\sqrt{x}+4=9$$

$$\sqrt{x}=5$$

$$x=25$$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy để Q nhận giá trị nguyên thì $x\in\left\{\frac{1}{4};25\right\}$

Bài 3 (2,5 điểm).

Trái bóng Telstar xuất hiện lần đầu tiên ở World Cup 1970 ở Mexico do Adidas sản xuất có diện tích bề mặt trái bóng khoảng 1562 cm^2. Trái bóng được may từ 32 múi da đen và trắng. Các múi da màu đen hình ngũ giác đều, các múi da màu trắng hình lục giác đều. Trên bề mặt trái bóng, mỗi múi da màu đen có diện tích 37 cm^2 và mỗi múi da màu trắng có diện tích 55,9 cm^2. Hãy tính trên trái bóng có bao nhiêu múi da màu đen và màu trắng.

Lời giải

Gọi số múi da đen trên trái bóng Telstar là x (múi) ($x\in\mathbb{N}^*; x<32$)

Số múi da trắng trên trái bóng Telstar là y (múi) ($y\in\mathbb{N}^*; y<32$)

Tổng số múi da đen và trắng là 32 múi, nên ta có phương trình: $x+y=32$ (1)

Tổng diện tích số múi da đen trên trái bóng là: $37x$ (cm^2)

Tổng diện tích số múi da trắng trên trái bóng là: $55,9y$ (cm^2)

Do số múi da đen và trắng phủ kín bề mặt của trái bóng và tổng diện tích bề mặt trái bóng là 1562 cm^2, nên ta có phương trình: $37x+55,9y=1562$ (2)

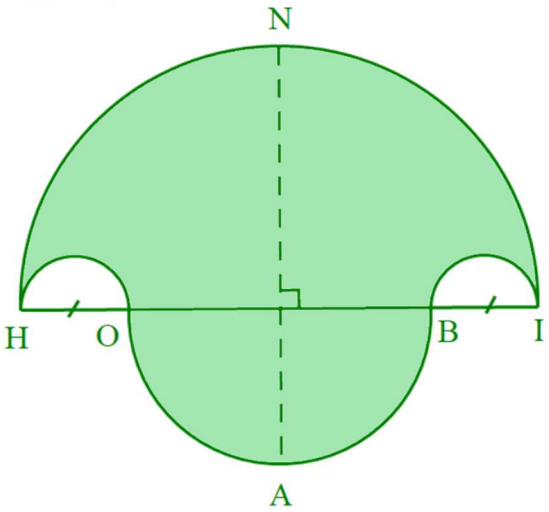
Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y=32\ (1) \\ 37x+55,9y=1562\ (2) \end{cases}$

Giải hệ phương trình được $\begin{cases} x=12 \\ y=20 \end{cases}$ (thỏa mãn điều kiện)

Vậy trên trái bóng có tất cả 12 múi da đen và 20 múi da trắng.

Bài 4 (3,5 điểm).

1) Cho hình vẽ là các cung tròn của các đường tròn có bán kính khác nhau được xếp nối tiếp nhau. Tính diện tích phần tô đậm trong hình vẽ biết $HI=10cm$; $HO=BI=2cm$



2)Cho đường tròn $(O;R)$. Lấy hai điểm A,B thuộc đường tròn (O) sao cho $AB<2R$. Vẽ các đường thẳng đi qua A vuông góc với OA và đi qua B vuông góc với OB, hai đường thẳng đó cắt nhau tại M.

a) Chứng minh 4 điểm A,B,M,O cùng thuộc một đường tròn và chỉ rõ tâm, bán kính của đường tròn này.

b) Qua M vẽ đường thẳng d nằm trong góc OMB cắt đường tròn tại hai điểm C và D $(MC<MD)$. H là trung điểm của CD, đường thẳng OH cắt đường thẳng MA tại K. Chứng minh $KA\cdot KM=KO.KH$ và $AH<OM$.

c) Đường thẳng qua O vuông góc với OM cắt hai đường thẳng MA,MB lần lượt tại E và F. Tìm vị trí điểm M để diện tích tam giác MEF là nhỏ nhất.

