

## NÂNG CAO PHÁT TRIỂN &amp; BỒI DƯỠNG HSG THEO CHUYÊN ĐỀ

## MÔN TOÁN LỚP 6

\*\*\*\*\*

CHUYÊN ĐỀ 1: TẬP HỢP VÀ CÙNG CỐ VỀ SỐ TỰ NHIÊN❖ DẠNG 1: TẬP HỢP TRÊN SỐ TỰ NHIÊN

**Bài 1:** Viết các tập hợp sau rồi tìm số phần tử của mỗi tập hợp đó:

- Tập hợp A các số tự nhiên  $x$  mà  $8 : x = 2$
- Tập hợp B các số tự nhiên  $x$  mà  $x + 3 < 5$
- Tập hợp C các số tự nhiên  $x$  mà  $x - 2 = x + 2$
- Tập hợp D các số tự nhiên  $x$  mà  $x : 2 = x : 4$
- Tập hợp E các số tự nhiên  $x$  mà  $x + 0 = x$

**Bài 2:** Viết các tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

- Tập hợp A các số tự nhiên có hai chữ số, trong đó chữ số hàng chục lớn hơn chữ số hàng đơn vị là 2.
- Tập hợp B các số tự nhiên có ba chữ số mà tổng các chữ số bằng 3.

**Bài 3:** Cho các tập hợp:

$$A = \{1; 2; 3; 4\}, B = \{3; 4; 5\}$$

Viết các tập hợp vừa là tập hợp con của A, vừa là tập hợp con của B.

**Bài 4:** Cho tập hợp:

$$A = \{1; 2; 3; 4\}$$

- Viết các tập hợp con của A mà mọi phần tử của nó đều là số chẵn
- Viết các tập hợp con của A.

❖ DẠNG 2: ĐẾM

**Bài 1:** Trong các số tự nhiên từ 1 đến 100, có bao nhiêu số:

- Chia hết cho 2 mà không chia hết cho 3?
- Chia hết cho ít nhất một trong hai số 2 và 3?
- Không chia hết cho 2 và không chia hết cho 3?

**Bài 2:** Trong các số tự nhiên từ 1 đến 1000, có bao nhiêu số:

- Chia hết cho ít nhất một trong các số 2, 3, 5?
- Không chia hết cho tất cả các số tự nhiên từ 2 đến 5?

**Bài 3:** Trong số 100 học sinh có 75 học sinh thích học Toán, 60 học sinh thích Văn.

- Nếu có 5 học sinh không thích cả Toán lẫn Văn thì có bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?
- Có nhiều nhất bao nhiêu học sinh thích cả hai môn Văn và Toán?
- Có ít nhất bao nhiêu học sinh không thích cả hai môn Văn và Toán?

**Bài 4:** Có bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 4 gồm bốn chữ số, chữ số tận cùng bằng 2?

**Bài 5:** Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số trong đó có đúng một chữ số 5?

**Bài 6:** Để đánh số trang của một cuốn sách, người ta viết dãy số tự nhiên bắt đầu từ 1 và phải dùng tất cả 1998 chữ số.

- Hỏi cuốn sách có bao nhiêu trang?
- Chữ số thứ 1010 là chữ số nào?

**Bài 7:** Trong các số tự nhiên có ba chữ số, có bao nhiêu số:

- Chứa đúng một chữ số 4?
- Chứa đúng hai chữ số 4?
- Chia hết cho 5, có chứa chữ số 5?
- Chia hết cho 3, không chứa chữ số 3?

**Bài 8:** Viết dãy số tự nhiên từ 1 đến 999 ta được một số tự nhiên A.

- Số A có bao nhiêu chữ số?
- Tính tổng các chữ số của số A?
- Chữ số 1 được viết bao nhiêu lần?
- Chữ số 0 được viết bao nhiêu lần?

**Bài 9:** Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, lập tất cả các số tự nhiên mà mỗi chữ số trên đều có mặt đúng một lần. Tính tổng các số ấy.

**❖ DẠNG 3: TÌM SỐ TỰ NHIÊN**

**Bài 1:** Tìm số tự nhiên có năm chữ số, biết rằng nếu viết thêm chữ số 2 vào đằng sau số đó thì được số lớn gấp ba lần số có được bằng các viết thêm chữ số 2 vào đằng trước số đó.

**Bài 2:** Tìm số tự nhiên có tận cùng bằng 3, biết rằng nếu xóa chữ số hàng đơn vị thì số đó giảm đi 1992 đơn vị.

**Bài 3:** Tìm ba chữ số khác nhau và khác 0, biết rằng nếu dùng cả ba chữ số này lập thành các số tự nhiên có ba chữ số thì hai số lớn nhất có tổng bằng 1444.

**Bài 4:** Hiệu của hai số là 4. Nếu tăng một số gấp ba lần, giữ nguyên số kia thì hiệu của chúng bằng 60. Tìm hai số đó.

**Bài 5:** Tìm hai số, biết rằng tổng của chúng gấp 5 lần hiệu của chúng, tích của chúng gấp 24 lần hiệu của chúng.

**Bài 6:** Tích của hai số là 6210. Nếu giảm một thừa số đi 7 đơn vị thì tích mới là 5265. Tìm các thừa số của tích.

**Bài 7:** Một học sinh nhân một số với 463. Vì bạn đó viết các chữ số tận cùng của các tích riêng ở cùng một cột nên tích bằng 30524. Tìm số bị nhân?

**Bài 8:** Tìm thương của một phép chia, biết rằng nếu thêm 15 vào số bị chia và thêm 5 vào số chia thì thương và số dư không đổi?

**Bài 9:** Khi chia một số tự nhiên gồm ba chữ số như nhau cho một số tự nhiên gồm ba chữ số khác nhau, ta được thương là 2 và còn dư. Nếu xóa một chữ số ở số bị chia và xoát một chữ số ở số chia thì thương của phép chia vẫn bằng 2 nhưng số dư giảm hơn trước là 100. Tìm số bị chia và số chia lúc đầu.

**1. BÀI TẬP TỰ LUYỆN:**

**Bài 1:** Viết liên tiếp các số tự nhiên thành dãy 12345... Hỏi chữ số 1 ở hàng đơn vị của số 1991 đứng ở hàng thứ bao nhiêu?

**Bài 2:** Viết liên tiếp các số tự nhiên chẵn thành dãy 246810... Hỏi chữ số thứ 2000 là chữ số gì?

**Bài 3:** Cho dãy số 4, 7, 10, 13, 16, ...

1. Tìm số thứ 100, số thứ  $n$  của dãy số đó.
2. Các số 45723 và số 3887 có mặt trong dãy đó không?

**Bài 4:** Cho dãy số 7, 12, 17, 22, 27, ...

1. Tìm số thứ 1000 của dãy số trên.
2. Các số 38246 và 795841 có mặt trong dãy đó không?

**Bài 5:** Có bao nhiêu số có ba chữ số mà có ít nhất hai chữ số giống nhau?

**Bài 6:** Tính nhẩm:

1.  $9.24.25$
2.  $12.125.54$
3.  $64.125.875$
4.  $425.7.4 - 170.60$
5.  $8.9.14 + 6.17.12 + 19.4.18$

**Bài 7:** Tìm số lớn nhất có ba chữ số mà khi chia cho 75 có thương và số dư bằng nhau?

**Bài 8:** Có bao nhiêu số năm chữ số mà tổng các chữ số của nó bằng 2?

**Bài 9:** Tính nhanh:

$$1992.19911991 - 1991.19921992$$

**Bài 10:** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất mà tổng các chữ số của nó bằng 21.

**Bài 11:** Tổng số trang của 8 quyển vở loại 1, 9 quyển vở loại 2 và 5 quyển vở loại 3 là 1980 trang. Số trang của một quyển vở loại 2 chỉ bằng  $\frac{2}{3}$  số trang của một quyển vở loại 1. Số trang của 4 quyển vở loại 3 bằng số trang của 3 quyển vở loại 2. Tính số trang của mỗi quyển vở mỗi loại.

**Bài 12:** Trong một cuộc thi có 20 câu hỏi. Mỗi câu trả lời đúng được 10 điểm, còn sai bị trừ đi 15 điểm. Một học sinh được tất cả 50 điểm. Hỏi bạn ấy đã trả lời đúng mấy câu?

**Bài 13:** Tổng hai số bằng 270. Nếu gạch bỏ chữ số 6 ở hàng đơn vị của một trong hai số thì ta được số thứ hai. Tìm hai số đó.

**Bài 14:** Một số có hai chữ số được tăng lên bao nhiêu lần nếu viết tiếp vào số đó hai chữ số ấy?

**CHUYÊN ĐỀ 2: DẤU HIỆU CHIA HẾT – CHIA CÓ DƯ****A. LÝ THUYẾT****1. Định nghĩa.**

Với mọi  $a, b \in \mathbb{N}$  ( $b \neq 0$ ) ta luôn tìm được số tự nhiên  $r$  sao cho

$$a = bq + r \quad (0 \leq r < b)$$

$a$  là số bị chia,  $b$  là số chia,  $q$  là thương,  $r$  là số dư

- Nếu  $r = 0$  ta được phép chia hết, ta nói rằng  $a$  chia hết cho  $b$  ( $a : b$ ), hay  $a$  là bội của  $b$ , hay  $b$  chia hết  $a$ , hay  $b$  là ước của  $a$  ( $b/a$ ).

- Nếu  $r > 0$ , ta được phép chia có dư, ta nói rằng  $a$  không chia hết cho  $b$  ( $a : b$ ).

**2. Các tính chất về phép chia hết. (10 tính chất)**

a. Số 0 chia hết cho mọi số  $b \neq 0$ .

b. Số  $a$  chia hết cho mọi  $a \neq 0$ .

c. Nếu  $a : b, b : c$  thì  $a : c$ .

d. Nếu  $a$  và  $b$  cùng chia hết cho  $m$  thì  $a+b$  và  $a-b$  đều chia hết cho  $m$ .

e. Nếu một trong hai số  $a$  và  $b$  chia hết cho  $m$ , số kia không chia hết cho  $m$  thì  $a+b$  và  $a-b$  đều không chia hết cho  $m$ .

f. Nếu tổng hoặc hiệu hai số chia hết cho  $m$  và một trong hai số ấy chia hết cho  $m$  thì số còn lại cũng chia hết cho  $m$ .

g. Nếu một thừa số của tích chia hết cho  $m$  thì tích chia hết cho  $m$ .

h. Suy ra  $a : m$  thì  $a^n : m$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

i. Nếu  $a : m, b : n$  thì  $ab : mn$

j. Suy ra nếu  $a : b$  thì  $a^n : b^n$ .

k. Nếu một số chia hết cho hai số nguyên tố cùng nhau thì nó chia hết cho tích của hai số đó.

l. Nếu tích  $ab$  chia hết cho  $m$ , trong đó  $b$  và  $m$  là hai số nguyên tố cùng nhau thì  $a$  chia hết cho  $m$ .

m. Nếu một tích chia hết cho số nguyên tố  $p$  thì tồn tại một thừa số của tích chia hết cho  $p$ . Suy ra nếu  $a^n : p, p$  là nguyên tố thì  $a : p$ .

**a. Dấu hiệu chia hết cơ bản:**

a. Dấu hiệu chia hết cho 2: Các số có chữ số tận cùng là: 0,2,4,6,8

b. Dấu hiệu chia hết cho 5: Các số có chữ số tận cùng là: 0,5

c. Dấu hiệu chia hết cho 3: Tổng các chữ số của số đó phải chia hết cho 3

d. Dấu hiệu chia hết cho 9: Tổng các chữ số của số đó phải chia hết cho 9

**b. Dấu hiệu chia hết cho các số khác:**

- Dấu hiệu chia hết cho 4(25): Hai chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 4(25)
- Dấu hiệu chia hết cho 8(125): Ba chữ số tận cùng tạo thành một số chia hết cho 8(125)
- Dấu hiệu chia hết cho 11: Tổng các chữ số hàng lẻ trừ đi tổng chữ số hàng chẵn chia hết cho 11 hoặc ngược lại.