Lời giải

1) Diện tích hình quạt tròn đường kính HI là: $S_1=\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot\left(\frac{HI}{2}\right)^2=\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot5^2=\frac{25}{2}\pi(cm^2)$

Diện tích hình quạt tròn đường kính BO là:

$$S_2=\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot\left(\frac{BO}{2}\right)^2=\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot\left(\frac{10-2-2}{2}\right)^2=\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot3^2=\frac{9}{2}\pi(cm^2)$$

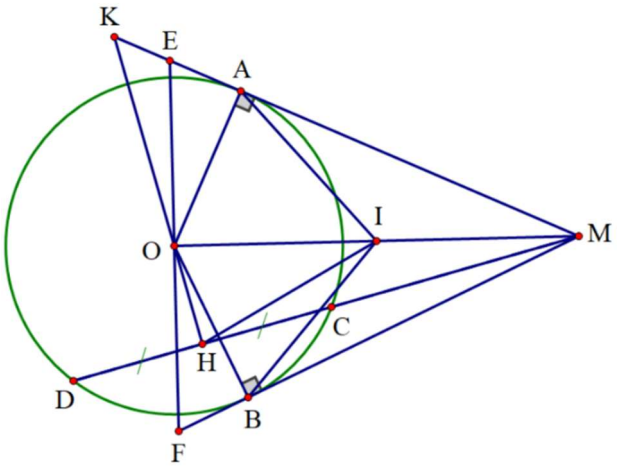
Diện tích hai hình quạt tròn đường kính HO và BI là:

$$S_3=2\cdot\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot\left(\frac{HO}{2}\right)^2=2\cdot\frac{180}{360}\cdot\pi\cdot1^2=\pi(cm^2)$$

Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ là: $S=S_1+S_2-S_3=\frac{25}{2}\pi+\frac{9}{2}\pi-\pi=16\pi(cm^2)$

Vậy diện tích phần tô đậm là $16\pi\ cm^2$

2)



a) Gọi I là trung điểm OM

Xét ΔOAM vuông tại A có AI là trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

Nên $AI=IO=IM=\frac{OM}{2}$

Vậy O,M,A cùng thuộc đường tròn $\left(I;\frac{OM}{2}\right)$ (1)

Xét ΔOMB vuông tại B có BI là trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

Nên $BI=IO=IM=\frac{OM}{2}$

Vậy O,M,B cùng thuộc đường tròn $\left(I;\frac{OM}{2}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra 4 điểm A,B,M,O cùng thuộc đường tròn $\left(I;\frac{OM}{2}\right)$

b) Vì $OD = OC\left(= R\right)$ nên ΔOCD cân tại O.

Suy ra OH vừa là trung tuyến, vừa là đường cao ứng với CD. Do đó $OH \perp CD$ hay $\widehat{KHM} = 90°$.

Xét ΔKAO và ΔKHM có : $\widehat{HKM}$ chung ; $\widehat{KAO} = \widehat{KHM} = 90°$

Suy ra $\Delta KAO \backsim \Delta KHM\,(g-g)$

Do đó $\dfrac{KA}{KH} = \dfrac{KO}{KM}$ (cặp cạnh tỉ lệ) hay $KA \cdot KM = KO \cdot KH$.

Xét ΔOHM vuông tại H có HI là trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

Nên $HI = IO = IM = \dfrac{OM}{2}$

Vậy H nằm trên đường tròn $\left(I;\dfrac{OM}{2}\right)$

Xét $\left(I;\dfrac{OM}{2}\right)$ có: AH là dây, OM là đường kính nên $AH < OM$

c) Xét ΔOAM và ΔOBM có:

$\widehat{OAM} = \widehat{OBM} = 90°$; $OA = OB\left(= R\right)$; OM chung

Suy ra $\Delta OAM = \Delta OBM\,(ch-cgv)$

Do đó MO là tia phân giác của $\widehat{EMF}$ mà $MO \perp EF$

Dễ dàng chứng minh được $\Delta MEO = \Delta MFO(g.c.g)$

Do đó $ME = MF$ (hai cạnh tương ứng)

Suy ra ΔMEF cân tại M

Xét ΔOAE và ΔMAO có:

$\widehat{MAO} = \widehat{OAE} = 90°$

$\widehat{AMO} = \widehat{AOE}$ (cùng phụ với $\widehat{AOM}$)

Suy ra $\Delta OAE \backsim \Delta MAO(g-g)$ nên $\dfrac{OA}{AM} = \dfrac{AE}{OA}$ (cặp cạnh tỉ lệ) hay $OA^2 = AE \cdot AM$.

Vậy $S_{MEF} = 2S_{MOE} = OA.ME = OA\left(AE + AM\right)$

Ta chứng minh bất đẳng thức sau: với hai số thực không âm a, b ta luôn có: $a + b \ge 2\sqrt{ab}$ (1)

Thật vậy: Do $a, b \ge 0$, bình phương hai vế ta có: $(a+b)^2 \ge 4ab$

$$a^2 + 2ab + b^2 \ge 4ab$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \ge 0$$

$(a-b)^2 \ge 0$ (Luôn đúng với mọi $a, b \ge 0$)

Dấu "=" xảy ra khi $a = b$. Thay $a = AE, b = AM$ vào (1) ta có: $AE + AM \ge 2\sqrt{AE.AM}$

Suy ra $S_{MEF} = OA\left(AE + AM\right) \ge OA.2\sqrt{AE.AM} = 2OA^2 = 2R^2$

Dấu "=" xảy ra khi $AE = AM$

Mà $OA \perp EM$ nên ΔOEM vuông cân tại O hay $\widehat{AMO} = 45°$

Xét ΔOAM vuông tại A có: $\sin\widehat{AMO} = \dfrac{AO}{OM}$ suy ra $OM = \dfrac{AO}{\sin\widehat{AMO}} = \dfrac{R}{\sin 45°} = R\sqrt{2}$

Vậy với $OM = R\sqrt{2}$ thì diện tích tam giác MEF là nhỏ nhất.

Bài 5 (0,5 điểm). Cho ba số thực dương x, y, z. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \frac{2x}{2x+y} + \frac{2y}{2y+z} + \frac{2z}{2z+x}$$

Lời giải

$$M = \frac{2x}{2x+y} + \frac{2y}{2y+z} + \frac{2z}{2z+x} = 1 - \frac{y}{2x+y} + 1 - \frac{z}{2y+z} + 1 - \frac{x}{2z+x}$$

$$= 3 - \left(\frac{y}{2x+y} + \frac{z}{2y+z} + \frac{x}{2z+x}\right) = 3 - \left(\frac{y^2}{2xy+y^2} + \frac{z^2}{2yz+z^2} + \frac{x^2}{2zx+x^2}\right)$$

+) Với các số a, b bất kỳ và các số $x, y > 0$ ta cần chứng minh $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} \geq \dfrac{(a+b)^2}{x+y}$.

Thật vậy, xét $\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} - \dfrac{(a+b)^2}{x+y} = \dfrac{(a^2y + b^2x)(x+y) - (a+b)^2 xy}{xy(x+y)}$

$$= \frac{a^2xy + b^2xy + (bx)^2 + (ay)^2 - a^2xy - b^2xy - 2bx.ay}{xy(x+y)} = \frac{(bx)^2 - 2bx.ay + (ay)^2}{xy(x+y)} = \frac{(bx-ay)^2}{xy(x+y)} \geq 0$$

(vì $x, y > 0$ nên $x + y > 0$, suy ra $xy(x+y) > 0$ và $(bx-ay)^2 \geq 0$ với mọi a, b, x, y).