**B. CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN****❖ DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN VỀ CHỨNG MINH****Bài 1:** Chứng minh rằng:

- $A = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{11}$  chia hết cho 4
- $B = 16^5 + 2^{15}$  chia hết cho 33
- $C = 5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^8$  chia hết cho 30
- $D = 45 + 99 + 180$  chia hết cho 9
- $E = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{119}$  chia hết cho 13.
- $F = 10^{28} + 8$  chia hết cho 72
- $G = 8^8 + 2^{20}$  chia hết cho 17
- $H = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{60}$  chia hết cho 3, 7, 15
- $I = E = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{1991}$  chia cho 13 và 41.
- $J = 10^n + 18n - 1$  chia hết cho 27
- $K = 10^n + 72n - 1$  chia hết cho 81

**Bài 2:** Chứng minh rằng:

- $\overline{abcabc}$  chia hết cho 7, 11 và 13
- $\overline{abcdeg}$  chia hết cho 23 và 29, biết  $\overline{abc} = 2.\overline{deg}$
- $\overline{aaa}$  chia hết cho a
- Chứng minh rằng số gồm 27 chữ số 1 thì chia hết cho 27
- $\overline{abcd}$  chia hết cho 29  $\Leftrightarrow a + 3b + 9c + 27d$  chia hết cho 29
- $\overline{abc}$  chia hết cho 21  $\Leftrightarrow a - 2b + 4c$  chia hết cho 21

**Bài 3:** Chứng minh rằng:

- Chứng minh rằng tổng ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 3.
- Chứng minh rằng  $\forall n \in \mathbb{N}$  thì  $60n + 45$  chia hết cho 15 nhưng không chia hết cho 30.
- Chứng minh rằng không có số tự nhiên nào mà chia cho 15 dư 6 và chia 9 dư 1.
- Chứng minh rằng:  $(1005a + 2100b)$  chia hết cho 15,  $\forall a, b \in \mathbb{N}$ .
- Chứng minh rằng:  $A = n^2 + n + 1$  không chia hết cho 2 và 5,  $\forall n \in \mathbb{N}$ .
- Chứng minh rằng:  $\forall n \in \mathbb{N}$  thì tích  $(n + 3)(n + 6)$  chia hết cho 2.

**❖ DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN NÀO ĐÓ**

- Tìm các chữ số  $a$  và  $b$  sao cho  $a - b = 4$  và  $\overline{87ab}$  chia hết cho 9
- Cho  $n = \overline{7a5} + \overline{8b4}$ . Biết  $a - b = 6$  và  $n$  chia hết cho 9. Tìm  $a$  và  $b$
- Tìm hai số tự nhiên chia hết cho 9, biết rằng: Tổng của chúng bằng  $\overline{*657}$  và hiệu của chúng bằng  $\overline{5*91}$ .
- Tìm chữ số  $a$ , biết rằng:  $\overline{20a20a20a}$  chia hết cho 7
- Tìm số tự nhiên có hai chữ số, sao cho nếu viết nó tiếp sau số 1999 thì ta được một số chia hết cho 37.
- Tìm các số tự nhiên chia cho 4 dư 1, còn chia cho 25 thì dư 3
- Tìm số tự nhiên có 5 chữ số, biết rằng số đó bằng 45 lần tích các chữ số của nó.
- Tìm số  $\overline{abcd}$ , biết rằng số đó chia hết cho tích các số  $\overline{ab}$  và  $\overline{cd}$ .
- $\overline{*63*}$  chia hết cho cả 2, 3, 5, 9
- Tìm tất cả các số có 5 chữ số dạng:  $\overline{34x5y}$  mà chia hết cho 36.

**❖ DẠNG 3: BÀI TOÁN ĐẾM SỐ TỰ NHIÊN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN**

- Từ 1 đến 100 có bao nhiêu số chia hết cho 2, bao nhiêu số chia hết cho 5?
- Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 100 chia hết cho 5 và dư 3?
- Có bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số và chia hết cho 3?
- Trong các số tự nhiên nhỏ hơn 1000, có bao nhiêu số chia hết cho 2 nhưng không chia hết cho 5?

**CHUYÊN ĐỀ 3: LŨY THỪA TRONG SỐ TỰ NHIÊN****- DẠNG 1: TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC**

a.  $4^{10} \cdot 8^{15}$

b.  $4^{15} \cdot 5^{30}$

c. 
$$\frac{2^{10} \cdot 13 + 2^{10} \cdot 65}{2^8 \cdot 104}$$

d.  $(1 + 2 + 3 + \dots + 100) \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) \cdot (65 \cdot 111 - 13 \cdot 15 \cdot 37)$

e.  $19991999 \cdot 1998 - 19981998 \cdot 1999$

f. 
$$\frac{101+100+99+98+\dots+3+2+1}{101-100+99-98+\dots+3-2+1}$$

g.  $6^{3^1}$

h.  $3^{2^3}$

i. 
$$\frac{11 \cdot 3^{22} \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2}$$

j.  $9! - 8! - 7! \cdot 8^2$

k.  $27^{16} : 9^{10}$

**DẠNG 2: TÌM CHỮ SỐ TẬN CÙNG****Bài 1:** Tìm chữ số tận cùng của các số sau:

1.  $74^{30}$

2.  $49^{31}$

3.  $87^{32}$

4.  $58^{33}$

5.  $23^{35}$

6.  $2^{101}$

7.  $3^{19}$

8.  $2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{20}$ .

**Bài 2:** Tìm hai chữ số tận cùng của các số sau:

a.  $51^{51}$

b.  $99^{99}$

c.  $6^{666}$



**DẠNG 3: SO SÁNH LŨY THỪA VỚI LŨY THỪA**

- $27^{11}$  và  $81^8$
- $625^5$  và  $125^7$
- $5^{36}$  và  $11^{24}$
- $3^{2n}$  và  $2^{3n}$
- $5^{23}$  và  $6.5^{22}$
- $199^{20}$  và  $2003^{15}$
- $3^{99}$  và  $11^{21}$

**DẠNG 4: TÌM GIÁ TRỊ CỦA SỐ TỰ NHIÊN**

**Bài 1:** Tìm  $x \in \mathbb{N}$  biết:

- $(x - 47) - 115 = 0$
- $2^x - 15 = 17$
- $(7x - 11)^3 = 2^5 \cdot 5^2 + 200$
- $x^{10} = 1^x$
- $x^{10} = x$
- $(2x - 15)^5 = (2x - 15)^3$
- $2 \cdot 3^x = 10 \cdot 3^{12} + 8 \cdot 27^4$

**CHUYÊN ĐỀ 4: DÃY SỐ TỰ NHIÊN THEO QUY LUẬT****a. DẠNG 1: MỘT SỐ DÃY SỐ TỔNG QUÁT**

$$\color{blue}{\oplus} A = 1+2+3+\dots+(n-1)+n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + (n-1) \cdot n = \frac{(n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{3}$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + \dots + (n-1) \cdot (n+1) = \frac{(n-1) \cdot n \cdot (2n+1)}{6}$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + (n-2) \cdot (n-1) \cdot n = \frac{(n-2) \cdot (n-1) \cdot n \cdot (n+1)}{4}$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + (n-1)^2 + n^2 = \frac{n \cdot (n+1) \cdot (2n+1)}{6}$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + (n-1)^3 + n^3 = \left[ \frac{n \cdot (n+1)}{2} \right]^2$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1^5 + 2^5 + \dots + n^5 = \frac{1}{12} \cdot n^2 \cdot (n+1)^2 \cdot (2n^2 + 2n - 1)$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1 + p + p^2 + p^3 + \dots + p^n = \frac{p^{n+1} - 1}{p - 1} \quad (p \neq 1)$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1 + 2p + 3p^2 + \dots + (n+1)p^n = \frac{(n+1)p^{n+1}}{p-1} - \frac{p^{n+1}-1}{(p-1)^2} \quad (p \neq 1)$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1.2 + 2.5 + 3.8 + \dots + n(3n-1) = n^2.(n+1)$$

$$\color{blue}{\oplus} A = 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n+1)^3 = (n+1)^2.(2n^2 + 4n + 1)$$

$$\color{blue}{\oplus} A = \frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}, \quad (n > 1)$$

$$\color{blue}{\oplus} A = \frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \frac{1}{3.4.5} + \dots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n.(n+3)}{4.(n+1).(n+2)}$$

$$\color{blue}{\oplus} A = \frac{3}{(1.2)^2} + \frac{5}{(2.3)^2} + \dots + \frac{2n+1}{[n(n+1)]^2} = \frac{n.(n+2)}{(n+1)^2}$$

**b. DẠNG 2: MỘT SỐ BÀI TẬP VẬN DỤNG**

Bài 1: Tính giá trị của các biểu thức sau:

- I.  $A = 1 + 2 + 3 + \dots + 2015$
- II.  $B = 1 + 3 + 5 + \dots + 1017$
- III.  $C = 2 + 4 + 6 + \dots + 2014$
- IV.  $D = 1 + 4 + 7 + \dots + 2008$
- V.  $E = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 1001.1002$
- VI.  $F = 1.3 + 2.4 + 3.5 + \dots + 2013.2015$
- VII.  $G = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + 2013.2014.2015$
- VIII.  $H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2 + 100^2$
- IX.  $I = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1001^2 + 1002^2$
- X.  $J = 6 + 16 + 30 + 48 + \dots + 19600 + 19998$
- XI.  $K = 2 + 5 + 9 + 14 + \dots + 4949 + 5049$
- XII.  $L = 2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 98^2 + 100^2$
- XIII.  $M = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 99^3 + 100^3$
- XIV.  $N = 1 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{100}$
- XV.  $O = 1 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{100}$

Bài 2: Tìm giá trị của x để thỏa mãn điều kiện:

- A. Cho  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$   
 Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2A + 3 = 3^n$

B. Cho  $M = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$

Hỏi :

a. M có chia hết cho 4, cho 12 không ? vì sao?

b. Tìm số tự nhiên n biết rằng  $2M+3 = 3^n$

C. Cho biểu thức:  $M = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{118} + 3^{119}$

a) Thu gọn biểu thức M.

b) Biểu thức M có chia hết cho 5, cho 13 không? Vì sao?

D. Cho  $A = 1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 99 - 100$

a) Tính A.

b) A có chia hết cho 2, cho 3, cho 5 không ?

c) A có bao nhiêu ước tự nhiên. Bao nhiêu ước nguyên ?

E. Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

a) Biết  $A = 181$ . Hỏi A có bao nhiêu số hạng ?

b) Biết A có n số hạng. Tính giá trị của A theo n ?

F. Cho  $A = 1 - 7 + 13 - 19 + 25 - 31 + \dots$

a) Biết A có 40 số hạng. Tính giá trị của A.

b) Tìm số hạng thứ 2004 của A.

G. Tìm giá trị của x trong dãy tính sau:

$$(x+2)+(x+12)+(x+42)+(x+47) = 655$$

H. Tìm x biết :

$$x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+2009) = 2009 \cdot 2010$$

I. Bạn Lâm đánh số trang một cuốn sách dày 284 trang bằng dãy số chẵn 2, 4, 6, 8, ... Biết mỗi chữ số viết mất 1 giây. Hỏi bạn Lâm cần bao nhiêu phút để đánh số trang cuốn sách?

J. Tích  $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 500$  tận cùng bằng bao nhiêu chữ số 0?

K. Tính giá trị của biểu thức sau:

$$A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{99 \dots 9}_{50 \text{ chữ số}}$$

L. Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{99}$ ,  $B = 4^{100}$ . Chứng minh rằng:  $A < B/3$

## CHUYÊN ĐỀ BỘI – ƯỚC – ƯCLN – BCNN

### ❖ LÝ THUYẾT CƠ BẢN

#### ❖ Ước và bội

$a : b \Leftrightarrow a$  là bội của  $b \Leftrightarrow b$  là ước của  $a$

#### ❖ Ước chung lớn nhất:

- ✓ Ước chung lớn nhất của hai hay nhiều số là số lớn nhất trong tập hợp các ước chung của các số đó. Ước chung lớn nhất của  $a, b, c$  được kí hiệu là:  $UCLN(a, b, c)$  hoặc  $(a, b, c)$ .
- ✓ Ta có:  $(a, b) = d \Leftrightarrow$  Tồn tại  $a', b' \in \mathbb{N}$  sao cho  $a = da', b = db', (a', b') = 1$ .
- ❖ **Bội chung nhỏ nhất:**
- ✓ Bội chung nhỏ nhất của hai hay nhiều số là số nhỏ nhất khác 0 trong tập hợp các bội chung của các số đó. Bội chung nhỏ nhất của  $a, b, c$  được kí hiệu là  $BCNN(a, b, c)$  hoặc  $[a, b, c]$ .
- ✓ Ta có:  $[a, b] = m \Leftrightarrow$  Tồn tại  $x, y \in \mathbb{N}$  sao cho  $m = ax, m = by, (x, y) = 1$ .
- ❖ **Tính chất:**
- ✓ Số lượng các ước của một số: Giả sử số tự nhiên  $A$  được phân tích ra thừa số nguyên tố là:  $a^x \cdot b^y \cdot c^z \dots$  thì số lượng các ước của  $A$  bằng  $(x + 1)(y + 1)(z + 1) \dots$
- ✓ Nếu một tích chia hết cho số nguyên tố  $p$  thì tồn tại một thừa số của tích chia hết cho  $p$ .
- ✓ Nếu tích  $ab$  chia hết cho  $m$  trong đó  $b$  và  $m$  là hai số nguyên tố cùng nhau thì  $a$  chia hết cho  $m$ .
- ✓ Nếu  $a$  chia hết cho  $m$  và  $n$  thì  $a$  chia hết cho  $BCNN$  của  $m$  và  $n$
- ✓ Tích của hai số bằng tích của  $BCNN$  với  $UCLN$  của chúng:  $a \cdot b = (a, b) \cdot [a, b]$ .
- ✓ Ba số  $a, b, c$  nguyên tố cùng nhau đôi một nếu  $(a, b) = 1; (b, c) = 1; (c, a) = 1$ .
- ❖ **Thuật toán O – clit:** Để tìm  $UCLN(a, b)$  ta thực hiện như sau:
- ✓ Chia  $a$  cho  $b$  có số dư là  $r$ :
  - Nếu  $r = 0$  thì  $UCLN(a, b) = b$ . Việc tìm  $UCLN$  dừng lại.
  - Nếu  $r > 0$ , ta chia tiếp  $b$  cho  $r$ , được số dư  $r_1$
- Nếu  $r_1 = 0$  thì  $r_1 = UCLN(a, b)$ . Dừng lại việc tìm  $UCLN$
- Nếu  $r_1 > 0$  thì ta thực hiện phép chia  $r$  cho  $r_1$  và lập lại quá trình như trên.  **$UCLN(a, b)$  là số dư khác 0 nhỏ nhất trong dãy phép chia nói trên.**

### ❖ CÁC DẠNG BÀI TẬP

⇒ **DẠNG 1: MỘT SỐ BÀI TOÁN CƠ BẢN LIÊN QUAN VỀ ƯỚC VÀ BỘI:**

**Bài 1:** Tìm số chia và thương của một phép chia có số bị chia bằng 145, số dư bằng 12 biết rằng thương khác 1 (số chia và thương là các số tự nhiên).

**Bài 2:** Một phép chia số tự nhiên có số bị chia bằng 3193. Tìm số chia và thương của phép chia đó, biết rằng số chia có hai chữ số.

**Bài 3:** Tìm hai số tự nhiên liên tiếp có tích bằng 600.

**Bài 4:** Tìm số tự nhiên  $n$ , sao cho:  $n + 5$  chia hết cho  $n + 1$

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  $n$  biết rằng:  $1 + 2 + 3 + \dots + n = 820$

⇒ **Bài tập tự rèn luyện:**

**Bài 1:** Tìm ba số lẻ liên tiếp có tích bằng 12075.

**Bài 2:** Tìm số tự nhiên  $n$ , sao cho:  $2n + 7$  chia hết cho  $n + 2$

**Bài 3:** Hãy viết số 100 dưới dạng tổng các số lẻ liên tiếp.

**Bài 4:** Tìm số tự nhiên có ba chữ số, biết rằng nó tăng gấp  $n$  lần nếu cộng mỗi chữ số của nó với  $n$  ( $n$  là số tự nhiên, có thể gồm một hoặc nhiều chữ số).

⇒ **DẠNG 2: TÌM SỐ TỰ NHIÊN KHI BIẾT MỘT SỐ YẾU TỐ TRONG ĐÓ CÓ CÁC ĐỦ ĐIỀU KIỆN VỀ ƯCLN VÀ BCNN.**

**Bài 1 :** Tìm hai số tự nhiên, biết rằng tổng của chúng bằng 84, UCLN của chúng bằng 6.

**Bài 2:** Tìm hai số tự nhiên  $a, b > 0$ , biết  $[a, b] = 240$  và  $(a, b) = 16$ .

**Bài 3 :** Tìm hai số tự nhiên  $a, b > 0$ , biết  $ab = 216$  và  $(a, b) = 6$ .

**Bài 4 :** Tìm hai số tự nhiên  $a, b > 0$ , biết  $ab = 180$ ,  $[a, b] = 60$ .

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  $a$ , biết rằng 398 chia cho  $a$  thì dư 38, còn 450 chia cho  $a$  thì dư 18.

**Bài 6:** Ba khối 6,7,8 theo thứ tự có 300 học sinh, 276 học sinh, 252 học sinh xếp hàng dọc để diễu hành sao cho số hàng dọc của mỗi khối như nhau. Có thể xếp nhiều nhất thành mấy hàng dọc để mỗi khối đều không có ai lẻ hàng? Khi đó ở mỗi khối có bao nhiêu hàng ngang?

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên  $a$  nhỏ nhất sao cho chia  $a$  cho 3, cho 5, cho 7 được số dư theo thứ tự 2, 3, 4.

**Bài 8:** Một số tự nhiên chia cho 3 thì dư 1, chia cho 4 thì dư 2, chia cho 5 thì dư 3, chia cho 6 thì dư 4 và chia hết cho 13.

- ✓ Tìm số nhỏ nhất có tính chất trên.
- ✓ Tìm dạng chung của tất cả các số có tính chất trên.

**Bài 9:** Một đơn vị bộ đội khi xếp hàng 20, 25, 30 đều dư 15, nhưng xếp hàng 41 thì vừa đủ. Tính số người của đơn vị đó biết rằng số người chưa đến 1000.

**Bài 10 :** Tìm hai số tự nhiên  $a, b > 0$ , biết  $a/b = 2,6$  và  $(a, b) = 5$ .

**a) Bài tập tự luyện:**

**Bài 1 :** Tìm  $a, b$  biết  $a/b = 4/5$  và  $[a, b] = 140$ .

**Bài 2 :** Tìm hai tự nhiên  $a, b > 0$ , biết  $a + b = 128$  và  $(a, b) = 16$ .

**Bài 3 :** Tìm  $a, b$  biết  $a + b = 42$  và  $[a, b] = 72$ .

**Bài 4 :** Tìm  $a, b$  biết  $a - b = 7$ ,  $[a, b] = 140$ .

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  $a$ , biết rằng 350 chia cho  $a$  thì dư 14, còn 320 chia cho  $a$  thì dư 26.

**Bài 6:** Người ta muốn chia 200 bút bi, 240 bút chì, 320 tẩy thành một số phần thưởng như nhau. Hỏi có thể chia được nhiều nhất là bao nhiêu phần thưởng, mỗi phần thưởng có bao nhiêu bút bi, bút chì, tẩy?

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên nhỏ hơn 500, sao cho chia nó cho 15, cho 35 được các số dư theo thứ tự là 8 và 13.

**Bài 8:** Tìm số tự nhiên nhỏ nhất chia cho 8, 10, 15, 20 được số dư theo thứ tự 5, 7, 12, 17 và chia hết cho 41.

**Bài 9:** Hai lớp 6A, 6B cùng thu nhặt một số giấy vụn bằng nhau. Trong lớp 6A, một bạn thu được 26kg, còn lại mỗi bạn thu 11kg. Trong lớp 6B, một bạn thu được 25kg, còn lại mỗi bạn thu 10kg. Tính số học sinh mỗi lớp, biết rằng số giấy mỗi lớp thu được trong khoảng từ 200kg đến 300kg.

**⇒ DẠNG 3: TÌM ƯCLN CỦA CÁC BIỂU THỨC SỐ**

**Bài 1:** Tìm ƯCLN của  $2n - 1$  và  $9n + 4$  (với  $n$  thuộc số tự nhiên).

**Bài 2:** Tìm ƯCLN của  $7n + 3$  và  $8n - 1$  (với  $n$  thuộc số tự nhiên).

**⇒ DẠNG 4: VẬN DỤNG THUẬT TOÁN Ơ - CLIT TÌM ƯCLN****b) Ví dụ minh họa:**

Hãy tìm ƯCLN  $(1575, 343) = ?$

**Giải:**

$$\text{Ta có: } 1575 = 343 \cdot 4 + 203$$

$$343 = 203 \cdot 1 + 140$$

$$203 = 140 \cdot 1 + 63$$

$$140 = 63 \cdot 2 + 14$$

$$63 = 14 \cdot 4 + 7$$

$$14 = 7 \cdot 2 + 0 \text{ (chia hết)}$$

$$\text{Vậy: Hãy tìm ƯCLN}(1575, 343) = 7$$

Trong thực hành người ta đặt phép chia đó như sau:

$$\begin{array}{r}
 1575 \overline{) 343} \\
 \underline{343} \phantom{00} \\
 203 \phantom{00} \\
 \underline{203} \phantom{00} \\
 140 \phantom{00} \\
 \underline{140} \phantom{00} \\
 63 \phantom{00} \\
 \underline{63} \phantom{00} \\
 14 \phantom{00} \\
 \underline{14} \phantom{00} \\
 0 \phantom{00} \\
 \phantom{0} 2
 \end{array}$$

Suy ra

$$\text{ƯCLN}(1575, 343) = 7$$

### c) Bài tập tự luyện:

**Bài 1:** Tìm ƯCLN(702, 306) bằng cách phân tích ra thừa số nguyên tố và bằng thuật toán Ôclit.

**Bài 2:** Dùng thuật toán Ôclit để tìm

a/ ƯCLN(318, 214)

b/ ƯCLN(6756, 2463)

**Bài 3:** Tìm ƯCLN (A, B) biết rằng A là số gồm 1991 chữ số 2, B là số gồm 8 chữ số 2.

**Bài 4:** Tìm ƯCLN của các số sau: (187231, 165148)

## CHUYÊN ĐỀ TÌM CHỮ SỐ TẬN CÙNG

### DẠNG 1: TÌM MỘT CHỮ SỐ TẬN CÙNG

#### **✚ TÍNH CHẤT 1:**

##### **a. LÝ THUYẾT:**

- I. Các số có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6 khi nâng lên lũy thừa bậc bất kì thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.
- II. Các số có chữ số tận cùng là 4, 9 khi nâng lên lũy thừa bậc lẻ thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.
- III. Các số có chữ số tận cùng là 3, 7, 9 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n$  ( $n$  thuộc  $N$ ) thì chữ số tận cùng là 1.
- IV. Các số có chữ số tận cùng là 2, 4, 8 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n$  ( $n$  thuộc  $N$ ) thì chữ số tận cùng là 6.

Việc chứng minh tính chất trên không cần thiết với lớp 6. Như vậy, muốn tìm chữ số tận cùng của số tự nhiên  $x = a^m$ , trước hết ta xác định chữ số tận cùng của  $a$ .

- Nếu chữ số tận cùng của  $a$  là 0, 1, 5, 6 thì  $x$  cũng có chữ số tận cùng là 0, 1, 5, 6.

- Nếu chữ số tận cùng của  $a$  là 3, 7, 9, vì  $a^m = a^{4n+r} = a^{4n} \cdot a^r$  với  $r = 0, 1, 2, 3$  nên từ tính chất 1c  $\Rightarrow$  chữ số tận cùng của  $x$  chính là chữ số tận cùng của  $a^r$ .

- Nếu chữ số tận cùng của  $a$  là 2, 4, 8, cũng như trường hợp trên, từ tính chất 1d  $\Rightarrow$  chữ số tận cùng của  $x$  chính là chữ số tận cùng của  $6 \cdot a^r$ .

#### **B. BÀI TẬP VẬN DỤNG:**

**Bài toán 1 :** Tìm chữ số tận cùng của các số :

a)  $7^{99}$    b)  $14^{1414}$    c)  $4^{567}$

#### **✚ TÍNH CHẤT 2:**

Một số tự nhiên bất kì, khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n + 1$  ( $n$  thuộc  $N$ ) thì chữ số tận cùng vẫn không thay đổi.

Chữ số tận cùng của một tổng các lũy thừa được xác định bằng cách tính tổng các chữ số tận cùng của từng lũy thừa trong tổng.

**Bài toán 2 :** Tìm chữ số tận cùng của tổng  $S = 2^1 + 3^5 + 4^9 + \dots + 2004^{8009}$ .



**TÍNH CHẤT 3:**

- a) Số có chữ số tận cùng là 3 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n + 3$  sẽ có chữ số tận cùng là 7 ; số có chữ số tận cùng là 7 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n + 3$  sẽ có chữ số tận cùng là 3.
- b) Số có chữ số tận cùng là 2 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n + 3$  sẽ có chữ số tận cùng là 8 ; số có chữ số tận cùng là 8 khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n + 3$  sẽ có chữ số tận cùng là 2.
- c) Các số có chữ số tận cùng là 0, 1, 4, 5, 6, 9, khi nâng lên lũy thừa bậc  $4n + 3$  sẽ không thay đổi chữ số tận cùng.

**Bài toán 3 :** Tìm chữ số tận cùng của tổng  $T = 2^3 + 3^7 + 4^{11} + \dots + 2004^{8011}$ .

**Bài toán 4 :** Tồn tại hay không số tự nhiên  $n$  sao cho  $n^2 + n + 1$  chia hết cho  $1995^{2000}$ .

**Bài toán 5 :** Chứng minh rằng các tổng sau không thể là số chính phương :

a)  $M = 19^k + 5^k + 1995^k + 1996^k$  (với  $k$  chẵn)

b)  $N = 2004^{2004k} + 2003$

**Bài toán 6 :** Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 5. Chứng minh rằng :  $p^{8n} + 3.p^{4n} - 4$  chia hết cho 5.