Dấu bằng khi $\dfrac{a}{x} = \dfrac{b}{y}$

+) Khi đó với các số a, b, c bất kỳ và các số $x, y, z > 0$ ta có

$\dfrac{a^2}{x} + \dfrac{b^2}{y} + \dfrac{c^2}{z} \geq \dfrac{(a+b)^2}{x+y} + \dfrac{c^2}{z} \geq \dfrac{(a+b+c)^2}{x+y+z}$, dấu bằng xảy ra khi $\dfrac{a}{x} = \dfrac{b}{y} = \dfrac{c}{z}$.

Áp dụng bất đẳng thức trên ta có:

$$\frac{y^2}{2xy+y^2} + \frac{z^2}{2yz+z^2} + \frac{x^2}{2zx+x^2} \geq \frac{(x+y+z)^2}{x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx} = \frac{(x+y+z)^2}{(x+y+z)^2} = 1$$

Do đó $M \leq 3 - 1 = 2$

Dấu "=" xảy ra khi $x = y = z$. Vậy GTLN của M là 2 khi $x = y = z$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 03

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ I
Môn: Toán lớp 9
Thời gian làm bài: 90 phút

Bài 1 (2,0 điểm).

1) Thực hiện phép tính:

a) $A = 2\sqrt{500} + 3\sqrt{125} - 4\sqrt{80}$

b) $B = \left(3 - \sqrt{2}\right)\dfrac{\sqrt{2}}{3} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{\dfrac{4}{9}}$

2) Tốc độ của một chiếc canô và độ dài đường sóng nước để lại sau đuôi của nó được cho bởi công thức $v = 5\sqrt{l}$. Trong đó, l là độ dài đường nước sau đuôi canô (mét), v là tốc độ của canô (m/giây).



a) Một canô đi từ huyện Năm Căn về huyện Đất Mũi (Cà Mau) để lại đường sóng nước sau đuôi dài $7 + 4\sqrt{3}$ m. Tính tốc độ của canô (*Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai*).

b) Khi canô chạy với tốc độ 54 km/giờ thì đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc canô dài bao nhiêu mét?

Lời giải

1)

a) $A = 2\sqrt{500} + 3\sqrt{125} - 4\sqrt{80}$

$A = 2\sqrt{100.5} + 3\sqrt{25.5} - 4\sqrt{16.5}$

$A = 20\sqrt{5} + 15\sqrt{5} - 16\sqrt{5}$

$A = 19\sqrt{5}$

b) $B = \left(3 - \sqrt{2}\right)\dfrac{\sqrt{2}}{3} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2} + \sqrt{\dfrac{4}{9}}$

$B = \sqrt{2} - \dfrac{2}{3} - \left|1 - \sqrt{2}\right| + \dfrac{2}{3}$

$B = \sqrt{2} - \left(\sqrt{2} - 1\right) = 1$

2) a) Thay $l = 7 + 4\sqrt{3}$ vào công thức $v = 5\sqrt{l}$, ta được:

$$v = 5\sqrt{l} = 5\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \approx 18,66\ (m/s) \approx 67,18\ (km/h)$$

Vậy tốc độ của canô khoảng 18,66 m/s hay 67,18 km/h.

b) Thay $v =$ 54 km/h $=$ 15 m/s vào công thức $v = 5\sqrt{l}$, ta được:

$$5\sqrt{l} = 15 \text{ suy ra } l = 9\ (m)$$

Vậy đường sóng nước để lại sau đuôi chiếc canô dài 9 m.

Bài 2 (2,0 điểm).

Cho hai biểu thức $Q=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $P=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{6\sqrt{x}-4}{x-1}$ với $x\ge 0;x\ne 1$.

a) Tính giá trị của biểu thức Q khi $x=9$;

b) Chứng minh $P=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$;

c) Cho $A=P.Q$. Tìm x để $|A|=-A$.