**CÁC BẠN HÃY GIẢI CÁC BÀI TẬP SAU**

**Bài 1 :** Tìm số dư của các phép chia :

$2^1 + 3^5 + 4^9 + \dots + 2003^{8005}$  cho 5

$2^3 + 3^7 + 4^{11} + \dots + 2003^{8007}$  cho 5

**Bài 2 :** Tìm chữ số tận cùng của  $X, Y$  :

$X = 2^2 + 3^6 + 4^{10} + \dots + 2004^{8010}$

$Y = 2^8 + 3^{12} + 4^{16} + \dots + 2004^{8016}$

**Bài 3 :** Chứng minh rằng chữ số tận cùng của hai tổng sau giống nhau :

$U = 2^1 + 3^5 + 4^9 + \dots + 2005^{8013}$

$V = 2^3 + 3^7 + 4^{11} + \dots + 2005^{8015}$

**Bài 4 :** Chứng minh rằng không tồn tại các số tự nhiên  $x, y, z$  thỏa mãn :

$19^x + 5^y + 1980z = 1975^{430} + 2004$ .

\* Các bạn thử nghiên cứu các tính chất và phương pháp tìm nhiều hơn một chữ số tận cùng của một số tự nhiên, chúng ta sẽ tiếp tục trao đổi về vấn đề này.

## **DẠNG 2: TÌM HAI CHỮ SỐ TẬN CÙNG**

**Nhận xét :** Nếu  $x \in \mathbb{N}$  và  $x = 100k + y$ , trong đó  $k ; y \in \mathbb{N}$  thì hai chữ số tận cùng của  $x$  cũng chính là hai chữ số tận cùng của  $y$ .

Hiển nhiên là  $y \leq x$ . Như vậy, để đơn giản việc tìm hai chữ số tận cùng của số tự nhiên  $x$  thì thay vào đó ta đi tìm hai chữ số tận cùng của số tự nhiên  $y$  (nhỏ hơn).

Rõ ràng số  $y$  càng nhỏ thì việc tìm các chữ số tận cùng của  $y$  càng đơn giản hơn.

Từ nhận xét trên, ta đề xuất phương pháp tìm hai chữ số tận cùng của số tự nhiên  $x = a^m$  như sau :

**Trường hợp 1 :** Nếu  $a$  chẵn thì  $x = a^m : 2^m$ . Gọi  $n$  là số tự nhiên sao cho  $a^{n-1} : 25$ .

Viết  $m = pn + q$  ( $p ; q \in \mathbb{N}$ ), trong đó  $q$  là số nhỏ nhất để  $a^q : 4$  ta có :

$$x = a^m = a^q(a^{pn} - 1) + a^q.$$

Vì  $a^{n-1} : 25 \Rightarrow a^{pn} - 1 : 25$ . Mặt khác, do  $(4, 25) = 1$  nên  $a^q(a^{pn} - 1) : 100$ .

Vậy hai chữ số tận cùng của  $a^m$  cũng chính là hai chữ số tận cùng của  $a^q$ . Tiếp theo, ta tìm hai chữ số tận cùng của  $a^q$ .

**Trường hợp 2 :** Nếu  $a$  lẻ, gọi  $n$  là số tự nhiên sao cho  $a^{n-1} : 100$ .

Viết  $m = un + v$  ( $u ; v \in \mathbb{N}, 0 \leq v < n$ ) ta có :

$$x = a^m = a^v(a^{un} - 1) + a^v.$$

Vì  $a^{n-1} : 100 \Rightarrow a^{un} - 1 : 100$ .

Vậy hai chữ số tận cùng của  $a^m$  cũng chính là hai chữ số tận cùng của  $a^v$ . Tiếp theo, ta tìm hai chữ số tận cùng của  $a^v$ .

Trong cả hai trường hợp trên, chìa khóa để giải được bài toán là chúng ta phải tìm được số tự nhiên  $n$ . Nếu  $n$  càng nhỏ thì  $q$  và  $v$  càng nhỏ nên sẽ dễ dàng tìm hai chữ số tận cùng của  $a^q$  và  $a^v$ .

**Bài toán 7 :** Tìm hai chữ số tận cùng của các số :

a)  $2^{2003}$     b)  $7^{99}$

**Bài toán 8 :** Tìm số dư của phép chia  $3^{517}$  cho 25.

**Tính chất 4 :** Nếu  $a \in \mathbb{N}$  và  $(a, 5) = 1$  thì  $a^{20} - 1 \vdots 25$ .

**Bài toán 9 :** Tìm hai chữ số tận cùng của các tổng :

a)  $S_1 = 1^{2002} + 2^{2002} + 3^{2002} + \dots + 2004^{2002}$

b)  $S_2 = 1^{2003} + 2^{2003} + 3^{2003} + \dots + 2004^{2003}$

**Tính chất 5 :** Số tự nhiên A không phải là số chính phương nếu :

- + A có chữ số tận cùng là 2, 3, 7, 8 ;
- + A có chữ số tận cùng là 6 mà chữ số hàng chục là chữ số chẵn ;
- + A có chữ số hàng đơn vị khác 6 mà chữ số hàng chục là lẻ ;
- + A có chữ số hàng đơn vị là 5 mà chữ số hàng chục khác 2 ;
- + A có hai chữ số tận cùng là lẻ.

**Bài toán 10 :** Cho  $n \in \mathbb{N}$  và  $n - 1$  không chia hết cho 4. Chứng minh rằng  $7^n + 2$  không thể là số chính phương.

### **DẠNG 3: TÌM BA CHỮ SỐ TẬN CÙNG**

**Nhận xét :** Tương tự như trường hợp tìm hai chữ số tận cùng, việc tìm ba chữ số tận cùng của số tự nhiên x chính là việc tìm số dư của phép chia x cho 1000.

Nếu  $x = 1000k + y$ , trong đó  $k, y \in \mathbb{N}$  thì ba chữ số tận cùng của x cũng chính là ba chữ số tận cùng của y ( $y \leq x$ ).

Do  $1000 = 8 \times 125$  mà  $(8, 125) = 1$  nên ta đề xuất phương pháp tìm ba chữ số tận cùng của số tự nhiên  $x = a^m$  như sau :

**Trường hợp 1 :** Nếu a chẵn thì  $x = a^m \vdots 2^m$ . Gọi n là số tự nhiên sao cho

$$a^n - 1 \vdots 125.$$

Viết  $m = p^n + q$  ( $p, q \in \mathbb{N}$ ), trong đó q là số nhỏ nhất để  $a^q \vdots 8$  ta có :

$$x = a^m = a^q(a^{pn} - 1) + a^q.$$

Vì  $a^n - 1 \vdots 125 \Rightarrow a^{pn} - 1 \vdots 125$ . Mặt khác, do  $(8, 125) = 1$  nên  $a^q(a^{pn} - 1) \vdots 1000$ .

Vậy ba chữ số tận cùng của  $a^m$  cũng chính là ba chữ số tận cùng của  $a^q$ . Tiếp theo, ta tìm ba chữ số tận cùng của  $a^q$ .

**Trường hợp 2 :** Nếu  $a$  lẻ, gọi  $n$  là số tự nhiên sao cho  $a^n - 1 \vdots 1000$ .

Viết  $m = u^n + v$  ( $u; v \in \mathbb{N}, 0 \leq v < n$ ) ta có :

$$x = a^m = a^v(a^{un} - 1) + a^v.$$

$$\text{Vì } a^n - 1 \vdots 1000 \Rightarrow a^{un} - 1 \vdots 1000.$$

Vậy ba chữ số tận cùng của  $a^m$  cũng chính là ba chữ số tận cùng của  $a^v$ . Tiếp theo, ta tìm ba chữ số tận cùng của  $a^v$ .

Tính chất sau được suy ra từ tính chất 4.

**Tính chất 6 :**

Nếu  $a \in \mathbb{N}$  và  $(a, 5) = 1$  thì  $a^{100} - 1 \vdots 125$ .

**Chứng minh :** Do  $a^{20} - 1$  chia hết cho 25 nên  $a^{20}, a^{40}, a^{60}, a^{80}$  khi chia cho 25 có cùng số dư là 1

$$\Rightarrow a^{20} + a^{40} + a^{60} + a^{80} + 1 \vdots 5. \text{ Vậy } a^{100} - 1 = (a^{20} - 1)(a^{80} + a^{60} + a^{40} + a^{20} + 1) \vdots 125.$$

**Bài toán 11 :**

Tìm ba chữ số tận cùng của  $123^{101}$ .

**Lời giải :** Theo tính chất 6, do  $(123, 5) = 1 \Rightarrow 123^{100} - 1$  chia hết cho 125 (1).

Mặt khác :

$$123^{100} - 1 = (123^{25} - 1)(123^{25} + 1)(123^{50} + 1) \Rightarrow 123^{100} - 1 \text{ chia hết cho } 8 \quad (2).$$

Vì  $(8, 125) = 1$ , từ (1) và (2) suy ra :  $123^{100} - 1$  chia hết cho 1000

$$\Rightarrow 123^{101} = 123(123^{100} - 1) + 123 = 1000k + 123 \quad (k \in \mathbb{N}).$$

Vậy  $123^{101}$  có ba chữ số tận cùng là 123.

**Bài toán 12 :**

Tìm ba chữ số tận cùng của  $3^{399\dots98}$ .

**Lời giải :** Theo *tính chất 6*, do  $(9, 5) = 1 \Rightarrow 9^{100} - 1$  chia hết cho 125 (1).

Tương tự bài 11, ta có  $9^{100} - 1$  chia hết cho 8 (2).

Vì  $(8, 125) = 1$ , từ (1) và (2) suy ra :  $9^{100} - 1 : 1000$

$$\Rightarrow 3^{399\dots98} = 9^{199\dots9} = 9^{100p+99} = 9^{99}(9^{100p} - 1) + 9^{99} = 1000q + 9^{99} \quad (p, q \in \mathbb{N}).$$

Vậy ba chữ số tận cùng của  $3^{399\dots98}$  cũng chính là ba chữ số tận cùng của  $9^{99}$ .

Lại vì  $9^{100} - 1 : 1000 \Rightarrow$  ba chữ số tận cùng của  $9^{100}$  là 001 mà  $9^{99} = 9^{100} : 9 \Rightarrow$  ba chữ số tận cùng của  $9^{99}$  là 889 (để kiểm tra chữ số tận cùng của  $9^{99}$  là 9, sau đó dựa vào phép nhân  $\overline{??9} \times 9 = \overline{...001}$  để xác định  $\overline{??9} = 889$ ).

Vậy ba chữ số tận cùng của  $3^{399\dots98}$  là 889.

Nếu số đã cho chia hết cho 8 thì ta cũng có thể tìm ba chữ số tận cùng một cách gián tiếp theo các bước : Tìm dư của phép chia số đó cho 125, từ đó suy ra các khả năng của ba chữ số tận cùng, cuối cùng kiểm tra điều kiện chia hết cho 8 để chọn giá trị đúng.

**Bài toán 13 :**

Tìm ba chữ số tận cùng của  $2004^{200}$ .

**Lời giải :** do  $(2004, 5) = 1$  (*tính chất 6*)

$$\Rightarrow 2004^{100} \text{ chia cho } 125 \text{ dư } 1$$

$$\Rightarrow 2004^{200} = (2004^{100})^2 \text{ chia cho } 125 \text{ dư } 1$$

$\Rightarrow 2004^{200}$  chỉ có thể tận cùng là 126, 251, 376, 501, 626, 751, 876. Do  $2004^{200}$  chia hết cho 8 nên chỉ có thể tận cùng là 376.

Từ phương pháp tìm hai và ba chữ số tận cùng đã trình bày, chúng ta có thể mở rộng để tìm nhiều hơn ba chữ số tận cùng của một số tự nhiên.

**SAU ĐÂY LÀ MỘT SỐ BÀI TẬP VẬN DỤNG :**

**Bài 1 :** Chứng minh  $1^n + 2^n + 3^n + 4^n$  chia hết cho 5 khi và chỉ khi  $n$  không chia hết cho 4.

**Bài 2 :** Tìm hai chữ số tận cùng của :

a)  $3^{999}$    b)  $11^{1213}$

**Bài 3 :** Tìm hai chữ số tận cùng của :

$$S = 2^3 + 2^{2^3} + \dots + 2^{4002^3}$$

**Bài 4 :** Tìm ba chữ số tận cùng của :

$$S = 1^{2004} + 2^{2004} + \dots + 2003^{2004}$$

**Bài 5 :** Cho  $(a, 10) = 1$ . Chứng minh rằng ba chữ số tận cùng của  $a^{101}$  cũng bằng ba chữ số tận cùng của  $a$ .

**Bài 6 :** Cho  $A$  là một số chẵn không chia hết cho 10. Hãy tìm ba chữ số tận cùng của  $A^{200}$ .

**Bài 7 :** Tìm ba chữ số tận cùng của số :

$$1993^{1994^{1995 \dots 2000}}$$

**Bài 8 :** Tìm sáu chữ số tận cùng của  $5^{21}$ .

**CHUYÊN ĐỀ VỀ SỐ NGUYÊN TỐ - HỢP SỐ - SỐ CHÍNH PHƯƠNG****✚ SỐ NGUYÊN TỐ VÀ HỢP SỐ**

**Bài 1:** Ta biết rằng có 25 số nguyên tố nhỏ hơn 100. Tổng của 25 số nguyên tố đó là số chẵn hay lẻ?

**Bài 2:** Tổng của ba số nguyên tố bằng 1012. Tìm số nhỏ nhất trong ba số nguyên tố đó.

**Bài 3:** Tìm bốn số nguyên tố liên tiếp, sao cho tổng của chúng là số nguyên tố.

**Bài 4:** Tổng của hai số nguyên tố có thể bằng 2003 được không?

**Bài 5:** Tìm hai số nguyên tố, sao cho tổng và tích của chúng đều là số nguyên tố.

**Bài 6:** Tìm số nguyên tố có ba chữ số, biết rằng nếu viết số đó theo thứ tự ngược lại thì ta được một số là lập phương của một số tự nhiên.

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, chữ số hàng nghìn bằng chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng trăm bằng chữ số hàng chục và số đó viết được dưới dạng tích của ba số nguyên tố liên tiếp.

**Bài 8:** Một số nguyên tố  $p$  chia cho 42 có số dư  $r$  là hợp số. Tìm số dư  $r$ .

**Bài 9:** Hai số nguyên tố sinh đôi là hai số nguyên tố hơn kém nhau 2 đơn vị. Tìm hai số nguyên tố sinh đôi nhỏ hơn 50.

**Bài 10:** Tìm số nguyên tố, biết rằng số đó bằng tổng của hai chữ số nguyên tố và bằng hiệu của hai số nguyên tố.

**Bài 11:** Tìm số nguyên tố  $p$ , sao cho các số sau cũng là số nguyên tố:

✚  $p + 2$  và  $p + 10$

✚  $p + 10$  và  $p + 14$

✚  $p + 10$  và  $p + 20$

✚  $p + 2, p + 6, p + 8, p + 12, p + 14$

**Bài 12:** Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3. Biết  $p + 2$  cũng là số nguyên tố. Chứng minh rằng  $p + 1$  chia hết cho 6.

**Bài 13:** Cho  $a + b = p$ ,  $p$  là một số nguyên tố. Chứng minh  $a$  và  $b$  nguyên tố cùng nhau.

**Bài 14:** Tìm 3 số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng?

**Bài 15:** Số  $a^4 + a^2 + 1$  có thể là một số nguyên tố hay không?

**SỐ CHÍNH PHƯƠNG****a) Dạng 1: Chứng minh một số là số chính phương**

**Bài 1:** Chứng minh với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $a_n = n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1$  là số chính phương.

**Bài 2:** Cho  $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + k(k + 1)(k + 2)$

Chứng minh rằng  $4S + 1$  là số chính phương.

**Bài 3:** Cho dãy số 49; 4489; 444889; 44448889; ...

Dãy số trên được xây dựng bằng cách thêm số 48 vào giữa các chữ số đứng trước và đứng sau nó. Chứng minh rằng tất cả các số của dãy trên đều là số chính phương.

**Bài 4:** Chứng minh rằng : Nếu  $m, n$  là các số tự nhiên thỏa mãn  $3m^2 + m = 4n^2 + n$  thì  $m - n$  và  $4m + 4n + 1$  đều là số chính phương.

**a) Dạng 2 : Chứng minh một số không phải là số chính phương**

**Bài 1:** Chứng minh số :  $n = 2004^2 + 2003^2 + 2002^2 - 2001^2$  không phải là số chính phương.

**Bài 2:** Chứng minh số 1234567890 không phải là số chính phương.

**Bài 3:** Chứng minh rằng nếu một số có tổng các chữ số là 2004 thì số đó không phải là số chính phương.

**Bài 4:** Chứng minh một số có tổng các chữ số là 2006 không phải là số chính phương.

**Bài 5:** Chứng minh tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2005 không phải là số chính phương.

**Bài 6:** Chứng minh số :  $n = 4^4 + 44^{44} + 444^{444} + 4444^{4444} + 15$  không là số chính phương.

**Bài 8:** Chứng minh số 4014025 không là số chính phương.

**Bài 9:** Chứng minh  $A = n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$  không là số chính phương với mọi số tự nhiên  $n$  khác 0.

**Bài 10:** Giả sử  $N = 1.3.5.7 \dots 2007.2011$

Chứng minh rằng trong 3 số nguyên liên tiếp  $2N - 1, 2N$  và  $2N + 1$  không có số nào là số chính phương.



**Bài 11:** Chứng minh rằng tổng bình phương của 2 số lẻ bất kỳ không phải là số chính phương.

**Bài 12:** Chứng minh rằng số có dạng  $n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$  trong đó  $n \in \mathbb{N}$  và  $n > 1$  không phải là số chính phương.

**b) Dạng 3: Tìm giá trị của biến để biểu thức có giá trị là một số chính phương**

**Bài 1:** Tìm số tự nhiên  $n$  sao cho các số sau là số chính phương

- a)  $n^2 + 2n + 12$                       b)  $n(n + 3)$   
c)  $13n + 3$                               d)  $n^2 + n + 1589$

**Bài 2:** Tìm  $a$  để các số sau là những số chính phương

- a)  $a^2 + a + 43$   
b)  $a^2 + 81$   
c)  $a^2 + 31a + 1984$

**Bài 3:** Tìm số tự nhiên  $n \geq 1$  sao cho tổng  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  là một số chính phương.

**Bài 4:** Có hay không số tự nhiên  $n$  để  $2010 + n^2$  là số chính phương.

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  $n$  có 2 chữ số biết rằng  $2n + 1$  và  $3n + 1$  đều là các số chính phương.

**Bài 6:** Tìm tất cả các số tự nhiên  $n$  sao cho số  $2^8 + 2^{11} + 2^n$  là số chính phương

**c) Dạng 4: TÌM SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**Bài 1:** Cho  $A$  là số chính phương gồm 4 chữ số. Nếu ta thêm vào mỗi chữ số của  $A$  một đơn vị thì ta được số chính phương  $B$ . Hãy tìm các số  $A$  và  $B$ .

**Bài 2:** Tìm một số chính phương gồm 4 chữ số biết rằng số gồm 2 chữ số đầu lớn hơn số gồm 2 chữ số sau một đơn vị.

**Bài 3:** Tìm số chính phương có 4 chữ số biết rằng 2 chữ số đầu giống nhau, 2 chữ số cuối giống nhau.

**Bài 4:** Tìm một số có 4 chữ số vừa là số chính phương vừa là một lập phương.

**Bài 5:** Tìm một số chính phương gồm 4 chữ số sao cho chữ số cuối là số nguyên tố, căn bậc hai của số đó có tổng các chữ số là một số chính phương.

**Bài 6:** Tìm số có 2 chữ số mà bình phương của số ấy bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

**Bài 7:** Tìm số tự nhiên có bốn chữ số, chữ số hàng nghìn bằng chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng trăm bằng chữ số hàng chục và số đó viết được dưới dạng tích của ba số nguyên tố liên tiếp.

**Bài 8:** Một số nguyên tố  $p$  chia cho 42 có số dư  $r$  là hợp số. Tìm số dư  $r$ .

**Bài 9:** Hai số nguyên tố sinh đôi là hai số nguyên tố hơn kém nhau 2 đơn vị. Tìm hai số nguyên tố sinh đôi nhỏ hơn 50.

**Bài 10:** Tìm số nguyên tố, biết rằng số đó bằng tổng của hai chữ số nguyên tố và bằng hiệu của hai số nguyên tố.

**Bài 11:** Tìm số nguyên tố  $p$ , sao cho các số sau cũng là số nguyên tố:

- $p + 2$  và  $p + 10$
- $p + 10$  và  $p + 14$
- $p + 10$  và  $p + 20$
- $p + 2, p + 6, p + 8, p + 12, p + 14$

**Bài 12:** Cho  $p$  là số nguyên tố lớn hơn 3. Biết  $p + 2$  cũng là số nguyên tố. Chứng minh rằng  $p + 1$  chia hết cho 6.

**Bài 13:** Cho  $a + b = p$ ,  $p$  là một số nguyên tố. Chứng minh  $a$  và  $b$  nguyên tố cùng nhau.

**Bài 14:** Tìm 3 số nguyên tố sao cho tích của chúng gấp 5 lần tổng của chúng?

**Bài 15:** Số  $a^4 + a^2 + 1$  có thể là một số nguyên tố hay không?

## SỐ CHÍNH PHƯƠNG

### b) Dạng 1: Chứng minh một số là số chính phương

**Bài 1:** Chứng minh với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $a_n = n(n + 1)(n + 2)(n + 3) + 1$  là số chính phương.

**Bài 2:** Cho  $S = 1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + k(k + 1)(k + 2)$

Chứng minh rằng  $4S + 1$  là số chính phương.

**Bài 3:** Cho dãy số 49; 4489; 444889; 44448889; ...

Dãy số trên được xây dựng bằng cách thêm số 48 vào giữa các chữ số đứng trước và đứng sau nó. Chứng minh rằng tất cả các số của dãy trên đều là số chính phương.

**Bài 4:** Chứng minh rằng : Nếu  $m, n$  là các số tự nhiên thỏa mãn  $3m^2 + m = 4n^2 + n$  thì  $m - n$  và  $4m + 4n + 1$  đều là số chính phương.

### **d) DẠNG 2 : CHỨNG MINH MỘT SỐ KHÔNG PHẢI LÀ SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**Bài 1:** Chứng minh số :  $n = 2004^2 + 2003^2 + 2002^2 - 2001^2$  không phải là số chính phương.

**Bài 2:** Chứng minh số 1234567890 không phải là số chính phương.

**Bài 3:** Chứng minh rằng nếu một số có tổng các chữ số là 2004 thì số đó không phải là số chính phương.

**Bài 4:** Chứng minh một số có tổng các chữ số là 2006 không phải là số chính phương.

**Bài 5:** Chứng minh tổng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 2005 không phải là số chính phương.

**Bài 6:** Chứng minh số :  $n = 4^4 + 44^{44} + 444^{444} + 4444^{4444} + 15$  không là số chính phương.

**Bài 8:** Chứng minh số 4014025 không là số chính phương.

**Bài 9:** Chứng minh  $A = n(n + 1)(n + 2)(n + 3)$  không là số chính phương với mọi số tự nhiên  $n$  khác 0.

**Bài 10:** Chứng minh rằng tổng bình phương của 2 số lẻ bất kỳ không phải là số chính phương.

**Bài 12:** Chứng minh rằng số có dạng  $n^6 - n^4 + 2n^3 + 2n^2$  trong đó  $n \in \mathbb{N}$  và  $n > 1$

không phải là số chính phương.

### **e) DẠNG 3: TÌM GIÁ TRỊ CỦA BIẾN ĐỂ BIỂU THỨC CÓ GIÁ TRỊ LÀ MỘT SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**Bài 1:** Tìm số tự nhiên  $n$  sao cho các số sau là số chính phương

a)  $n^2 + 2n + 12$

b)  $n(n + 3)$

c)  $13n + 3$

d)  $n^2 + n + 1589$

**Bài 2:** Tìm  $a$  để các số sau là những số chính phương

a)  $a^2 + a + 43$

b)  $a^2 + 81$

c)  $a^2 + 31a + 1984$

**Bài 3:** Tìm số tự nhiên  $n \geq 1$  sao cho tổng  $1! + 2! + 3! + \dots + n!$  là một số chính phương.

**Bài 4:** Có hay không số tự nhiên  $n$  để  $2010 + n^2$  là số chính phương.

**Bài 5:** Tìm số tự nhiên  $n$  có 2 chữ số biết rằng  $2n + 1$  và  $3n + 1$  đều là các số chính phương.

**Bài 6:** Tìm tất cả các số tự nhiên  $n$  sao cho số  $2^8 + 2^{11} + 2^n$  là số chính phương

**f) Dạng 4: TÌM SỐ CHÍNH PHƯƠNG**

**Bài 1:** Cho  $A$  là số chính phương gồm 4 chữ số. Nếu ta thêm vào mỗi chữ số của  $A$  một đơn vị thì ta được số chính phương  $B$ . Hãy tìm các số  $A$  và  $B$ .

**Bài 2:** Tìm một số chính phương gồm 4 chữ số biết rằng số gồm 2 chữ số đầu lớn hơn số gồm 2 chữ số sau một đơn vị.

**Bài 3:** Tìm số chính phương có 4 chữ số biết rằng 2 chữ số đầu giống nhau, 2 chữ số cuối giống nhau.

**Bài 4:** Tìm một số có 4 chữ số vừa là số chính phương vừa là một lập phương.

**Bài 5:** Tìm một số chính phương gồm 4 chữ số sao cho chữ số cuối là số nguyên tố, căn bậc hai của số đó có tổng các chữ số là một số chính phương.