Lời giải

a) Thay $x=9$ (thoả mãn điều kiện xác định) vào biểu thức Q ta có: $Q=\dfrac{\sqrt{9}+1}{\sqrt{9}+2}=\dfrac{4}{5}$

Vậy với $x=9$ thì $Q=\dfrac{4}{5}$.

b) Với $x\ge 0;x\ne 1$ ta có:

$$P=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}+\frac{3}{\sqrt{x}+1}-\frac{6\sqrt{x}-4}{x-1}=\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+3\left(\sqrt{x}-1\right)-\left(6\sqrt{x}-4\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$$

$$=\frac{x+\sqrt{x}+3\sqrt{x}-3-6\sqrt{x}+4}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$$

c) Với $x\ge 0;x\ne 1$ ta có:

$$A=P.Q=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}=\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$$

Để $|A|=-A$ thì $A\le 0$ suy ra $\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}\le 0$

Với $x\ge 0$ thì $\sqrt{x}\ge 0$ suy ra $\sqrt{x}+2\ge 2>0$

Do đó: $\sqrt{x}-1\le 0$ suy ra $\sqrt{x}\le 1$ hay $x\le 1$

Kết hợp điều kiện xác định ta có $0\le x<1$. Vậy với $0\le x<1$ thì $|A|=-A$.

Bài 3 (2,0 điểm).

Trong một thí nghiệm, Nam muốn pha chế được $50ml$ dung dịch muối $CuSO_4$ nồng độ 10%. Trong phòng thí nghiệm chỉ có sẵn dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 5% và dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 30%. Hỏi Nam cần sử dụng bao nhiêu mililit dung dịch mỗi loại có sẵn để pha được dung dịch mong muốn?

Lời giải

Gọi số mililit dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 5% cần dùng là $x(ml)$ $(0<x<50)$

Số mililit dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 30% cần dùng là $y(ml)$ $(0<y<50)$

Theo đề cần tạo ra $50ml$ dung dịch $CuSO_4$ sau pha chế nên ta có phương trình : $x+y=50$ (1)

Mặt khác Nam trộn dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 5% và dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 30% có sẵn để tạo ra dung dịch $CuSO_4$ có nồng độ 10% nên ta có phương trình : $0,05x+0,3y=0,1.50$

Hay : $x+6y=100$ (2)

Từ phương trình (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} x+y=50 & (1) \\ x+6y=100 & (2) \end{cases}$

Trừ từng vế của phương trình (2) cho phương trình (1) ta được : $5y=50$ hay $y=10(ml)$ (TM)

Thay $y=10$ vào phương trình (1) ta có $x+10=50$ hay $x=40(ml)$ (TM)

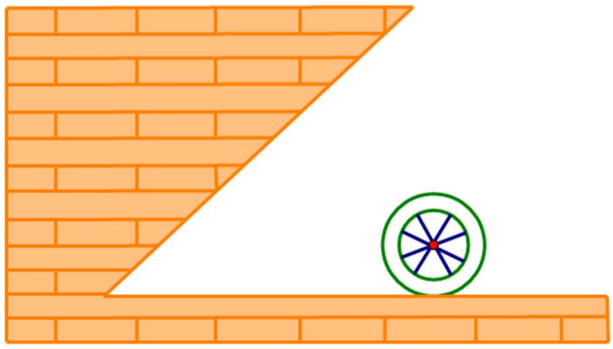
Do đó: Dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 5% cần dùng là 40 ml

Dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 30% cần dùng là 10 ml

Vậy bạn Nam cần trộn 40 ml dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 5% và 10 ml dung dịch $CuSO_4$ nồng độ 30% để tạo ra dung dịch mong muốn.

Bài 4 (3,5 điểm).

1) Một bánh xe có dạng hình tròn bán kính $20cm$ lăn đến bức tường hợp với mặt đất một góc $60°$. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường.



2) Cho đường tròn $(O;R)$ và điểm M cố định ngoài (O), kẻ các tiếp tuyến MA,MB với (O) (A,B là tiếp điểm).