**Bài 6:** Tìm số có 2 chữ số mà bình phương của số ấy bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

**CHUYÊN ĐỀ 8: BẤT ĐẲNG THỨC****❖ DẠNG 1: SO SÁNH HAI SỐ****✚ Bài vận dụng:**

✚  $107^{50}$  và  $73^{75}$

✚  $2^{91}$  và  $5^{35}$

✚  $54^4$  và  $21^{12}$

✚  $199^{20}$  và  $2003^{15}$

✚  $3^{39}$  và  $11^{21}$

✚  $9^8$  và  $8^9$

✚  $333^{444}$  và  $444^{333}$

✚  $5^{143}$  và  $7^{119}$  (\*)

✚  $2^{1995}$  và  $5^{863}$  (\*)

✚  $3^{976} \cdot 4^{2015}$  và  $7^{1997}$  (\*)

**a. DẠNG 2: CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC:****✚ Bài tập minh họa:****Bài 1:**

✚ Cho biểu thức:  $A = 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{100}$  và  $B = 3^{101} - 1$ . Chứng minh rằng:  $A < B$ .

✚ Cho  $A = 1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{99}$ ,  $B = 4^{100}$ . Chứng minh rằng:  $A < B/3$

✚ Cho  $H = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 99^2 + 100^2$  và  $B = 10100$ . Chứng minh rằng  $H > B$

✚ Cho  $E = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 999.1000$  và  $B = 111111000$ . Chứng minh rằng  $E > B$ .

**Bài 2:** Cho  $E = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$ .

Chứng minh rằng:  $E < \frac{3}{4}$

**Bài 3:** Cho  $C = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{199}{200}$ . Chứng minh:  $C^2 < \frac{1}{201}$

**Bài 4:** Cho  $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2^{100}-1}$ . Chứng minh rằng:

a)  $A < 100$

b)  $A > 50$

**Bài 5:** Chứng minh rằng:  $A = \frac{9}{10!} + \frac{9}{11!} + \frac{9}{12!} + \dots + \frac{9}{1000!} < \frac{1}{9!}$

**Bài 6:** Cho  $C = \frac{5}{4} + \frac{5}{4^2} + \frac{5}{4^3} + \dots + \frac{5}{4^{99}}$ . Chứng minh:  $C < \frac{5}{3}$

**Bài 7:** Cho  $G = \frac{5}{3} + \frac{8}{3^2} + \frac{11}{3^3} + \dots + \frac{302}{3^{100}}$ . Chứng minh:  $2\frac{5}{9} < G < 3\frac{1}{2}$

**Bài 8:** So sánh  $L = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 - \frac{1}{3}\right)\left(1 - \frac{1}{4}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{20}\right)$  với  $\frac{1}{21}$

**Bài 9:** Cho  $C = \frac{1}{101} + \frac{1}{102} + \frac{1}{103} + \dots + \frac{1}{200}$ . Chứng minh rằng:

❖  $C > \frac{7}{12}$

❖  $C > \frac{5}{8}$

**a) Bài tập tự luyện:**

**Bài 1:** Cho  $C = \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{70}$ . Chứng minh rằng:  $\frac{4}{3} < C < 2,5$

**Bài 2:** Chứng minh rằng:  $A = \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \dots + \frac{1}{100!} < 1$

**Bài 3:** Chứng minh rằng:  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99}$

Chứng minh rằng:  $0,2 < A < 0,4$ .

**Bài 4:** Chứng minh rằng:  $A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{100^2} < \frac{1}{2}$

**Bài 5:** Cho  $A = \frac{2}{3^2} + \frac{2}{5^2} + \frac{2}{7^2} + \dots + \frac{2}{2007^2}$ . Chứng minh:  $A < \frac{1003}{2008}$

**Bài 6:** Cho  $S = \frac{1}{5^2} + \frac{1}{9^2} + \dots + \frac{1}{409^2}$ . Chứng minh:  $S < \frac{1}{12}$

**Bài 7:** Cho  $A = \frac{11}{9} + \frac{18}{16} + \frac{27}{25} + \dots + \frac{1766}{1764}$ . Chứng minh:  $40\frac{20}{43} < A < 40\frac{20}{21}$

**Bài 8:** Cho  $N = \frac{1.4}{2.3} + \frac{2.5}{3.4} + \frac{3.6}{4.5} + \dots + \frac{98.101}{99.100}$ . Chứng minh  $97 < N < 98$ .

**Bài 9:** Cho  $C = \frac{5}{5.8.11} + \frac{5}{8.11.14} + \dots + \frac{5}{302.305.308}$ . Chứng minh  $C < \frac{1}{48}$

**Bài 10:** Cho  $B = \frac{4}{3} + \frac{10}{9} + \frac{28}{27} + \dots + \frac{3^{98} + 1}{3^{98}}$ . Chứng minh  $B < 100$ .

### a) DẠNG 3: TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT, GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA BIỂU THỨC

#### a) Bài tập minh họa:

**Bài 1:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{14-x}{4-x}$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 2:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{7-x}{x-5}$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{x-13}{x+3}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 4:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{2x+4}{x+1}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 5:** Tìm các số tự nhiên  $a$  và  $b$  nhỏ nhất sao cho  $a^7 = b^8$

**Bài 6:** Tìm số nguyên dương  $n$  nhỏ nhất sao cho ta có cách thêm  $n$  chữ số vào sau số đó để được số chia hết cho 39.

**Bài 7:** Viết số 72 thành tổng của hai số mà BCNN của chúng có giá trị lớn nhất.

**Bài 8:** Cho dãy số tự nhiên 1, 2, 3, 4, ..., 50.

⇒ Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho ƯCLN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

⇒ Tìm hai số thuộc dãy trên sao cho BCNN của chúng đạt giá trị lớn nhất.

#### a) Bài tập tự luyện:

**Bài 1:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{1}{4+x}$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 2:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{5x-19}{x-4}$  đạt giá trị lớn nhất.

**Bài 3:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{10x+25}{2x+4}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 4:** Tìm  $x$  thuộc số nguyên sao cho biểu thức  $A = \frac{3x+7}{x-1}$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 5:** Viết liên tiếp các số tự nhiên từ 1 đến 15, ta được:  $A = 1234\dots1415$

Hãy xóa đi 15 chữ số của số  $A$  để các chữ số còn lại (vẫn giữ nguyên thứ tự như trước) tạo thành:

- Số lớn nhất
- Số nhỏ nhất

**Bài 6:** Tìm các phân số có tử và mẫu đều dương sao cho tổng của phân số đó với nghịch đảo của nó có giá trị nhỏ nhất.

**Bài 7:** Tổng của bốn số nguyên dương bằng 402. ƯCLN của chúng có giá trị lớn nhất là bao nhiêu?

**Bài 8:** Dùng mười chữ số khác nhau, hãy viết số chia hết cho 8 có mười chữ số sao cho số đó có giá trị:

- Lớn nhất
- Nhỏ nhất

**➤ DẠNG 4: DÙNG BẤT ĐẲNG THỨC ĐỀ TÌM KHOẢNG GIÁ TRỊ CỦA SỐ PHẢI TÌM**

❖ **Bài tập minh họa:**

**Bài 1:** Tìm hai số nguyên dương sao cho tích của hai số ấy gấp đôi tổng của chúng.

**Bài 2:** Viết phân số  $\frac{1}{4}$  thành tổng của hai phân số có tử bằng 1, mẫu dương và khác nhau.

**Bài 3:** Tìm hai số tự nhiên sao cho tổng của hai số ấy bằng tích của chúng.

**Bài 4:** Tìm ba số nguyên tố  $a, b, c$  khác nhau sao cho:  $abc < ab + bc + ca$



**✚ Bài tập tự luyện:**

**Bài 1:** Tìm số tự nhiên có bốn chữ số biết rằng số đó có thể phân tích thành tích của hai thừa số có tổng bằng 100 và một trong hai thừa số ấy có dạng  $a^a$ .

**Bài 2:** Tìm hai số tự nhiên sao cho tích của hai số ấy gấp bốn lần tổng của chúng.

**Bài 3:** Viết phân số  $\frac{1}{6}$  thành tổng của hai phân số có tử bằng 1, mẫu dương và khác nhau.

**Bài 4:** Tìm hai phân số có tử bằng 1, các mẫu dương, biết rằng tổng của hai phân số ấy cộng với tích của chúng bằng  $\frac{1}{2}$

**Bài 5:** Tìm bốn số tự nhiên sao cho tổng nghịch đảo các bình phương của chúng bằng 1.

**CHUYÊN ĐỀ 10: MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN**

**a) PHƯƠNG PHÁP 1: DÙNG SƠ ĐỒ ĐOẠN THẲNG**

**a) Bài tập minh họa:**

**Bài 1:** Hiện nay, tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con. Bốn năm trước đây, tuổi mẹ gấp 6 lần tuổi con. Tính tuổi mẹ, tuổi con hiện nay.

**Bài giải**

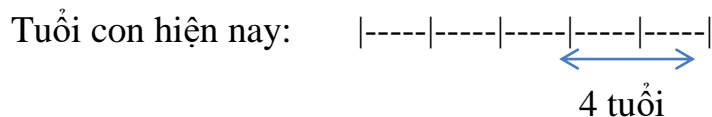
Hiện nay, tuổi mẹ gấp bốn lần tuổi con nên hiệu số tuổi của mẹ và con hiện nay số lần là:  
 $4 - 1 = 3$  (lần)

Bốn năm trước đây, tuổi mẹ gấp 6 lần tuổi con nên hiệu số tuổi của mẹ và con bốn năm trước đây gấp tuổi con trước đây là  $6 - 1 = 5$  (lần)

Vì hiệu số tuổi của hai mẹ con không đổi nên 3 lần tuổi con hiện nay bằng 5 lần tuổi con bốn năm trước, hay tuổi mẹ hiện nay bằng  $\frac{5}{3}$  tuổi con bốn năm trước.

Tuổi con hiện nay hơn tuổi con 4 năm trước là 4 tuổi.

Ta có sơ đồ:



Tuổi con 4 năm trước: |-----|-----|-----|

Hiệu số phần bằng nhau là:  $5 - 3 = 2$  (phần)

Tuổi con hiện nay là:  $4 : 2 \times 5 = 10$  (tuổi)

Tuổi mẹ hiện nay là:  $10 \times 4 = 40$  (tuổi)

**Đáp số:** con 10 tuổi; mẹ 40 tuổi.

**Bài 2:** Tuổi bà gấp đôi tuổi mẹ, tuổi con bằng  $\frac{1}{5}$  tuổi mẹ. Tính tuổi của mỗi người, biết tổng số tuổi của mẹ và con là 36.

**Bài 3:** Tuổi bố gấp 3 lần tuổi anh, tuổi anh gấp 2 lần tuổi em. Tuổi bố cộng với tuổi em bằng 42 tuổi. Tính tuổi của mỗi người.

**Bài 4:** Năm nay tuổi cô gấp 6 lần tuổi cháu. Đến khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tuổi của hai cô cháu cộng lại bằng 68. Hỏi hiện nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

**Bài 5:** Tổng số tuổi chị và tuổi em hiện nay bằng 32. Khi tuổi chị bằng tuổi em hiện nay thì tuổi chị gấp 3 lần tuổi em. Hỏi hiện nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

**Bài 6:** Tuổi của hai anh em năm nay cộng lại bằng 16. Đến khi tuổi em bằng tuổi anh hiện nay thì tuổi anh bằng  $\frac{5}{3}$  tuổi em. Tính tuổi anh và tuổi em hiện nay.

**Bài 7:** Hiệu của hai số là 1773. Tìm hai số đó biết rằng nếu viết thêm chữ số 0 vào tận cùng bên phải số bé thì được số lớn.

**Bài 8:** Hiện nay mẹ 35 tuổi, con 8 tuổi. Hỏi:

- Mấy năm nữa tuổi mẹ gấp 4 lần tuổi con?
- Có khi nào tuổi mẹ gấp 5 lần tuổi con không?

**Bài 9:** Cho phân số  $\frac{23}{28}$ . Hãy tìm số tự nhiên  $m$  sao cho khi cùng bớt cả tử số và mẫu số của phân số đã cho đi  $m$  thì ta được phân số mới có giá trị bằng  $\frac{2}{3}$ .

**Bài 10:** Năm năm trước cha hơn con 36 tuổi. Hỏi năm cha bao nhiêu tuổi thì 3 lần tuổi cha bằng 7 lần tuổi con?

**Bài 11:** Năm nay mẹ 73 tuổi. Khi tuổi mẹ bằng tuổi con hiện nay thì tuổi mẹ hơn 7 lần tuổi con lúc đó là 4 tuổi. Tính tuổi con hiện nay?

**Bài 12:** Bố nói với con: “10 năm trước đây tuổi bố gấp 10 lần tuổi con”, 22 năm sau nữa thì tuổi bố sẽ gấp đôi tuổi con. Hãy tính tuổi bố và tuổi con hiện nay.

**Bài 13:** Lớp 5A có số học sinh nữ bằng  $\frac{2}{5}$  số học sinh nam. Sang đầu học kỳ II có 4 bạn nữ từ lớp khác chuyển đến nên số học sinh nữ bằng  $\frac{3}{5}$  số học sinh nam. Hỏi đầu năm học lớp 5A có bao nhiêu học sinh nữ, bao nhiêu học sinh nam?

**Bài 14:** Có 3 bình nước đựng nước chưa đầy. Sau khi đổ  $\frac{1}{3}$  số nước ở bình 1 sang bình 2, rồi đổ  $\frac{1}{4}$  số nước hiện có ở bình 2 sang bình 3, cuối cùng đổ  $\frac{1}{10}$  số nước hiện có ở bình 3 sang bình 1 thì mỗi bình đều có 9 lít nước. Hỏi lúc đầu mỗi bình có bao nhiêu lít nước?

**Bài 15:** Tìm bốn số tự nhiên chẵn liên tiếp có tổng bằng 5420

**Bài 16:** Tìm ba số tự nhiên lẻ liên tiếp biết rằng tổng của số lớn nhất và số nhỏ nhất bằng 114.

**Bài 17:** Hiệu của hai số bằng 1217. Nếu tăng số trừ gấp bốn lần thì được số lớn hơn số bị trừ là 376. Tìm số bị trừ và số trừ.

**Bài 18:** Năm 2000, bố 40 tuổi, Mai 11 tuổi, em Nam 5 tuổi. Đến năm nào, tuổi bố bằng tổng số tuổi của hai chị em?

**a) Bài tập tự luyện:**

**Bài 1:** Năm nay tuổi cha hơn 7 lần tuổi con là 3 tuổi. Đến khi tuổi con bằng tuổi cha hiện nay thì tuổi hai cha con cộng lại bằng 109. Tìm tuổi của mỗi người hiện nay.

**Bài 2:** Hiệu của hai số là 2345. Tìm hai số đó, biết rằng nếu viết thêm chữ số 5 vào tận cùng bên phải số bé thì được số lớn.

**Bài 3:** Mẹ hơn con 24 tuổi. Cách đây 4 năm tuổi con bằng  $\frac{1}{4}$  tuổi mẹ. Hỏi hiện nay mỗi người bao nhiêu tuổi?

**Bài 4:** Cho phân số  $\frac{107}{187}$ . Hãy tìm số tự nhiên, biết rằng nếu cùng bớt cả tử số và mẫu số đi số tự nhiên đó thì ta được phân số mới có giá trị bằng  $\frac{5}{9}$ .

**Bài 5:** Hiệu của hai số bằng 0,8. Thương của hai số cùng bằng 0,8. Hãy tìm hai số đó.

**Bài 6:** Hiệu của hai số bằng 20. Thương của hai số bằng 2,25. Tìm hai số đó.

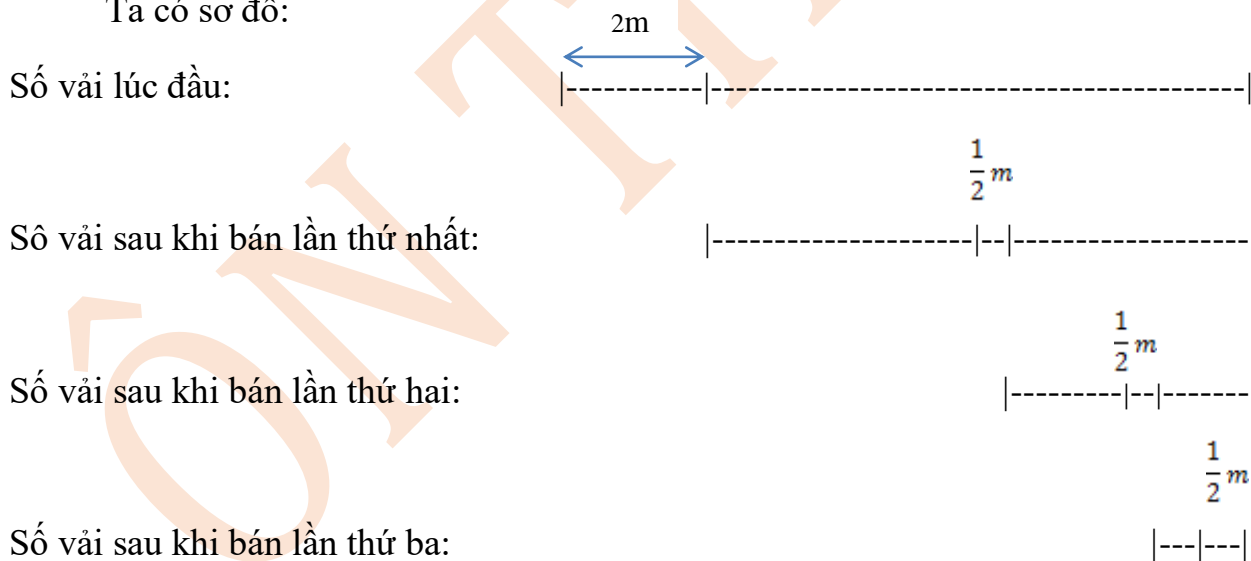
**Bài 7:** Tìm hai số có hiệu bằng 252, biết số bé bằng  $\frac{1}{4}$  tổng của hai số.

**Bài 8:** Ba năm trước em 6 tuổi và kém chị 6 tuổi. Hỏi mấy năm sau nữa thì 3 lần tuổi chị bằng 4 lần tuổi em?

**Bài 9:** Một quầy bán vải, lần thứ nhất bán 2m vải, lần thứ hai bán  $\frac{1}{2}$  số vải còn lại và  $\frac{1}{2}$ m. Lần thứ ba bán  $\frac{1}{2}$  số vải còn lại và  $\frac{1}{2}$ m, lần thứ tư bán  $\frac{1}{2}$  số vải còn lại và  $\frac{1}{2}$  m thì vừa hết. Hỏi quầy vải đó bán được tất cả bao nhiêu mét vải?

**Bài giải**

Ta có sơ đồ:



Theo sơ đồ số vải còn lại sau khi bán lần thứ 3 là:  $\frac{1}{2} \times 2 = 1$  (m)

Số vải còn lại sau khi bán lần thứ hai là:  $(1 + \frac{1}{2}) \times 2 = 3$  (m)

Số vải còn lại sau khi bán lần thứ nhất là:  $(3 + \frac{1}{2}) \times 2 = 7$  (m)

Số vải cửa hàng đó bán được tất cả là:  $7 + 2 = 9$  (m)

**Đáp số:** 9 m vải.

**Bài 10:** Bình đọc một quyển truyện trong 3 ngày. Ngày đầu Bình đọc được  $\frac{1}{5}$  số trang và 16 trang. Ngày thứ hai Bình đọc được  $\frac{3}{10}$  số trang còn lại và 20 trang. Ngày thứ ba Bình đọc được  $\frac{3}{4}$  số trang còn lại và 37 trang cuối cùng. Hỏi quyển truyện đó có bao nhiêu trang?

**Bài 11:** Hai ngăn sách lúc đầu có tổng cộng 118 cuốn. Sau khi lấy đi 8 cuốn sách ở ngăn I, thêm 10 cuốn sách vào ngăn II thì số sách ở ngăn II gấp đôi số sách ở ngăn I. Tính số sách ở mỗi ngăn lúc đầu.

**Bài 12:** Tìm số tự nhiên tận cùng bằng 7 biết rằng sau khi xóa chữ số 7 đó thì số ấy giảm đi 484 đơn vị.

**Bài 13:** Tìm số tự nhiên biết rằng nếu viết thêm chữ số 2 vào sau chữ số hàng đơn vị thì số ấy tăng thêm 2000 đơn vị.

**Bài 14:** Tìm ba số có tổng bằng 210, biết rằng  $\frac{6}{7}$  số thứ nhất bằng  $\frac{9}{11}$  số thứ hai và bằng  $\frac{2}{3}$  số thứ ba.

**Bài 15:** Mẹ hơn con 28 tuổi. Sau 5 năm nữa, tuổi mẹ gấp ba tuổi con. Tính tuổi mẹ và con hiện nay.

**Bài 16:** Năm 2000, mẹ 36 tuổi, hai con 7 tuổi và 12 tuổi. Bắt đầu từ năm nào, tuổi mẹ ít hơn tổng số tuổi của hai con?

**Bài 17:** Anh hơn em 3 tuổi. Tuổi anh hiện nay gấp rưỡi tuổi em, lúc anh bằng tuổi em hiện nay. Tính tuổi hiện nay của mỗi người.

**Bài 18:** Tuổi mẹ hiện nay gấp 2,3 lần tuổi con. 16 năm trước, tuổi mẹ gấp 7,5 lần tuổi con. Hỏi mấy năm sau thì tuổi mẹ gấp đôi tuổi con?

**Đáp số:** 6 năm

**a) PHƯƠNG PHÁP 2: GIẢ THIẾT TẠM****a) BÀI TẬP MINH HỌA:**

**Bài 1:** Ba ô tô chở tổng cộng 50 chuyến, gồm 118 tấn hàng. Mỗi chuyến, xe thứ nhất chở 2 tấn, xe thứ hai chở 2,5 tấn, xe thứ ba chở 3 tấn. Hỏi mỗi xe chở bao nhiêu chuyến biết rằng số chuyến xe thứ nhất gấp rưỡi số chuyến xe thứ hai?

**Bài Giải**

Giả thiết rằng tất cả 50 chuyến đều do xe thứ ba chở thì khối lượng hàng chở được là:  
 $3.50 = 150$  (tấn).

Dôi ra:  $150 - 118 = 32$  (tấn)

Để không dôi ra, phải thay một số chuyến của xe thứ ba bằng các chuyến của hai xe kia theo quy luật sau: cứ 5 chuyến của xe thứ ba thay bởi 2 chuyến của xe thứ nhất và 2 chuyến của xe thứ hai. Mỗi lần thay bởi như vậy thì số chuyến không thay đổi, số chuyến của xe thứ nhất luôn gấp rưỡi số chuyến của xe thứ hai, còn khối lượng hàng giảm đi:

$$3.5 - (2.3 + 2,5.2) = 15 - 11 = 4 \text{ (tấn)}$$

Số lần thay:  $32 : 4 = 8$  (tấn)

Xe thứ nhất chở:  $3.8 = 24$  (chuyến)

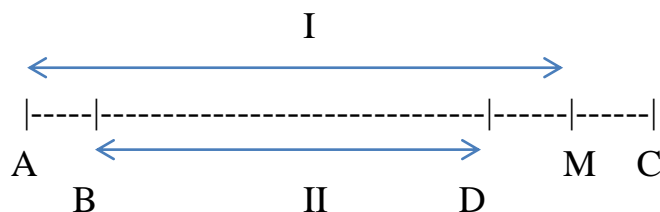
Xe thứ hai chở:  $2.8 = 16$  (chuyến)

Xe thứ ba chở:  $50 - (24 + 16) = 10$  (chuyến)

**Bài 2:** Trên quãng đường AC dài 200 km có một điểm B cách A là 10 km. Lúc 7 giờ, một ô tô đi từ A, một ô tô khác đi từ B, cả hai cùng đi tới C với vận tốc thứ tự bằng 50km/h và 40km/h. Hỏi lúc mấy giờ thì khoảng cách đến C của xe thứ hai gấp đôi khoảng cách đến C của xe thứ nhất?

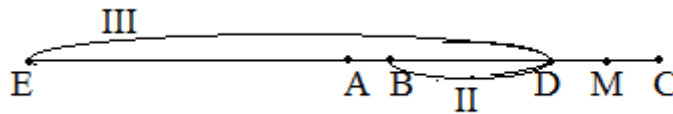
**Bài Giải**

Quãng đường đi của hai ô tô được minh họa như sau:



Lúc xe thứ hai đến D là thời điểm phải tìm. ( $DM = DC$ ).

Giả thiết rằng có một xe thứ ba phải đi quan quãng đường EC dài gấp đôi quãng đường AC của xe thứ nhất phải đi ( $EC = 200.2 = 400$  km), với vận tốc gấp đôi vận tốc của xe thứ nhất (như vậy vận tốc xe thứ ba bằng :  $50.2 = 100$  km/h) thì cũng trong thời gian như xe thứ nhất, quãng đường còn lại đến C của xe thứ nhất và như vậy xe thứ ba này sẽ gặp xe thứ hai tại D. (Minh họa bằng hình dưới đây)



Quãng đường ED dài hơn quãng đường BD:

$$400 - 190 = 210 \text{ (km)}.$$

Vận tốc xe thứ ba lớn hơn vận tốc xe thứ hai:

$$100 - 40 = 60 \text{ (km/h)}.$$

Thời gian để xe thứ ba gặp xe thứ hai tại D:

$$210 : 60 = 3,5 \text{ (h)}.$$

Vậy thời điểm phải tìm là:  $7 + 3,5 = 10\text{h } 30\text{ph}$ .