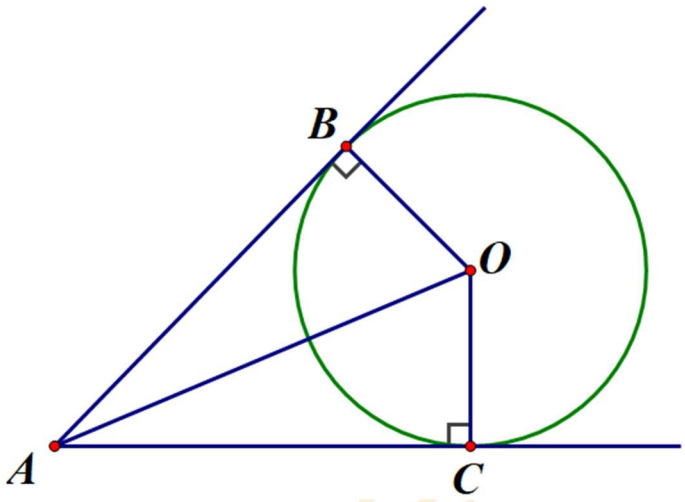
a) Chứng minh rằng bốn điểm M,A,O,B thuộc một đường tròn.

b) Kẻ đường kính BD của (O). Chứng minh OM vuông góc AB và MO song song với AD.

c) Trên cung nhỏ AB lấy điểm E (E khác A và B), từ E kẻ tiếp tuyến với (O) cắt MA,MB lần lượt tại I và K. Chứng minh chu vi tam giác MIK không phụ thuộc vào vị trí điểm E.

Lời giải

1)



Khi bánh xe chạm tới bức tường thì không thể di chuyển vào thêm được nữa. Suy ra, khoảng cách từ tâm bánh xe đến góc tường ngắn nhất là khi bánh xe tiếp xúc với bức tường và mặt đất (như hình vẽ).

Gọi AB và AC lần lượt là hai đoạn biểu diễn mặt tường và mặt đất tiếp xúc với đường tròn (O).

Khi đó AB và AC là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A của đường tròn (O).

Suy ra AO là tia phân giác của $\widehat{BAC}$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

Suy ra $\widehat{BAO}=\widehat{CAO}=\frac{1}{2}\widehat{BAC}=\frac{1}{2}.60°=30°$

Vì AB là tiếp tuyến của (O) nên $AB\perp OB$

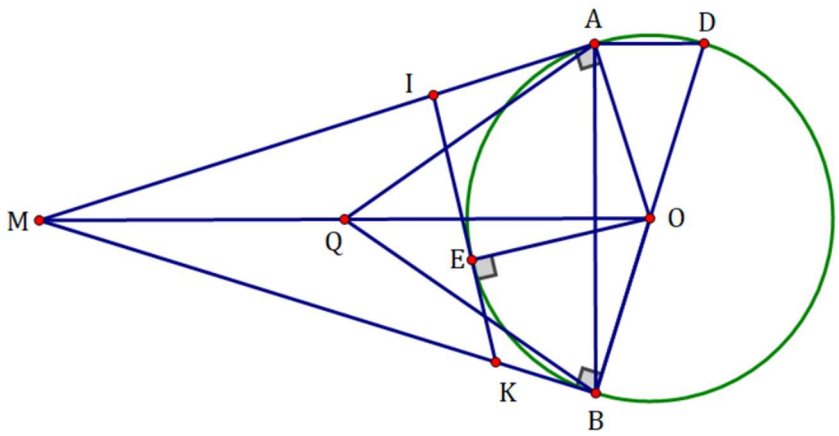
Xét ΔABO vuông tại B có:

$\sin\widehat{BAO}=\frac{OB}{AO}$ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)

Suy ra $AO=\frac{OB}{\sin\widehat{BAO}}=\frac{20}{\sin 30°}=40\ (cm)$

Vậy khoảng cách ngắn nhất từ tâm bánh xe đến góc tường là $40\,cm$.