*Đáp số: 10 giờ 30 phút*

**Bài 3:** Người ta bơm nước vào một bể: dùng máy I trong 30 phút, dùng máy II trong 20 phút. Tính xem trong mỗi phút mỗi máy bơm được bao nhiêu lít nước, biết rằng mỗi phút máy II bơm được nhiều hơn máy I là 50 lít và tổng cộng hai máy bơm được 21000 lít nước?

### Bài Giải

Giả sử trong mỗi phút, máy II bơm số nước bằng máy I thì trong 50 phút cả hai máy bơm được:

$$21000 - 50.20 = 20000 \text{ (lít)}$$

Trong mỗi phút, máy I bơm được:

$$20000 : 50 = 400 \text{ (lít)}$$

Trong mỗi phút, máy II bơm được:

$$400 + 50 = 450 \text{ (lít)}$$

**Bài 4:** Khối 6 của một trường có 366 học sinh, gồm 8 lớp. Mỗi lớp gồm một số tổ, mỗi tổ có 9 người hoặc 10 người. Biết rằng số tổ của các lớp đều bằng nhau, tính số tổ có 9 người, số tổ có 10 người cả khối?

### HD Giải

Mỗi lớp gồm một số tổ mỗi tổ 9 người hoặc 10 người, Trước hết ta nhận thấy :

$$366 : 10 = 36 \text{ còn dư}$$

$$366 : 9 = 40 \text{ còn dư}$$

Do đó số tổ của các lớp nằm trong khoảng từ 37 đến 40

Mặt khác số tổ chia hết cho 8  $\Rightarrow$  Số tổ của khối lớp 6 đó là 40 tổ

Giả sử cả 40 tổ đều là tổ 10 người. Khi đó số HS của khối là:

$$40 \cdot 10 = 400 \text{ (HS)}$$

So với bài ra thừa ra  $400 - 366 = 34$  (HS) là do còn có tổ 9 người.

Nếu thay mỗi tổ 10 người bằng một tổ 9 người thì mỗi lần thay bớt được :

$$10 - 9 = 1$$

Vậy số tổ có 9 người là  $34 : 1 = 34$  (tổ)

Số tổ có 10 người là  $40 - 34 = 6$  (tổ)

**Bài 5:** Một câu lạc bộ có 22 chiếc ghế gồm ba loại: ghế ba chân, ghế bốn chân, ghế sáu chân. Tính số ghế mỗi loại, biết rằng tổng số chân ghế bằng 100 và số ghế sáu chân gấp đôi số ghế ba chân?

### Bài Giải

Giả sử 22 chiếc ghế đều là 4 chân. Khi đó số chân ghế là:

$$4 \cdot 22 = 88 \text{ (Chân)}$$

So với bài ra bị hụt mất  $100 - 88 = 12$  (chân)  $\Rightarrow$  là do còn có ghế 3 chân, 6 chân. Để không bị hụt đi ta thay các ghế 4 chân bằng hai loại ghế kia theo quy luật: một ghế 3 chân, 2 ghế 6 chân cho 3 ghế 4 chân, khi đó số ghế không thay đổi, quan hệ giữa ghế 3 chân và ghế 6 chân được đảm bảo.

Mỗi lần thay, số chân ghế tăng thêm:  $2 \cdot 6 + 1 \cdot 3 - 3 \cdot 4 = 3$  (chân)

Vậy số lần thay là:  $12 : 3 = 4$  (lần)



Số ghế 3 chân là:  $4.1 = 4$  (ghế)

Số ghế 6 chân là:  $4.2 = 8$  (ghế)

Số ghế 4 chân là:  $22 - (4 + 8) = 10$  (ghế)

### a) BÀI TẬP TỰ LUYỆN:

**Bài 1:** Một số học sinh xếp hàng 12 thì thừa 5 học sinh, còn xếp hàng 15 cũng thừa 5 học sinh và ít hơn trước là 4 hàng. Tính số học sinh?

**Bài 2:** Anh vào cửa hàng mua 12 vở và 4 bút chì hết 36000 đồng. Bích mua 8 vở và 5 bút chì cùng loại hết 27500 đồng. Tính giá trị một quyển vở, giá trị một bút chì.

**Bài 3:** Một tổ may phải may 1800 chiếc cả quần và áo trong 13 giờ. Trong 8 giờ đầu tổ may áo và trong thời gian còn lại tổ may quần. Biết rằng trong 1 giờ, tổ may được số áo nhiều hơn số quần là 30 chiếc. Tính số áo và số quần tổ đã may.

**Bài 4:** Một lớp học có 6 tổ, số người của mỗi tổ bằng nhau. Trong một bài kiểm tra, tất cả học sinh đều được điểm 7 hoặc 8. Tổng số điểm của cả lớp là 350. Hãy tính số học sinh của lớp, số học sinh đạt từng loại điểm?

**Bài 5:** Một đội bóng thi đấu 25 trận, chỉ có thắng và hòa, mỗi trận thắng được 3 điểm, mỗi trận hòa được 1 điểm, kết quả đội đó được 59 điểm. Tính số trận thắng, số trận hòa của đội bóng.

**Bài 6:** Có 25 gói đường gồm ba loại: gói 5 lạng, gói 2 lạng, gói 1 lạng, có tổng khối lượng tổng cộng là 56 lạng. Biết số gói 1 lạng gấp đôi số gói 5 lạng. Tính số gói mỗi loại.

**Bài 7:** Một hộp có thể chứa được vừa vặn 25 gói bánh hoặc 30 gói kẹo. Người ta xếp 28 gói cả bánh và kẹo thì vừa đầy hộp đó. Biết rằng giá tiền bánh và kẹo đều bằng nhau và bằng 36000 đồng. Tính giá một gói bánh, một gói kẹo.

## CHUYÊN ĐỀ 11: TOÁN CHUYÊN ĐỘNG

### 1. DẠNG 1: CHUYÊN ĐỘNG CÙNG CHIỀU

**Bài 1:** Một người đi từ A đến B vận tốc 15km/h. Sau đó 1h30ph, người thứ hai cũng rời A đi về B, vận tốc 20km/h và đến B trước người thứ nhất 30 phút. Tính quãng đường AB.

**Bài 2:** Lúc 14 giờ 20 phút một xe máy đi từ A đến B với vận tốc 48 km/h. Sau 10 phút một ô tô xuất phát từ A đuổi theo xe máy với vận tốc 60 km/h. Hỏi:

- a) Hai xe gặp nhau lúc mấy giờ?
- b) Chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km?

**Bài 3:** Lúc 7 giờ 50 phút, bác An đi từ A đến B với vận tốc 80 m/ phút, đến 7 giờ 55 phút bác Bình đi từ A đến B với vận tốc 90 m/ phút đuổi theo bác An. Hỏi:

- a) Bác Bình đuổi kịp bác An lúc mấy giờ?
- b) Chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km?

**Bài 4:** Đồng hồ đang chỉ 4 giờ 10 phút. Sau ít nhất bao lâu thì hai kim đồng hồ nằm đối diện nhau trên một đường thẳng?

**Bài 5:** Hiện nay là 12 giờ đúng. Hỏi sau bao nhiêu lâu nữa thì kim giờ và kim phút trùng khít lên nhau 1 lần nữa?

**Bài 6:** Lúc 7 giờ một ô tô chở hàng đi từ A với vận tốc 40 km/h. Đến 10 giờ một ô tô du lịch cũng đi từ A với vận tốc 60 km/h và đi cùng chiều với ô tô chở hàng. Hỏi ô tô du lịch đuổi kịp ô tô chở hàng lúc mấy giờ?

**Bài 7:** Một xe máy đi từ B đến C với vận tốc 45 km/h. Cùng lúc đó một ô tô đi từ A với vận tốc 50 km/h để đuổi theo xe máy. Hỏi:

- a) Sau bao lâu ô tô đuổi kịp xe máy, biết rằng A cách B 11 km
- b) Nơi gặp nhau cách A bao nhiêu km?

**Bài 8:** Một người đi xe máy từ B đến C vận tốc 45 km/h. Cùng lúc đó một ô tô đi từ A với vận tốc 50 km/h để đuổi theo xe máy và sau 1,2 giờ thì ô tô đuổi kịp xe máy. Hỏi:

- a) Quãng đường từ A đến B dài bao nhiêu km?
- b) Đến khi gặp nhau mỗi xe đi được bao nhiêu km?

**Bài 9:** Hiện nay là 6 giờ đúng. Hỏi sau bao lâu nữa thì kim giờ và kim phút của đồng hồ sẽ trùng kít lên nhau?

**Bài 10:** Hiện nay là 12 giờ. Hỏi sau bao nhiêu lâu nữa thì kim giờ và kim phút vuông góc với nhau?

### a) **DẠNG 2: CHUYỂN ĐỘNG NGƯỢC CHIỀU**

**Bài 1:** Hai xe ô tô đi từ hai địa điểm A và B về phía nhau, xe thứ nhất khởi hành từ A lúc 7 giờ, xe thứ hai khởi hành từ B lúc 7 giờ 10 phút. Biết rằng để đi cả quãng đường AB, xe thứ nhất cần 2 giờ, xe thứ hai cần 3 giờ. Hai xe gặp nhau lúc mấy giờ?

**Bài 2:** Trên quãng đường AB, hai xe ô tô đi từ A và từ B ngược chiều nhau. Nếu hai xe khởi hành cùng một lúc thì chúng gặp nhau tại một điểm cách A 12 km, cách B 18 km. Nếu muốn gặp nhau ở chính giữa đường thì xe thứ nhất (đi từ A) phải khởi hành trước xe kia 10 phút. Tính vận tốc của mỗi xe.

**Bài 3:** Quãng đường AB dài 180 km, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 56 km/h. Cùng lúc đó một người đi xe máy từ B đến A với vận tốc 34 km/h. Hỏi kể từ lúc bắt đầu đi sau bao lâu thì hai xe gặp nhau?

**Bài 4:** Hai xe ô tô khởi hành cùng một lúc từ A đến B cách nhau 223 km để đến C nằm giữa A và B. Xe 1 đi từ A với vận tốc 80 km/h, xe 2 đi từ B với vận tốc 65 km/h. Xe 1 đến C muộn hơn xe 2 là 15 phút. Tính quãng đường AC?

**Bài 5:** Một người đi xe đạp từ nhà lên thị trấn huyện dự định hết 3 giờ nhưng thực tế họ chỉ đi hết 2 giờ vì họ đã tăng vận tốc lên 5 km/h. Tính quãng đường từ nhà người đó lên thị trấn huyện.

a) **Bài tập tự luyện:**

**Bài 1:** Hai người đi bộ cùng một lúc từ hai xã A và B cách nhau 18 km và đi ngược chiều nhau để gặp nhau. Vận tốc của người đi từ A là 4 km/h, của người đi từ B là 5 km/h. Họ xuất phát lúc 5 giờ 15 phút. Hỏi:

- I- Hai người gặp nhau lúc mấy giờ?
- II- Khi gặp nhau mỗi người đi được bao nhiêu km?

**Bài 2:** Tại hai đầu của một quãng đường dài 17,25 km, một người đi bộ và một người chạy bộ xuất phát cùng một lúc và ngược chiều nhau. Vận tốc người đi bộ là 4,2 km/h, vận tốc người chạy bộ là 9,6 km/h. Hỏi:

1. Họ xuất phát lúc mấy giờ? Biết họ gặp nhau lúc 10 giờ 25 phút.
2. Khi gặp nhau mỗi người đi được bao nhiêu km?

**Bài 3:** Hai ô tô đi từ A đến B cùng một lúc và ngược chiều nhau. Quãng đường AB dài 121,8 km. Vận tốc của ô tô đi từ A là 42 km/h, vận tốc của ô tô đi từ B là 45 km/h. Hỏi:

- Hai xe gặp nhau lúc mấy giờ? Biết chúng xuất phát đi lúc 8 giờ.
- Chỗ gặp nhau cách A và B bao nhiêu km?

**Bài 4:** Lúc 7 giờ 15 phút sáng một ô tô khởi hành từ A đến B với vận tốc 65 km/h. Đến 8 giờ 15 phút một xe ô tô khác xuất phát từ B về A với vận tốc 70 km/h. Hỏi hai xe gặp nhau lúc mấy giờ? Biết quãng đường AB là 402,5 km.

**Bài 5:** Một ô tô dự định đi từ A đến B hết 5 giờ, nhưng thực tế xe chạy chỉ hết 4,5 giờ vì trung bình mỗi giờ xe chạy nhanh hơn dự định là 6 km/h. Tính vận tốc thực tế của ô tô.

---