2)



a) Vì MA,MB là các tiếp tuyến của (O). Suy ra: $MA\perp OA;\ MB\perp OB$ (tính chất tiếp tuyến) hay

$\widehat{MAO}=\widehat{MBO}=90°$

Gọi Q là trung điểm của OM

Xét ΔOAM vuông tại A có: AQ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

Suy ra: $QA=\frac{1}{2}OM$

Do đó: $QA=QO=QM=\frac{1}{2}OM$

Suy ra: $A;O;M$ cùng thuộc đường tròn $\left(Q;\frac{OM}{2}\right)$ (1)

Tương tự, xét ΔOBM vuông tại B có: BQ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền OM

Suy ra: $QB=\frac{1}{2}OM$

Do đó: $QB=QO=QM=\frac{1}{2}OM$

Suy ra: $B;O;M$ cùng thuộc đường tròn $\left(Q;\frac{OM}{2}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra: 4 điểm $A;B;O;M$ cùng thuộc một đường tròn tâm Q

b) Ta có $OA=OB$ $(=R)$ Suy ra: ΔAOB cân tại O

Mà OM là tia phân giác của $\widehat{BOA}$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Suy ra: OM đồng thời là đường cao của ΔAOB hay $AB\perp OM$ (điều phải chứng minh)

Ta lại có: $\widehat{DAB}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường (O)) hay $DA\perp AB$

Suy ra $DA//OM$ (điều phải chứng minh)

c) Xét (O) ta có MA,MB,IK là các tiếp tuyến của (O)

Suy ra: $IA=IE;KE=KB$ (tính chất 2 tiếp tuyến cắt nhau)

Ta có: $P_{\Delta MIK}=MI+MK+IK=MI+MK+(IE+KE)=MI+MK+(IA+KB)$

$=(MI+IA)+(MK+KB)=MA+MB$

Mà $MA=MB$ (tính chất hai tiếp tuyến $MA;MB$ cắt nhau)

Suy ra: $P_{\Delta MIK}=2MA$

Vì M là điểm cố định, (O) cố định; MA là tiếp tuyến nên A là điểm cố định

Suy ra: MA không đổi hay $2MA$ cũng không đổi

Vậy chu vi tam giác MIK không đổi hay chu vi tam giác MIK không phụ thuộc vào vị trí điểm E

Bài 5 (0,5 điểm).

Trong mùa cao điểm du lịch, một tổ hợp nhà nghỉ ở Đà Nẵng gồm 100 phòng đồng giá luôn luôn kín phòng khi giá thuê là 480 nghìn đồng/ phòng. Qua khảo sát các năm trước bộ phận kinh doanh của nhà nghỉ thấy rằng: cứ tăng giá phòng lên $x\%$ $(x\geq 0)$ so với lúc kín phòng (giá thuê 480 nghìn

đồng/ phòng) thì số phòng cho thuê giảm đi $\frac{4x}{5}\%$. Hỏi nhà nghỉ phải niêm yết giá phòng là bao nhiêu để đạt doanh thu cao nhất?

Lời giải

Số phòng cho thuê lúc giá phòng tăng $x\%$ là: $100-100.\frac{4x}{5}\%=100-\frac{4}{5}x$ (phòng) $(x \geq 0)$

Tổng doanh thu tương ứng là:

$A(x)=\left(100-\frac{4}{5}x\right)(480+480.x\%)=\left(100-\frac{4}{5}x\right)(480+4,8x)=3,84(125-x)(100+x)$ (nghìn đồng)

Với mọi a, b ta luôn có:

$(a-b)^2 \geq 0$

$a^2+b^2 \geq 2ab$

$(a+b)^2 \geq 4ab$

Hay $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ (1)

Dấu "=" xảy ra khi $(a-b)^2=0$ hay $a=b$

Thay $a=125-x$ và $b=100+x$ vào (1) ta có: $(125-x)(100+x) \leq \left(\frac{125-x+100+x}{2}\right)^2$

Suy ra $A(x)=3,84(125-x)(100+x) \leq 3,84\left(\frac{125-x+100+x}{2}\right)^2=48\ 600$ (nghìn đồng)

Dấu "=" xảy ra khi $125-x=100+x$ hay $x=12,5$ (thỏa mãn)

Giá phòng niêm yết là: $480+480 \cdot 12,5\%=540$ (nghìn đồng)

Vậy để đạt doanh thu cao nhất, nhà nghỉ phải niêm yết giá phòng là 540 nghìn đồng.

---------- HẾT ----------